

带约束粘弹性阻尼层结构的动态模型

宗 福 开

摘 要

本文从工程应用的观点,对约束层粘弹性阻尼结构的动态模型作了综述,它包括粘弹性材料的物理、数学模型,粘弹性阻尼结构的两种型式以及阻尼结构的动态模型及其动力分析方法。文中还对某些感兴趣的问题进行了讨论。

粘弹性铺层结构可用于较宽频率范围内控制结构的振动,因此,它在噪声和振动控制各个领域得到了广泛的应用。从1959年约束层阻尼装置问世以来^[1],国内外对此作了广泛的研究,国外很多大学的试验室开展振动和噪声控制的研究工作,很多公司研究振动控制技术,出售阻尼产品,取得了很大的成功,并收到了明显的经济效益^[2]。我国起步较晚,仍处在研究、试制和小批量生产阶段。众所周知,粘弹性材料的本构关系十分复杂,不仅具有复杂的时变、温变和频变特性,它的拉和压的弹性模量也是不一样的,而由这种材料组合而成的阻尼结构的动力分析当然更具复杂性,到目前为止,基本上都采用近似的分析模型来设计阻尼结构参数。这样,一方面使分析结果与实测有一定的误差;另一方面,对复杂阻尼结构的分析和设计仍很麻烦而且费钱。因此,如何建立合理而有效的动态模型是研究阻尼结构的主要问题。本文就粘弹性材料的性质、约束粘弹性层结构的合理形式,以及阻尼结构动态模型的建立等问题作一简要的综述。

一、粘弹性材料的力学性质

粘弹性阻尼结构的减振性能主要取决于所采用的粘弹性材料,这种材料通常指的是高聚物材料,它是由成千上万的单体分子共聚或缩聚而成,当受到外力作用时,表现出固体的弹性和流体的粘性的中间状态,它的分子链一方面可以拉伸,另一方面产生链段的滑移,耗散能量,以热能形式消散,从而起到减振吸声的作用,但这种耗散能量的机制非常复杂。因此,从本质上说,粘弹性阻尼材料是一种具有非线性本构关系,并随温度、频率、变形量等变化的材料,要完整地描述是十分困难的,也是不必要的。

描述弹性固体的最简单的本构关系是应力与应变间的线性弹性律(虎克定律),而描述粘性液体的最简单的本构关系是应力与速度梯度间的线性粘性律(牛顿定律),在小变形条件下,它们的一维形式分别可表示为

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.1)$$

$$\sigma = \eta \frac{\partial v}{\partial x} = \eta \dot{\varepsilon} \quad (1.2)$$

对于既有弹性又具有粘性性质的高聚物阻尼材料, 可以想像成是线性固体和线粘性体的某种线性组合, 称为线性粘弹性体, 其本构方程的一般形式可表示为

$$\sum_{i=0}^m a_i \frac{\partial^i \sigma}{\partial t^i} = \sum_{i=0}^n b_i \frac{\partial^i \varepsilon}{\partial t^i} \quad (1.3)$$

式中 a_i , b_i 均为材料常数。

方程 (1.3) 在频域内的表达式为

$$\sigma_0 = \varepsilon_0 \frac{\sum_{i=0}^n b_i (j\omega)^i}{\sum_{i=0}^m a_i (j\omega)^i} \quad (1.4)$$

式中 $j = \sqrt{-1}$, ω 为圆频率。

从方程 (1.3) 和 (1.4) 可以看出, m 和 n 的值取得愈大, 该方程愈能真实地反映实际高聚物的性质。文献^[3]对国产 ZN-1 型粘弹性阻尼材料在 20 个不同温度, 每个温度下取七个频率时的复模量实测数据, 进行温度折算处理后作如式 (1.4) 的曲线拟合, 分别取 $m = n = 2, 3, 4, 5$ 四种情况, 取得了不同曲线拟合参数。显见, n 值愈大, 拟合得愈好。

