

文章编号: 2095—0411 (2011) 01—0048—04

# 单负材料平面微腔结构的共振模研究<sup>\*</sup>

陈婷婷, 张辉霞, 杨 烨, 沈小明, 陈宪锋

(常州大学 数理学院, 江苏 常州 213164)

**摘要:** 利用传输矩阵法研究了由单负材料构成的平面微腔结构的共振模特性。研究表明, 腔模频率主要由腔中介质的物质参数和结构参数来决定。单负材料层的厚度影响共振模的线宽, 随厚度增加而谱线变窄。单负材料损耗的存在, 影响共振模的透射率, 使腔内局域电场减小。选择合适的单负材料层厚度, 可使腔中局域电场达到最大。还研究了斜入射时腔模的偏振特性, 在一定条件下可实现 TM 腔模的全向透射, 用以设计全向滤波器。

**关键词:** 共振模; 传输矩阵; 单负材料; 全向滤波器

中图分类号: O 436

文献标识码: A

## Study of Resonant Modes of a Planar Microcavity Composed of Single—Negative Materials

CHEN Ting—ting, ZHANG Hui—xia, YANG Ye, SHEN Xiao—ming, CHEN Xian—feng

(School of Physics and Mathematics, Chanzhou University, Changzhou 213164, China)

**Abstract:** The resonant mode characteristics of a planar microcavity composed of single—negative materials (SNG) are studied with the transfer matrix method. It shows that the resonant frequency is mainly determined by the material parameters and structure parameters of the dielectric in cavity. However, the line width (FWHM) is affected by the thickness of SNG reflective layer and it tends to be narrow with thickness increasing. The absorption of SNG decreases the transmittance of resonant mode and reduces the local electric field in the cavity. With the appropriate thickness of SNG, the local electric field in the cavity can reach the maximum. The polarization properties of the resonant modes are also studied. Under certain conditions, the omnidirectional transmission of TM resonant mode can be realized, which is useful for designing an omnidirectional filter.

**Key words:** resonant mode; transfer matrix method; single—negative material; omnidirectional filter

近年来特异材料 (metamaterials) 的一些独特性质, 吸引了人们的广泛关注<sup>[1—8]</sup>。目前研究较多的特异材料有单负材料和双负材料。单负材料 (single—negative material, 简称 SNG) 是介电常数  $\epsilon$  和磁导率  $\mu$  中有一个取负值的材料, 其中  $\mu <$

0 的材料称为负  $\mu$  材料 (mu—negative material, MNG), 而  $\epsilon < 0$  的材料则称为负  $\epsilon$  材料 (epsilon—negative material, ENG); 双负材料则是  $\epsilon$ 、 $\mu$  同时为负值, 亦称为左手材料。

利用特异材料构成的周期性结构具有与常规光

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2010—05—16

基金项目: 常州大学科技计划项目资助 (JS200802)

作者简介: 陈婷婷 (1985—), 女, 安徽阜阳人, 硕士生; 通讯联系人: 陈宪锋。

子晶体不同的特性，如与晶格标度、无序度、入射角等无关的全向反射带等<sup>[3,4]</sup>；利用单负材料可构成高品质的窄带滤波器<sup>[5]</sup>、新型波导<sup>[7,8]</sup>等；这些研究通常都是采用数值模拟来进行研究。

由于电磁波在单负材料中传播时是倏逝波，单负材料具有很高的反射率。本文利用单负材料构成一平面微腔结构，研究其腔模特性。利用传输矩阵理论得到了相应的解析表达式，并研究损耗对共振模的影响，在合适的结构参数下可以得到最大的局域电场；此外还研究该结构在一定条件下可实现 TM 模的全向透射，用以制作全向滤波器。

## 1 理论

对于两块相同的单负材料层平行放置的平面微腔结构，一束频率为  $\omega$  的平面单色电磁波以入射角  $\theta$  入射，中间腔中介质层的传输矩阵为<sup>[9]</sup>：

