

文章编号: 1005-8893(2001)02-0054-03

钢表面片状珠光体分数维计算*

江兴方

(江苏石油化工学院 信息科学系, 江苏 常州 213016)

摘要: 利用多媒体计算机扫描金属相谱中含碳量不同的钢表面的图片, 运用图形处理软件 Photoshop 等工具处理图片, 从表面分形 Hausdorff-Besicovitch 维数确定的方法出发, 确定含碳量不同的钢表面片状珠光体的分数维数值, 并利用计算机将一个正方形等分为 25 个正方形, 分别保留 10、15 和 19 块, 在保留的正方形中继续进行相同的操作, 最后形成的分形, 其维数是 1.431、1.683 和 1.829, 分别与 20 号钢、40 号钢和 60 号钢表面片状珠光体维相同。

关键词: 表面分形; 片状珠光体; Hausdorff-Besicovitch 维

中图分类号: O 241.1 文献标识码: A

在 1967 年, 法国数学家比诺埃特·曼德布罗特 (Benoit B. Mandelbrot) 在国际权威的美国《科学》杂志上提出“英国海岸线有多长?”的问题, 引入了分形的概念。曼特布罗德写道:“分形的维数定义成 Hausdorff-Besicovitch 维 (下称分数维), 超过了拓扑维数值, 每一个具有非整数维数的都是分形”^[1]。分形的共同特征是, 分形的维数不是整数维, 而是分数维, 维数是小数。在物理现象中, 湍流、相变、混沌吸引子、电介质击穿、腐蚀的金属表面、……, 存在着分形问题^[2], 在化学上, 电化学沉积、催化剂表面等, 以及在铜置换硝酸银中的银实验中呈现分形, 在铜的表面呈现出树枝状的结晶, 树干上有树枝, 树枝上还有更小的树枝……。在天文、地质、气象、医学甚至在经济等领域, 到处能看到分形的例子, 分形的研究已经渗透到自然、社会的各个角落。

文献 [3] 讨论了分形对断裂面进行定量标量, 有助于研究断裂、疲劳等问题。文献 [4] 利用 Fractal 理论导出了反应维, 说明了分形维数与化学反应有关, 研究分数维是多相催化几何因素的一种工具。

1 表面分数维确定的方法

1.1 边缘维数确定方法

对于 Koch 曲线, 设原长为 L_0 , 等分成 3 份后, 取中间一线段为边长向外作正三角形的两条边与原直线上的二个线段构成一个四个线段的折线, 并且按照这种方式操作下去, 第 k 次操作时线段数目记为

$$N_k = 4^k = 3^{kD}$$

式中 D 称为 Hausdorff-Besicovitch 边缘维数。我们将后一次操作与前一次操作的长度之比称为 $r_0 = 1/3$, 第 k 次操作的长度为 $r_0^k L_0$, 则

$$N_k = r_0^{-kD} = r_k^{-D}$$

第 k 次操作后的总长度为

$$L_k = N_k \cdot r_0^k L_0 = (r_0^k)^{1-D} L_0 \quad (1)$$

利用边缘维数的计算式 (1), 文献 [5] 给出了中国的海岸线分数维是 1.25 ± 0.02 , 文献 [1] 给出了英国海岸线分数维为 1.25, 德国为 1.15, 西班牙为 1.14, 葡萄牙为 1.14, 澳大利亚为 1.13, 南非为 1.02。

1.2 表面维数确定方法

对于谢尔宾斯基“地毯”, 将一个边长为 L_0

* 收稿日期: 2000-10-10

作者简介: 江兴方 (1963-), 男, 江苏武进人, 副教授, 主要从事多媒体物理软件开发研究。

的正方形等分成 9 个小的正方形, 每一个小的正方形的边长为原边长的 $r_0=1/3$ 倍, 去掉中间的一个小正方形, 第 2 次操作将其他 8 个小正方形也等分 9 个更小的正方形, 去掉中间的 1 个更小的正方形, 第 k 次操作后, 更小的正方形边长为 $r_0^k L_0$, 更小正方形的个数为 $N_k=r_0^{-kD}$, 总面积为

$$A_{\text{总}}=N_k \cdot (r_0^k L_0)^2 = (r_0^k)^{2-D} L_0^2 \quad (2)$$

$A_{\text{总}}/L_0^2$ 实际上是分形表面占总表面的百分比, 因此谢尔宾斯基“地毯”的 Hausdorff-Besicovitch 表面维数为 1.893。我们只要确定每次操作中的值 $A_{\text{总}}/L_0^2$, 表面分数维数值就可以确定。