由于方程 (1.4) 中的 a_i 、 b_i 通常为复数, 所以可改写为

$$\sigma_0 = (E' + jE'')\varepsilon_0 \quad (1.5a)$$

$$\text{或} \quad \sigma_0 = E(1 + j\beta)\varepsilon_0 \quad (1.5b)$$

式中 β 称阻尼材料的损耗因子。

E 、 β 均为随温度和频率变化的材料常数。

利用式 (1.5) 求阻尼材料的瞬态响应将带来困难, 工程上常把 E 、 β 当作常量来近似处理。

滞迟回线模型是确定损耗因子 β 的常用方法, 因为阻尼材料在 $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t$ 作用下的 $\sigma \sim \varepsilon$ 试验曲线为滞迟回线, 如图一所示, 如把它近似看作椭圆, 则有

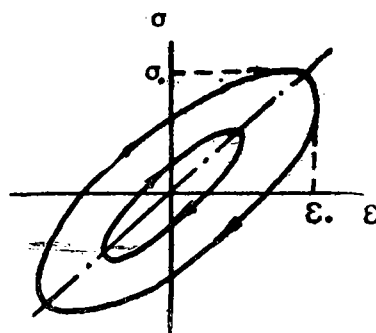
$$\beta = -\frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W}{W} \quad (1.6)$$

式中 W ——最大弹性变形

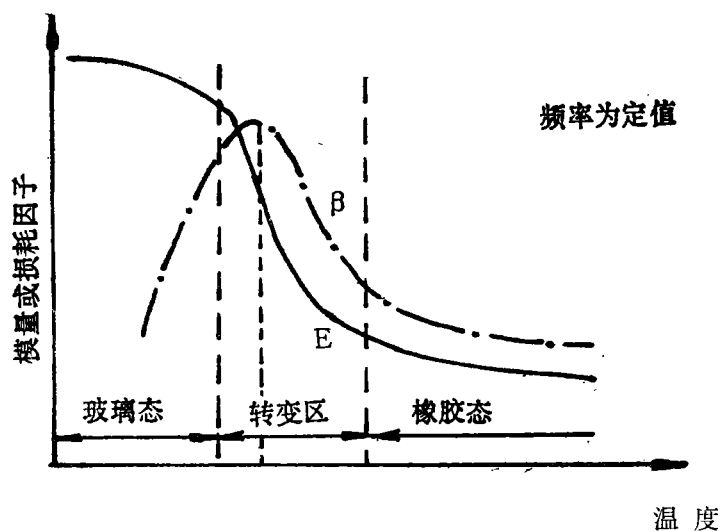
$$\text{功 } W = \frac{1}{\pi} E \varepsilon_0^2$$

ΔW ——滞迟回线包围的面积, 即每循环一周材料所耗散的能量, $\Delta W = \pi \beta E \varepsilon_0^2$

常用的粘弹性阻尼材料有两类, 一类是以橡胶为主的阻尼橡胶材料, 如丁腈胶/酚醛树脂体系及丁基胶/SP 1055 树脂体系等, 另一类是以增塑的聚醋酸乙烯酯和丙烯酸酯多元共聚物组成的自粘合阻尼材料。这些阻尼材料的性质均随温度和频率变化, 图二表示了在某频率下, E 和 β 随温度 T 的变化曲线。在计算阻尼结构动态响应时, 应根据图二的特点选取适合的阻尼材料, 并建立合理的动态模型, 计入材料性能随温度和频率的变化。



图一 滞迟回线



图二 E、β 随 T 的变化曲线

目前, 开发在较大频率范围和温度范围复盖的高阻尼性能的高分子材料, 研究分子结构添加剂的形状和比重等与衰减性能的相关性, 是当前研究粘弹性阻尼材料的主要任务。除此之外, 改善阻尼材料的导热性、抗老化以及粘接性能等也是一个重要的研究内容。

二、粘弹性阻尼构件的两种基本形式

有了较好的粘弹性材料还不够, 还应让它在结构上经济而有效地加以利用, 也就是说要使带有粘弹材料的结构在变形过程中具有最佳的阻尼性能, 通常用结构损耗因子 η_s 来量化

$$\eta_s = D_s / 2\pi U_s \quad (2.1)$$

式中 U_s ——通过一个变形循环结构中所贮存的能量。 D_s ——一个变形循环中结构所损耗的能量。显然, η_s 愈大, 结构变形过程中吸收的能量愈多, 也就达到了减振降噪的目的。