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} \cos\delta & -\frac{i}{\eta}\sin\delta \\ -i\eta\sin\delta & \cos\delta \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中相位  $\delta = k_{z2}d_2 = \frac{\omega}{c}n_2d_2\cos\theta_2$ ，导纳  $\eta = n_2\cos\theta_2$  (TE) 或  $\eta = n_2/\cos\theta_2$  (TM)， $n_2$ 、 $d_2$ 、 $\theta_2$  为介质层的折射率、厚度和折射角。但在两端的 SNG 层中  $k_z$  为虚数，厚度为  $d_1$  的 SNG 传输矩阵可改写为<sup>[4]</sup>：

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_3 = \begin{bmatrix} \cosh q & -\frac{i}{g}\sinh q \\ -ig\sinh q & \cosh q \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中  $q = \frac{\omega}{c}d_1\sqrt{\sin^2\theta - \epsilon_1\mu_1}$ ， $g = \frac{\sqrt{\sin^2\theta - \epsilon_1\mu_1}}{\mu_1}$

(TE) 或  $-\frac{\epsilon_1}{\sqrt{\sin^2\theta - \epsilon_1\mu_1}}$  (TM)。

整个微腔结构的透射率为：

$$T = \frac{4}{|m_{11} + m_{12}\eta_0 + m_{21}/\eta_0 + m_{22}|^2} \quad (3)$$

其中  $\eta_0$  为微腔外侧空气导纳，而  $m_{ij}$  则是矩阵  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1\mathbf{M}_2\mathbf{M}_3$  的矩阵元。

由此可得微腔的共振模频率由下式决定：

$$\tan\delta = \frac{2g\eta(g^2 + \eta_0^2)\sinh 2q}{(g^2 + \eta^2)(g^2 - \eta_0^2) - (g^2 - \eta^2)(g^2 + \eta_0^2)\cosh 2q} \quad (4)$$

若腔中是空气介质，即  $\eta = \eta_0$ ，则简化为：

$$\left(\frac{\eta_0}{g} - \frac{g}{\eta_0}\right)\tanh q \cdot \tan\delta = 2 \quad (5)$$

## 2 结果与讨论

单负材料取负介电常数 (ENG) 材料， $\epsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ ， $\mu_1 = 1$ ， $\omega_p$  为等离子体频率<sup>[10]</sup>。在 ENG 材料与空气的分界面处的表面等离子体频率为  $\omega_0 = \omega_p/\sqrt{2}$ ，相应波长  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ ，设  $d_0 = \lambda_0/4$ 。

### 2.1 垂直入射

若腔中是空气介质，该微腔的透射谱如图 1。在  $\omega_0$  附近的禁带中存在着一个很强的透射峰。当  $\omega < \sqrt{2}\omega_0$  时，ENG 材料的  $\epsilon_1 < 0$ ，电磁波很难透过该介质层，ENG 层可视为一块反射率很高的平面镜，这样的微腔类似于早期研究较多的金属 F-P 腔，腔共振模频率主要由腔中介质来决定。

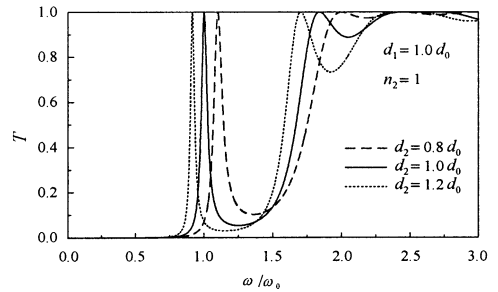


图 1 微腔的透射谱

Fig. 1 Transmittance of microcavity

从图 1 可知，微腔厚度的变化将使腔共振模频率随之跟着变化，它们之间的详细关系见图 2。从图 2 (a) 看出随着微腔厚度  $d_2$  的增加，腔模频率向低频方向移动，同时从高频端又长出新的共振模来。微腔厚度越大，腔中的共振模数目就越多，其频率间隔就越小。图 2 (b) 同时又给出了腔中介质的折射率  $n_2$  对腔模的影响。可以发现，随着腔中介质的折射率或厚度的增加，这相当于增加了介质的光学厚度，微腔的共振模频率反而减小。