2 以不同含碳量的钢表面为例计算其分数维

2.1 图片的处理

利用多媒体计算机从文献 [6] 中扫描 20 号、40 号、60 号钢表面图, 我们使用 Photoshop 进行图片处理, 获得清晰的图, 如图 1~图 3 所示。

以“开始/程序/Adobe/Photoshop 5.0/Adobe Photoshop 5.0”方式, 打开 Photoshop 界面, 以“File/Open”方式, 打开扫描得到的 20 号钢表面图。

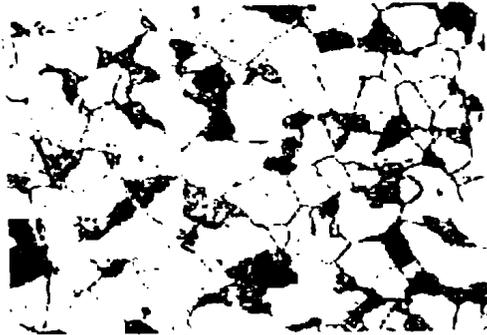


图 1 20 号钢

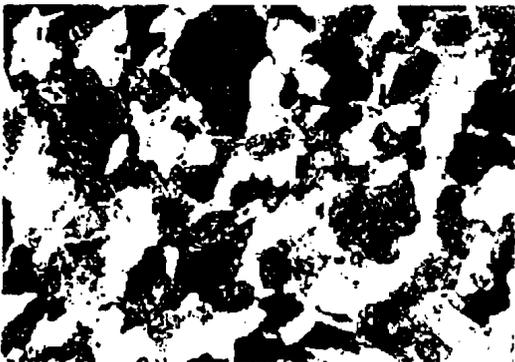


图 2 40 号钢

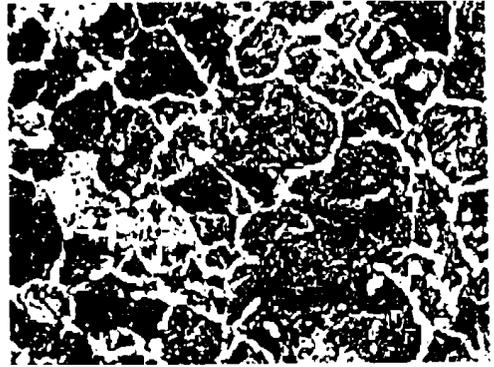


图 3 60 号钢

在 Photoshop 界面, 以“Mode/Gray scale/Flatten”方式, 将图片转换成黑白两色。

以“Mode/Adjust”方式, 选择“Brightness/Contrast”项, 改变图片的明亮度和对比度, 选择“Brightness”为“45”, “Contrast”为“45”。

以“File/Save”方式打开保存对话框, 以“图 1”文件名保存。

同例, 将扫描得到的 40 号和 60 号钢表面图处理后以“图 2”和“图 3”保存。

2.2 表面分数维的计算

图 1 是热轧退火 20 号钢经 4% 硝酸酒精腐蚀后的 200 倍放大图, 图 2 是热轧退火 40 号钢经 4% 硝酸酒精腐蚀后的 200 倍放大图, 图 3 是热轧退火 60 号钢经 4% 硝酸酒精腐蚀后的 500 倍放大图, 图 1~图 3 黑白相间, 具有自相似结构, 呈现分形, 其中白色部分为铁素体, 黑色部分为片状珠光体。我们对扫描处理后的原图以 $2 \times 2 \text{ mm}^2$ 进行分格 (文中已将原图的边缘削去了一部分), 对图 1, 数出格点数为 113, 点阵数为 22×32 。对图 2, 数出格点数为 270, 点阵数为 22×34 。对图 3, 数出格点数为 901, 点阵数为 39×45 。利用表面维数计算式 (2) 确定不同含碳量钢表面片状珠光体分数维数值如表 1 所示。