怎样形式的阻尼结构具有较大的 η_s 呢? 我们从拉压构件、挠曲构件及其它形式的自由层和约束层两种结构形式的 η_s 来作一分析。

(一) 拉压构件^[2]

如图三(a)和(b)所示, 为承受轴向变动力 P 的粘盖有粘弹性材料(图三(b)还附有约束层)的拉压杆件, 如构件材料弹性模量为 E , 厚度 h , 粘弹材料复模量 $E^* = E_1 + iE_2$ (或 $G^* = G_1 + iG_2$), 厚度 t , 当作为准静态分析时, 两种情况的整个结构的损耗因子 η_s 分别为

自由层阻尼构件(a)

$$\eta_s = \frac{tE_2}{Eh + E_1t} \approx \frac{E_2}{E} \frac{t}{h} \quad (2.2a)$$

约束层阻尼构件(b) (刚性约束层)

$$\eta_s = \frac{\pi G_2 L^2}{3t \left(\frac{Eh}{2} + \frac{G_1 L^2}{6t} \right)} \quad (2.2b)$$

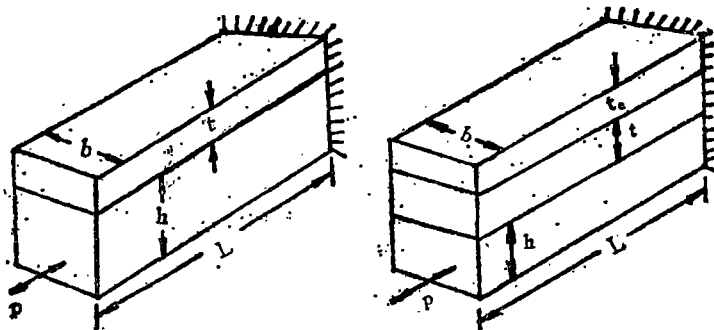
$$\approx \frac{2\pi}{3} \frac{G_2}{E} \frac{L^2}{th}$$

约束层阻尼构件 (c)

$$\eta_s = \frac{G_2}{E} \frac{L^2}{th} \frac{F(\beta_1)}{\frac{1}{1 + \frac{t_c E_c}{hE}} + \frac{L^2}{th} \operatorname{Re} \left\{ \frac{G^*}{E} \frac{\tan i \beta_1}{i \beta_1^3} \right\}} \quad (2.2c)$$

式中 $F(\beta_1) = -\frac{1}{2} \frac{I_m \{ \tan(i\beta_1)/(i\beta_1) \}}{\operatorname{Re} \{ \beta_1 \} I_m \{ \beta_1 \}} \quad (2.2d)$

$$\beta_1^2 = \frac{G^*}{t} \left\{ \frac{1}{hE} + \frac{1}{t_c E_c} \right\} L^2$$



(a) 自由层

(b) 约束层

图三 阻尼构件的两种形式

比较方程 (2.2a) 与 (2.2b), (2.2c) 可以看到, 当采用了复盖约束层后, 可使阻尼材料得到有效利用, η_s 大为增加, 我们把图三 (b) 的构件称为带约束层粘弹性阻尼夹层结构。当然, 并不是所有阻尼结构都必须采用约束层的形式。

(二) 挠曲构件⁽²⁾

我们仍考虑如图三 (a)、(b) 两种梁, 假定在横向荷载下梁各层挠曲半径均相同, 各层厚度不变, 并远小于曲率半径, 则可以推出在准静态时两种情况的整个结构的损耗因子 η_s , 它们分别为

对于自由层构件:

$$\eta_s = \frac{E_2}{E} \left(3 \frac{t}{h} + 6 \frac{t^2}{h^2} + 4 \frac{t^3}{h^3} \right) \quad (2.3a)$$

对约束层阻尼构件:

$$\eta_s = 3(1-\nu^2) \left(\frac{G_s L^2}{E t h} \right) F(CL) \quad (2.3b)$$

($\nu=0$ 为梁的情况)

式中

$F(x)$ 同 (2.2d) 式

$$C^2 = \frac{G^*}{t} \left\{ \frac{d^2}{t D_t} + \frac{1}{E_c t_c} + \frac{1}{E h} \right\}$$

