

# 破缺 U(3) 限 U(6/12) 模型 (二)

基础部物理组 邵毅平

## 摘 要

本文从 IBFM 理论出发, 用超对称破缺的 U(3) 限 U(6/12) 模型计算了四个  ${}_{83}\text{E}_a$  同位素的能谱, 并从基态结合能方面检验了相应的超多重态。

—

原子核超对称 U(6/4) 模型在处理 U(6) 限奇 A 核方面取得了一定的成功<sup>(1)</sup>, 而对典型 U(3) 限奇 A 核  ${}_{83}\text{E}_a$ , 理论在能谱方面就与实验缺少较好的比较<sup>(2)</sup>。在以前的工作中<sup>(3)</sup>, 我们研究了在  $\text{E}_a$ —Gd 区域存在破缺 U(3) 限超对称性的问题。本文从更有说服力的一组  ${}_{83}\text{E}_a$  同位素核及超多重态两方面进一步研究破缺 U(3) 限的超对称性。

对于奇 A 核  ${}^{155}_{83}\text{E}_a$ ,  ${}^{156}_{83}\text{E}_a$ ,  ${}^{157}_{83}\text{E}_a$  和  ${}^{158}_{83}\text{E}_a$ , 按 IBFM 理论<sup>(3,4)</sup>, Bosons 占据较低的  $j=7/2$  能级大部分态; 一个单独的 Fermion 主要处于  $j=1/2, 3/2, 5/2$  能级的态。由以前的工作可知<sup>5)</sup>, 应用准角动量分解方法, 从超对称理论可证在核的整个矢量空间有如下超群链:

$$\begin{aligned} \text{U}(6/12) &\supset \text{U}^b(6) \otimes \text{U}^f(12) \supset \text{U}^b(6) \otimes \text{U}^f(6) \otimes \text{U}^f(2) \\ &\supset \text{S U}^b(3) \otimes \text{S U}^f(3) \otimes \text{S U}^f(2) \supset \text{S U}^{b+f}(3) \otimes \text{S U}^f(2) \\ &\supset \text{S O}^{b+f}(3) \otimes \text{S U}^f(2) \supset \text{S pin}(3) \supset \text{S pin}(2) \end{aligned} \quad (1)$$

在无 Boson 分裂及取  $\text{S U}^b(3)$  基带表示空间作近似处理的情况下, 得到 Bosons-Fermion 态空间基矢:

$$\begin{aligned} &\left| \begin{array}{cccccccc} \text{U}(6/12), & \text{U}^b(6), & \text{U}^f(12), & \text{U}^f(6), & \text{S U}^b(3), & \text{S U}^f(3), & \text{S U}^{b+f}(3), & \text{S O}^{b+f}(3), \\ \text{[1]}, & \text{[N]}, & \{1\}, & \text{[1]}, & (2N, 0), & (2, 0), & (\lambda, \mu)X, & L, \end{array} \right. \\ &\left. \begin{array}{ccc} \text{S U}^f(2), & \text{S pin}(3), & \text{S pin}(2) \\ \text{1/2}, & J, & M_J \end{array} \right\rangle = \sum_{\substack{L_b, L_f, L \\ m_b, m_f, m_o}} \langle (2N, 0) L_b, (2, 0) L_f | (\lambda, \mu) X, L \rangle \cdot \\ &\langle L_b m_b L_f m_f | L m \rangle \cdot \langle L m \frac{1}{2} \sigma | J M_J \rangle \cdot \text{[N]} (2N, 0) L_b m_b \rangle \cdot \text{[1]} \text{[1]} (2, 0) L_f m_f \rangle \\ &\cdot \left| \frac{1}{2} \sigma \right\rangle \end{aligned} \quad (2)$$

这也就是具有严格 U(3) 限超对称核的波函数。

## 二

我们知道,若用目前严格  $U(3)$  限超对称的通常方法计算<sup>(1-4)</sup>,理论谱线与  $^{155}_{83}\text{Eu}$  的实验谱线在结构上有重大差异。这主要是大形变核势场影响了超对称性所应满足的Bosons 作用强度, Fermion 作用强度及Bosons-Fermion 作用强度满足 1:1:2 的关系<sup>(1,8)</sup>。考虑此超对称破缺, Hamiltonian 为:

$$\hat{H} = \hat{H}_0(N, M=1) + A \cdot \hat{C}_2(SU^{b+f}(3)) + B \cdot \hat{L} \cdot \hat{L} + C \cdot \hat{L} \cdot \hat{S} + D \cdot \hat{L}_r \cdot \hat{L}_r \quad (3)$$