表 1 不同含碳量钢表面分数维数

钢	20 号	40 号	60 号
片状珠光体维数	1.442	1.692	1.821

3 讨论

利用表面维数确定方法可以确定不同含碳量表面片状珠光体的分数维, 20 号钢、40 号钢、60 号钢表面片状珠光体分数维有着明显的差别。这种方法反过来, 利用钢表面片状珠光体分数维可以判

钢的含碳量和钢的型号。

如图 4 所示, 我们利用计算机将一个正方形等分成 25 个小正方形, 分别保留 10、15、19 个小的正方形, 再在每个小正方形中, 重复进行这样的操

作, 最后得到的图形分数维分别为 1.431、1.683 和 1.829, 正好与 20 号钢、40 号钢、60 号钢表面片状珠光体维数相同, 误差小于 1%。

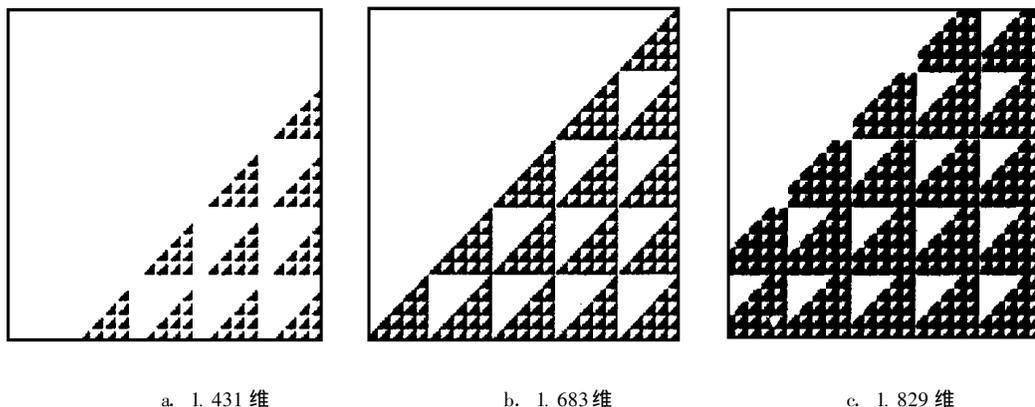


图 4 三种规则几何图形

参考文献:

[1] Volkhard Nordmeier. Fractals in Physics—From Low—Cost Experiments to Fractal Geometry [A]. Hands On—Experiments in Physics Education [C]. Duisburg: Pressed in University of Duisburg, 1999. 112—123.
 [2] 李后强, 程光钺. 分形与分数维 [M]. 成都: 四川教育出版社, 1990.

[3] 李恒德. 分形概念及材料研究中的若干分形现象 [J]. 材料科学进展, 1990, 2 (4): 121—131.
 [4] 林西平, 高佩钰, 邬国英. 异丙醇脱氢过程中 CuO—和 Cu—硅藻土催化剂反应维的研究 [J]. 江苏化工学报, 1991, 3 (3): 7—16.
 [5] 江兴方. 谈谈中国海岸线 [J]. 现代物理知识, 1995, 7 (6): 16—17.
 [6] 杨桂应, 石德珂, 王秀苓, 等. 金相图谱 [M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 1988. 44, 81.

Calculation of the Fractal Dimension of the Lamellar Pearlite on Steel Surface

JIANG xing—fang

(Department of Information Science, Jiangsu Institute of Petrochemical Technology, Changzhou 213016, China)

Abstract: The paper determines the fractal dimension of the steel surface of different quantities of carbonaceous. It scans the photos of phase spectrums of metal with a multimedia computer and handles the photos with Photoshop and calculates the fractal dimension of lamellar pearlite on steel surface by the formula of Hausdorff—Besicovitch surface dimension. It draws three models whose fractal dimensions are equal to that of the lamellar pearlite in steel No. 20, No. 40, and No. 60. The models leave 10, 15, and 19 squares out of 25 squares that are divided from a big square. The same operations continue in the small squares infinitely. Finally the dimension of the models is 1.431, 1.683, and 1.829.

Key words: surface fractal; pearlite; Hausdorff—Besicovitch dimension