其中

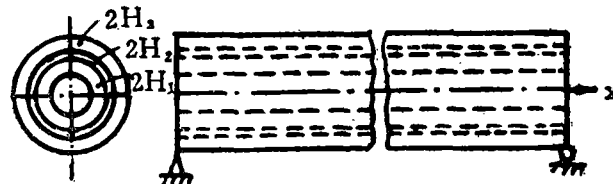
$$d = t + \frac{t_c + h}{2}$$

$$D_t = \frac{E_c t_c^3 + E h^3}{12(1-\nu^2)}$$

比较式 (2.3a) 和 (2.3b) 可以看出, 如拉压构件一样, 采用复盖层后, 粘弹阻尼材料承受了剪切变形, 从而得到了充分利用, 达到了以较少阻尼材料取得较高的结构损耗因子 η_s 的目的。

(三) 空心圆管阻尼构件^[4]

如图四所示为一外径为 $2R_1$ 的圆管, 外包一层粘弹材料, 再用一约束圆管包住, 其内径为 $2R_3$ 。当产生弯曲自由振动时, 假定阻尼层仅承受剪切变形, 则阻尼圆管的运动方程为八阶齐次常微分方程



图四 空心分层约束阻尼梁

$$\begin{aligned} & \{D^8 L_3 + D^6 [L_4 + S_1 L_3 - L_1] + D^4 [L_5 + S_1 L_4 + S_2 L_3 - L_1 S_3 - L_2] \\ & + D^2 [S_1 L_5 + S_2 L_4 - L_1 S_4 - L_2 S_3] + S_2 L_5 - L_2 S_4\} y = 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

式中 $D^n = \frac{d^n}{dx^n}$, S_i, L_i 为与结构和频率有关的函数。

当构件为无穷长或两端简支时, 其变形曲线为 $y = y_0 \sin px$, 代入 (2.4) 式即得复数频率方程, 从而求得阻尼结构的频率及相应的损耗因子。计算结果表明, 低阶频率的损耗因子远小于阻尼材料的损耗因子 β , 而较高阶的损耗因子与几何参数无关, 始终等于阻尼材料的损耗因子 β 。

当圆管截面的壁厚比其半径小得多时, 内外两管视为相同, 利用能量法可求得这一简化模型的频率和损耗因子

$$\lambda_{11} = \frac{\rho_1 \omega_1^2}{E} = \frac{2\pi^5 \delta_1 d^4}{1 + \frac{\pi^2 d^2}{2} (1 - 2\delta_1)} \quad (2.5)$$

$$\lambda_{12}^* = \lambda_{12} (1 + i \eta_s)$$

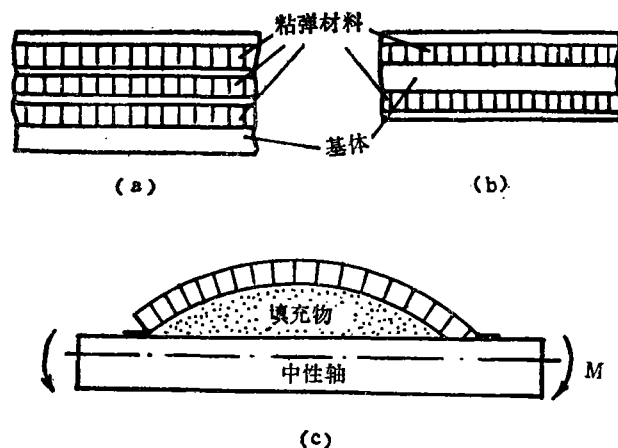
式中

$$\lambda_{12} = \lambda_{11} + \frac{4G_1}{E\delta_2} \left[\frac{4 + \pi^2 d^2}{4 + 2\pi^2 d^2 (1 - 2\delta_1)} \right] \quad (2.6a)$$

$$\eta_s = \frac{\beta}{\lambda_{12}} \left\{ \frac{4G_1}{E\delta_2} \left[\frac{4 + \pi^2 d^2}{4 + 2\pi^2 d^2 (1 - 2\delta_1)} \right] \right\} \quad (2.6b)$$