其中  $\hat{H}_0$  与激发态无关, A, B, C, D 为参量。(3) 式中除  $\hat{L}_r \cdot \hat{L}_r$  外, 其它项对基矢(2)都是对角的。 $\hat{L} \cdot \hat{L}$  的矩阵元可推出为<sup>5</sup>:

$$\begin{aligned} & \langle [I], [N], \{1\}, [1], (2N, 0), (2, 0), (\lambda', \mu') X', L', 1/2, J', M'_J | \hat{L} \cdot \hat{L} | \\ & \cdot \hat{L}_r | [I], [N], \{1\}, [1], (2N, 0), (2, 0), (\lambda, \mu) X, L, 1/2, J, M_J \rangle \\ & = \delta_{J'J} \delta_{M'_J M_J} \delta_{L'L} \sum_{L_b L_r} \langle (2N, 0) L_b, (2, 0) L_r | (\lambda', \mu') X' L' \rangle \\ & \quad \langle (2N, 0) L_b, (2, 0) L_r | (\lambda, \mu) X, L \rangle \cdot L_r (L_r + 1) \end{aligned} \quad (4)$$

对  $^{155}_{83}\text{Eu}$  的这四个同位素进行了具体计算\*。从定性定量两方面看,理论与实验符合较好(见表1—3及图1—3)。注意到参量A统一取为80keV, C、D依次减小, B也基本上依次增加,整个的参量变化较缓慢,呈现出较好的有规则变化趋势。这些事实支持了  $U(3)$  限超对称破缺的观点。

$E_2$  跃迁方面的理论与实验比较,可参见前面的工作(文献5)。

表一  $\hat{H}$  的本征值及其波函数 ( $^{155}_{83}\text{Eu}$ )

J	Eexp (keV)	Eth (keV)	波 函 数
5/2	0	0	$  (20,2)2,2,5/2 \rangle^*$
7/2	78.6	44.8	$  (20,2)2,3,7/2 \rangle$
3/2	245.7	160	$  (20,2)2,2,3/2 \rangle$
5/2	307.3	268.8	$  (20,2)2,3,5/2 \rangle$
7/2	391.4	403.2	$  (20,2)2,4,7/2 \rangle$
9/2	502.0	563.2	$  (20,2)2,5,9/2 \rangle$
1/2	922.4	911.4	$0.9970   (20,2)0,0,1/2 \rangle + 0.0772   (24,0)0,0,1/2 \rangle$
3/2	911.2	1070.3	$0.9968   (20,2)0,2,3/2 \rangle - 0.0263   (22,1)1,2,3/2 \rangle - 0.0760   (24,0)0,2,3/2 \rangle$
5/2	1067	910.2	$0.9968   (20,2)0,2,5/2 \rangle - 0.0263   (22,1)1,2,5/2 \rangle - 0.0760   (24,0)0,2,5/2 \rangle$

\*  $| (20,2)2,2,5/2 \rangle = | (20,2) X=2, L=2, J=5/2 \rangle$ , 其它类似。

实验值 Eexp 取自 Nucl. Phys. A132 (1969), 322. 取参量 A=80 Kev, B=12.8 Kev, C=-32 Kev, D=-260 Kev.

$$\text{误差} = \frac{\sum_i |E_{th_i} - E_{exp_i}|}{\sum_i E_{exp_i}} < 8\%$$

\*  $^{155}_{83}\text{Eu}$  的计算结果见文献⑤

表二  $\hat{H}$  的本征值及其波函数 ( $^{157}_{83}\text{Eu}$ )

J	Eexp (kev)	Eth (kev)	波 函 数
5/2	0	0	$  (22,2)2,2, 5/2 \rangle$
7/2	76.8	69.6	$  (22,2)2,3, 7/2 \rangle$
9/2	177	161.6	$  (22,2)2,4, 9/2 \rangle$
11/2	296	285.6	$  (22,2)2,5, 11/2 \rangle$
3/2	394.2	180	$  (22,2)2,2, 3/2 \rangle$
5/2	453.1	321.6	$  (22,2)2,3, 5/2 \rangle$
7/2	539	485.6	$  (22,2)2,4, 7/2 \rangle$
9/2	645	681.6	$  (22,2)2,5, 9/2 \rangle$
1/2	1057	1023.3	$0.9963   (22,2)0,0, 1/2 \rangle + 0.0854   (26,0)0,0, 1/2 \rangle$
3/2	1145	1216.9	$0.9960   (22,2)0,2, 3/2 \rangle - 0.0269   (24,1)1,2, 3/2 \rangle - 0.0846   (26,0)0,2, 3/2 \rangle$
5/2	1145	1036.9	$0.9960   (22,2)0,2, 5/2 \rangle - 0.0269   (24,1)1,2, 5/2 \rangle - 0.0846   (26,0)0,2, 5/2 \rangle$