(四) 其它形式的阻尼结构

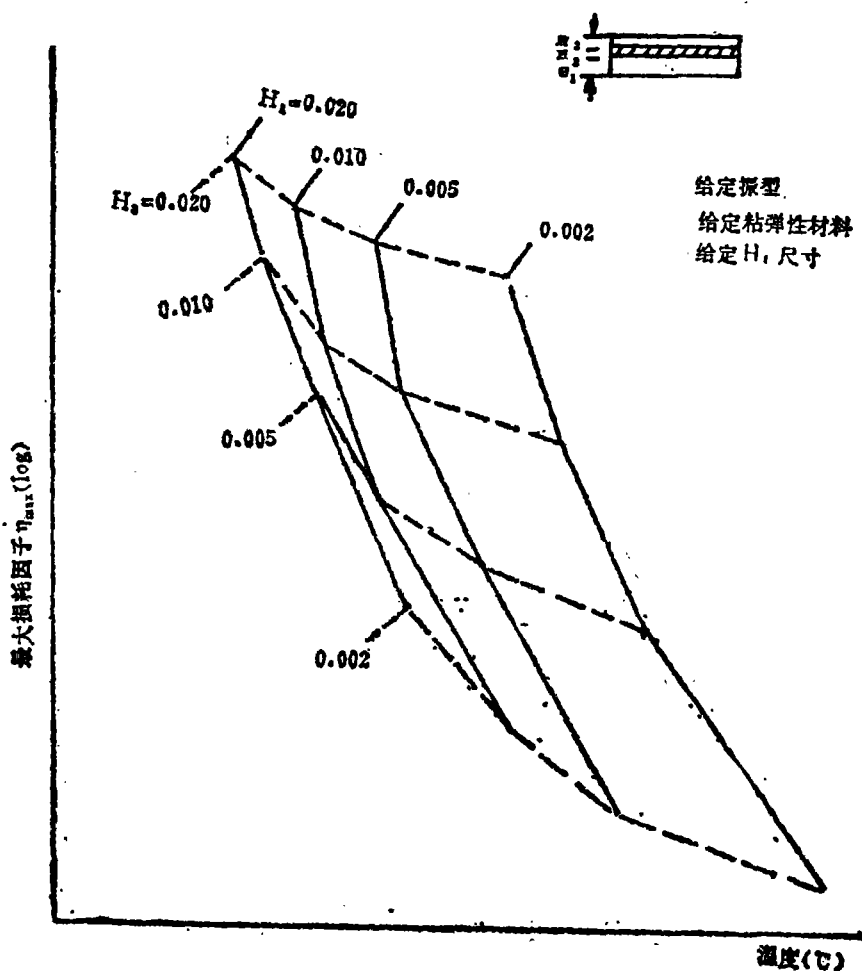
为了拓宽约束阻尼结构的使用温度, 并提高高频区的减振效果, 国外已研制出多层薄阻尼约束层构件及带有填充料的拱形阻尼块, 如图五所示。其它形式的阻尼结构也应运而生, 这里不再介绍了。



图五 阻尼构件的其它形式

三、带约束粘弹性阻尼的复杂结构的动力分析方法

在实际工程中, 我们面临的是复杂的结构, 当需要减振降噪时, 就要对它进行动力分析, 因为在设计这种结构时通常采用所谓“阻尼结构参数图”^[5], 如图六为三层约束阻尼结构在给定振型, 给定粘弹材料, 给定结构尺寸 H_1 时的设计参数图, 利用该图可根据所需扼制的结构某个剧烈的振型, 来设计约束层和阻尼层厚度 H_2 和 H_3 。制作阻尼结构参数图需通过对阻尼结构的动力分析才能得到, 如图六就需要对三层约束阻尼结构作模态分析, 在每一种 H_2, H_3 组合下, 在某给定振型下画出一条 $\eta_s \sim T$ 曲线, 其 $\eta_{s, \max}$ 与相应的 T 作为图上一一点, 图六由 16 组这样的计算结果作出的。因此, 如何有效地进行阻尼结构的动力分析是当前振动控制的一个重要研究课题。目前阻尼结构动力分析有如下几种方法:



图六 阻尼结构设计参数图

(一) 经典的精确解法

对于简单的梁、板阻尼结构, 可以利用弹性动力学的基本方法求解偏微分运动方程导出闭合解, 求得结构损耗因子 η 与温度 T 的关系 (因为 β 随 T 而变) 五层简支粘弹性阻尼板的 η 表达式为

$$\eta_s = \{ a [dG_2G_4(\eta_2 + \eta_4) + (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)(G_4\eta_4h_2d_4^2 + G_1\eta_2h_4d_2^2)] - b [dG_2G_4(1 - \eta_2\eta_4) + (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)(G_4h_2d_4^2 + G_2h_4d_2^2)] \} \times \\ \{ D(a^2 + b^2) + [dG_2G_4(1 - \eta_2\eta_4) + (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)(G_4h_2d_4^2 + G_2h_4d_2^2)]a + b[dG_2G_4(\eta_2 + \eta_4) + (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)(G_4\eta_4h_2d_4^2 + G_2\eta_2h_4d_2^2)] \}^{-1} \quad (3.1)$$

式中 λ_1, λ_2 为板 x, y 方向的波数

a, b, d, h, D 均为与板尺寸分类的参数。

η_2, η_4, G_2, G_4 为阻尼材料的损耗因子和剪切模量

应当指出,在用偏微分方程求解时通常均假定阻尼材料为不随频率变化的复模量。

(二) 有限元复模态分析方法

对于较复杂的阻尼结构及复杂的边界条件,常常难以求得理论解,有限元离散化方法是有力的工具,如把阻尼材料的刚度用复刚度,即 $G^* = G(1 + i\beta)$ 表示,则阻尼结构的离散化运动方程为

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K^*]\{X\} = \{P(t)\} \quad (3.2)$$

式中 $[M]$ 为阻尼结构质量矩阵

$[K^*]$ 为阻尼结构复刚度矩阵

$\{X\}$ 为结点位移矢量

$\{P(t)\}$ 为结点荷载矢量

方程(3.2)的特征方程为

$$[K^*]\{\psi_r^*\} = \lambda_r^*[M]\{\psi_r^*\} \quad (3.3)$$

式中 λ_r^* , $\{\psi_r^*\}$ 为第 r 阶复特征值和复特征矢量。它们是共轭成对出现。

$$\text{取变换 } \{X\} = \{\psi^*\}\{\xi\} \quad (3.4)$$

利用 $\{\psi_r^*\}$ 的正交性,可得

$$[M_{rr}]\{\ddot{\xi}\} + [K_{rr}^*]\{\xi\} = \{F_r(t)\} \quad (3.5)$$

式中

$$M_{rr} = \{\psi_r^*\}^T [M] \{\psi_r^*\}$$

$$K_{rr}^* = \{\psi_r^*\}^T [K^*] \{\psi_r^*\}$$

$$F_r(t) = \{\psi_r^*\}^T \{P(t)\}$$

把 K_{rr}^* 写成

$$K_{rr}^* = K_{rr}(1 + i\eta_r \zeta^{(r)}) \quad (3.6)$$

式(3.6)中 $\eta_r \zeta^{(r)}$ 即为阻尼结构的第 r 阶振型下的损耗因子。

文献[6]采用式(1.3)的粘弹材料本构关系用有限元法求解阻尼结构动力特性,并证明了纯粘弹性结构的阻尼特性与粘性比例阻尼类似,使结构模态向量退化为实向量,系统能在该实模态向量空间中被解耦,使粘弹性阻尼结构的动力分析大为简化。

(三) 模态应变能法

模态应变能法的原理是:对于一个给定的振动模态,整个阻尼结构的损耗因子 $\eta_r^{(r)}$ 与粘弹性材料损耗因子 β 的比值,等于粘弹材料的弹性应变能与整个结构中总应变能之比,即

$$\frac{\eta_r^{(r)}}{\beta} = \frac{U_v^{(r)}}{U_e^{(r)}} \quad (3.7)$$

式中 $\eta_s^{(r)}$ ——阻尼结构第 r 阶振型损耗因子

β ——粘弹性材料的损耗因子

$U_v^{(r)}$ ——结构第 r 阶无阻尼振型下, 粘弹材料中所积蓄的应变能。

$U_s^{(r)}$ ——结构第 r 阶无阻尼振型下, 整个阻尼结构的弹性应变能。

并有

$$\eta_s^{(r)} = \beta \frac{\sum_{e=1}^n \phi_e^{(r)T} K_e \phi_e^{(r)}}{\phi^{(r)T} K \phi^{(r)}} \quad (3.8)$$