实验值 Eexp 取自 Nucl. Data Sheets Vol. 9 (1973), 273. 取 A = 80 kev; B = 16 kev;

$$C = -36 \text{ kev}, D = -288 \text{ kev}. \quad \frac{\sum_i |E_{th_i} - E_{exp_i}|}{\sum_i E_{exp_i}} < 10\%$$

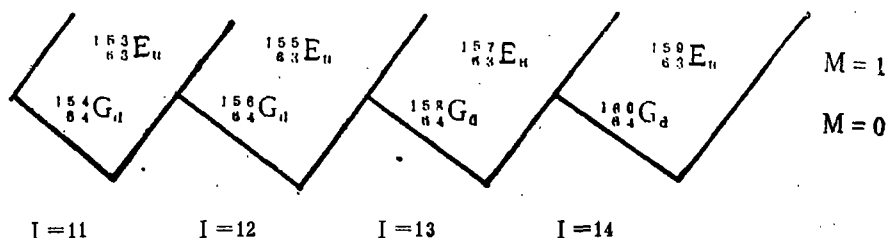
表三  $\hat{H}$  的本征值及其波函数 ( $^{159}_{83}\text{Eu}$ )

J	Eexp (kev)	Eth (kev)	波 函 数
5/2	0	0	$  (24,2)2,2, 5/2 \rangle$
7/2	75	62	$  (24,2)2,3, 7/2 \rangle$
9/2	172	158	$  (24,2)2,4, 9/2 \rangle$
11/2	291	288	$  (24,2)2,5, 11/2 \rangle$
3/2	337	200	$  (24,2)2,2, 3/2 \rangle$
5/2	392	342	$  (24,2)2,3, 5/2 \rangle$
9/2	571	728	$  (24,2)2,5, 9/2 \rangle$
1/2	1076	1043.7	$0.9961   (24,2)0,0, 1/2 \rangle + 0.0878   (28,0)0,0, 1/2 \rangle$
3/2	1140	1250.9	$0.9959   (24,2)0,2, 3/2 \rangle - 0.0264   (26,1)1,2, 3/2 \rangle - 0.0871   (28,0)0,2, 3/2 \rangle$

实验值 Eexp 取自 Nucl. Data Sheets Vol. 27 (1979), 155, A = 80 kev; B = 17 kev;

$$C = -40 \text{ kev}, D = -296 \text{ kev}. \quad \frac{\sum_i |E_{th_i} - E_{exp_i}|}{\sum_i E_{exp_i}} < 13\%$$

按超对称理论<sup>1-2)</sup>, 还应存在如下的超多重态:



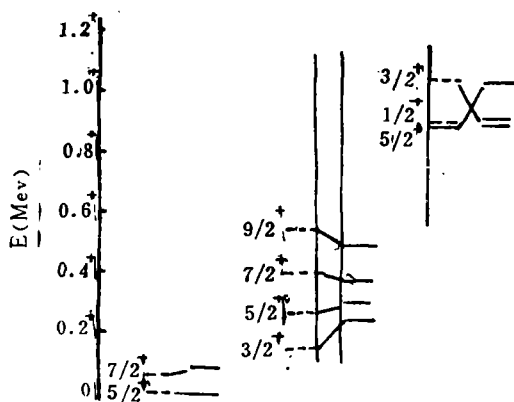


图1  $^{155}_{63}\text{Eu}$  的能谱(虚线为理论值  $E_{th}$ )

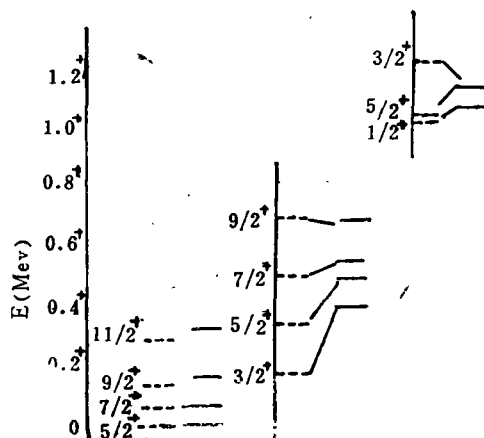


图2  $^{156}_{63}\text{Eu}$  的能谱(虚线为理论值  $E_{th}$ )