式中 $\phi^{(r)}$ ——结构第 r 阶无阻尼振型向量

$\phi_e^{(r)}$ ——从 ϕ 中删去与粘弹材料结点运动无关的所有矢量所形成的第 e 个子矢量。

K ——阻尼结构的刚度矩阵

K_e ——第 e 个粘弹性单元的单元刚度矩阵

式 (3.8) 暗示了结构阻尼可以用一个模态损耗因子来描述, 它是与每一个无阻尼振型和频率有关, 这就相当于作了这样的假定, 即结构的阻尼矩阵是质量矩阵和刚度矩阵的线性组合。应当指出, 式 (3.8) 表示的 $\eta_s^{(r)}$ 与 β 的正比关系只是在 $\beta \ll 1$ 时才正确, 但在工程实用上已具有足够的精度。在美国等国家已把模态应变能法用于设计复杂阻尼结构, 编成软件与相应测试计算设备一起商品化。

(四) 有限元摄动法^[7]

上述有限元复模态分析法及模态应变能法都是假定阻尼材料的性质与频率无关的, 这对取得阻尼结构的最佳阻尼以选择合适的粘弹性材料及设计阻尼结构的尺寸将带来很大的麻烦。有限元摄动法是基于带约束粘弹性结构系统的本征值问题的二次摄动, 第一次是对复本征值系统, 第二次是对实本征值系统进行的, 这就使阻尼结构的动力分析完全建立在实本征值计算的基础上, 从而大大提高了计算效率。

方程 (3.2) 中的复刚度矩阵 $[K^*]$ 可写为

$$[K^*] = [K] + i [K_{DR}] \quad (3.9)$$

式中 $[K] = [K_s] + [K_{DR}]$

$[K_s]$ ——结构基层和约束层形成的刚度矩阵

$[K_{DR}]$ ——粘弹性层的实模量形成的矩阵

$[K_{DI}]$ ——粘弹性层的虚模量形成的矩阵

由于阻尼材料的模量要比工程结构材料的模量小 $10^{-5} \sim 10^{-1}$, 所以 $[K_{DI}]$ 的元素值比 $[K]$ 的小得多, 这样 (3.9) 式可写为摄动形式

$$[K^*] = [K] + [\Delta K] \quad (3.10)$$

因为 $G^* = G_R (1 + \beta i)$, 所以, $[\Delta K] = i \beta [K_{DR}]$, 它表示复矩阵 $[K^*]$ 与相应实矩阵 $[K]$ 的偏差值, 根据摄动理论, (3.3) 式的解可写为如下级数

$$\lambda_r^* = \lambda_r + \Delta \lambda_r + \dots \quad (3.11 a)$$

$$\{\psi_r^*\} = \{\psi_r\} + \{\Delta \psi_r\} + \dots \quad (3.11 b)$$

式中 λ_r , $\{\psi_r\}$ 相应于如下实特征方程

$$[K] \{\psi_r\} = \lambda_r [M] \{\psi_r\} \quad (3.12)$$

把式 (3.10)、(3.11) 代入 (3.2), 并考虑到 (3.12) 式, 可得

$$\Delta \lambda_r = \frac{\{\psi_r\}^T [\Delta K] \{\psi_r\}}{\{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\}} \quad (3.13)$$

利用文献 [9] 中的方程

$$\lambda_r^* = \lambda_r (1 + i \eta_r^{(*)}) \quad (3.14)$$

可以推出

$$\eta_r^{(*)} = \beta \frac{\{\psi_r\}^T [K_{DR}] \{\psi_r\}}{\{\psi_r\}^T [K] \{\psi_r\}} \quad (3.15)$$

如果 $[K]$ 、 $[K_{DR}]$ 取为常数, 则上式与模态应变能法的方程 (3.8) 相同, 但由于粘弹性材料的实剪切模量 G_R 随频率而有较大变化, 即 (3.15) 式中 $[K]$ 与 $[K_{DR}]$ 是 G_R 的函数。可再次利用摄动法, 假定当 $G_R \rightarrow G_R + \Delta G_R$ 时, $\bar{\lambda}_r \rightarrow \lambda_r$, $\{\bar{\psi}_r\} \rightarrow \{\psi_r\}$, 由台劳级数

$$\bar{\lambda}_r = \lambda_r + \frac{\partial \lambda_r}{\partial G_R} \Delta G_R + \dots \quad (3.16)$$

$$\{\bar{\psi}_r\} = \{\psi_r\} + \left\{ \frac{\partial \psi_r}{\partial G_R} \right\} \Delta G_R + \dots$$

经一系列运算, 可得到

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial G_R} = \{\psi_r\}^T \left[\frac{\partial K}{\partial G_R} \right] \{\psi_r\} \quad (3.17 a)$$

$$\left\{ \frac{\partial \psi_r}{\partial G_R} \right\} = \sum_{i=1}^N a_{ri} \{\psi_i\} \quad (3.17 b)$$

式中

$$a_{ri} = \frac{\{\psi_i\}^T \left[\frac{\partial K}{\partial G_R} \right] \{\psi_r\}}{\lambda_r - \lambda_i} \quad (r \neq i)$$

$$a_{rr} = 0$$

利用式 (3.16)、(3.17) 就解决了粘弹材料模量随频率变化的问题。计算实例说明, 在很宽的 ΔG_R 值范围内, 取一阶摄动就可以得到很高精度的计算结果, 但高频性能仍有待进一步改进。

从上述三个方面的分析说明, 阻尼结构的分析和设计的关键在于建模, 而建模又主要取决于阻尼材料的本构方程。目前, 我国一方面对阻尼材料开发较少, 对其物理性质的识别仍

处于初期, 同时由于研究高分子材料与阻尼结构设计分析之间有些脱节, 因此, 开展阻尼材料本构方程的基础研究并使其实用化是当前发展我国阻尼材料及振动控制的一个重要问题。另一方面, 创造新型的阻尼结构形式, 深入研究复杂阻尼结构动态分析的解析方法, 提高数值计算的精度, 把阻尼结构有限元分析程序纳入我国已推广的通用程序之中, 也是摆在我们面前的重要任务。

参 考 文 献

- [1] E.M. Kerwin Damping of Flexural waves by a Constrained Viscoelastic Layer J. of the Acoustical Society of America, 1959; 31(7)
- [2] P.J.Torvik Damping Applications for Vibration Control ASME AMD No. 38 1980
- [3] 陈前、朱德懋、关于复合结构振动分析中粘弹性材料本构方程的形式应用力学学报, 1987; 4 (1)
- [4] R.A.Ditaranto Lateral Vibration of a Damped Laminated Hollow Circular Cross-Section Beam Trans of the ASME, J of Eng. for Industry, 1974; 96(3)
- [5] L.C.Rogers & A.D.Nashif Computerized Processing & Numerical Representation of Viscoelastic Material Property Data & Preliminary Constrained Layer Damping Treatment Design 48th Shock & Vibration Bulletin 1977
- [6] 陈前、弹性—粘弹性复合结构动力学研究. 南京航空学院博士论文, 1987.8.
- [7] Cao Xishen, Dai Depei & Ku Chunghsien Finite Element Predication and Design of Structures Attached with Constrained Viscoelastic Layers Proc. of The Int. Conf. on Vib. Problems in Eng. pp 170-184. June. 1986.

Dynamical Models of the Structures with Constrained Viscoelastic Damped Layers

Zong Fukai

ABSTRACT

The aim of this paper is to briefly review the present state of the art, from an engineering application, of Dynamical models of Structures with constrained viscoelastic damping. It includes physical and mathematical modeling of viscoelastic material, two types of the viscoelastic damped structure and Dynamical Analysis methods of the damped structure. In this paper, some interesting problems are also discussed.