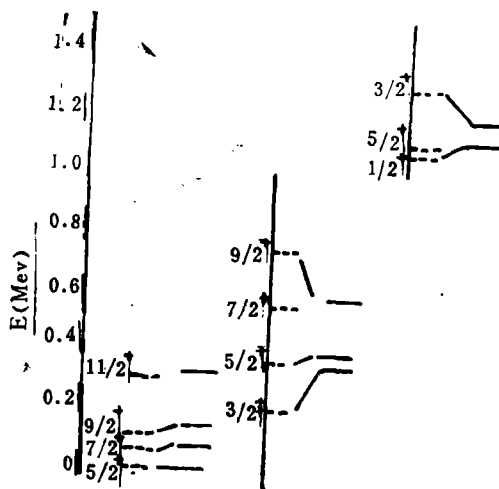


图3  $^{158}_{63}\text{Eu}$  的能谱(虚线为理论值  $E_{th}$ )

在能谱方面, 以前的工作已进行了一些讨论<sup>[6]</sup>。现从基态结合能方面进行检验。

考虑到这几个紧邻的超重态内核素的质量数接近, 可认为各个超重态的能量参数值近似相等<sup>[1]</sup>, 则可得到:

$$\begin{aligned} E_0(I, M=1) - 2E_0(I-1, M=1) + E_0(I-2, M=1) \\ = E_0(I, M=0) - 2E_0(I-1, M=0) + E_0(I-2, M=0) \end{aligned} \quad (5)$$

及

$$\Delta E_0(I) - \Delta E_0(I-1) = \Delta E_0(I-1) - \Delta E_0(I-2) \quad (6)$$

其中  $E_0$  为基态结合能, 而  $\Delta E_0(I) = \Delta E_0(I, M=1) - \Delta E_0(I, M=0)$ 。从已知实验数据<sup>[7]</sup> 即可算出 (以  $^{155}_{63}\text{Eu}$  等直接表示其质量过剩值):

$${}^{157}_{83}\text{E}_u - 2 {}^{155}_{83}\text{E}_u + {}^{153}_{83}\text{E}_u = 0.822 \text{ Mev}$$

$${}^{158}_{84}\text{G}_d - 2 {}^{156}_{84}\text{G}_d + {}^{154}_{84}\text{E}_u = 0.677 \text{ Mev}$$

以及

$$\Delta E_0(13) = {}^{157}_{83}\text{E}_u - {}^{158}_{84}\text{G}_d = 1.226 \text{ Mev}$$

$$\Delta E_0(12) = {}^{155}_{83}\text{E}_u - {}^{156}_{84}\text{G}_d = 0.711 \text{ Mev}$$

$$\Delta E_0(11) = {}^{153}_{83}\text{E}_u - {}^{154}_{84}\text{G}_d = 0.341 \text{ Mev}$$

可见(5)式和(6)式基本满足。相对每个核素的质量过剩值 $\sim 70 \text{ Mev}$ ，其相对误差  $E_r < 1\%$ 。

## 附 言

感谢江苏化工学院基础部及苏州大学核物理研究室对本工作的关心和支持!

## 参 考 文 献

- [1] A.B. Balantekin et. al., Nucl. Phys., A 370 (1981), 284.
- [2] A.B. Balantekin et. al., Phys Rev., C 27 (1983), 1761.
- [3] F. Jachello ed., Interacting Bosons in Nuclear Physics. (Plenum, N.Y.) (1979).
- [4] F. Jachello ed., Interacting Bose-Fermi Systems in Nuclei. (Plenum, N.Y. and London, (1979).
- [5] 邵毅平, “ $E_u$ - $G_d$  区域的破缺  $U(3)$  限  $U(6/12)$  模型”, 《高能物理与核物理》, 11 卷第 3 期 (1987).
- [6] B. G. Wybourne, 《典型群及其在物理学上的应用》, 科学出版社 (1982).
- [7] 《核素数据手册》, 原子能出版社 (1981).

## Break Up $U(3)$ to Limit Model $U(6/12)$ (二)

Shao Yiping

## ABSTRACT

This article has calculated the energy spectrum of fourisotope  $63 \text{ E}_u$  by using over-symmetrical break up  $U(3)$  to limit model  $U(6/12)$  according to the theory IBFM. And it has tested the relevant over-multiple state in the binding energy of the elemental state.