研究发现，腔模频率主要由腔中介质来决定，ENG 的厚度对腔模的影响较弱。当 ENG 的厚度  $d_1$  取不同值时，使腔模频率恰为  $\omega_0$  的腔中介质的折射率与厚度的关系如图 3 所示。可以看到当  $d_1 > 0.5d_0$  时，ENG 的厚度所产生的影响甚微。

虽然 ENG 的厚度  $d_1$  对腔模频率影响很小，但是它对腔模的线宽 (FWHM) 影响很大。随着  $d_1$  的增大，共振模谱线越来越细，见图 4。图 4 给出了  $n_2 = 1$ ， $d_2/d_0 = 3$  时， $d_1$  对腔模的影响。实际上根据公式 (3)，可得谱线宽度 (FWHM)，它

们之间的影响一目了然:

$$\frac{\Delta\omega_{1/2}}{\omega_0} = \frac{4}{3\pi\cosh 2q + 4\sinh 2q} \quad (6)$$

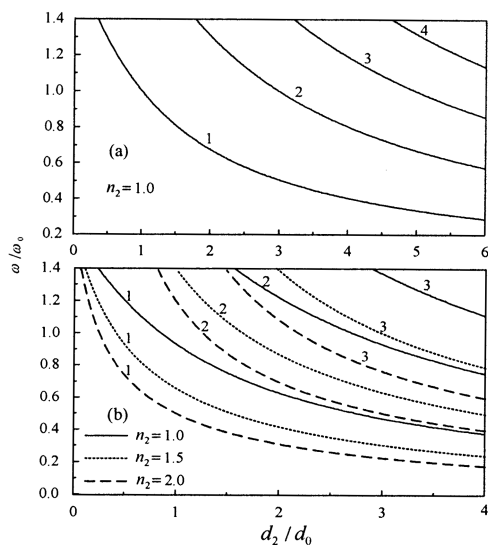


图 2 腔中介质对腔模的影响

Fig. 2 Effects of the medium in cavity on the resonant modes

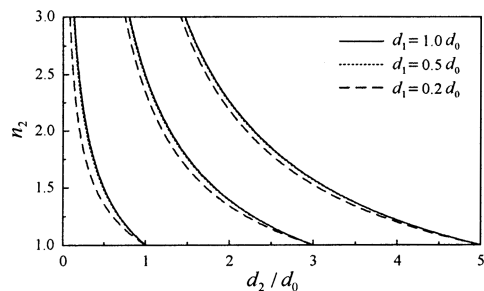


图 3 ENG 厚度的影响

Fig. 3 The influence of ENG thickness

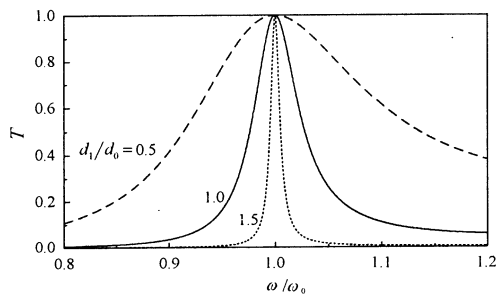


图 4 ENG 厚度对腔模的影响

Fig. 4 Effects of ENG thickness on the resonant mode

由此可见,微腔的共振模频率主要由腔中介质来决定,而谱线宽度则由 ENG 厚度来决定,通过合理地选择有关微腔参数,就可以得到所需要的满足条件的共振模来。

## 2.2 斜入射

不妨令  $d_1 = d_2 = d_0$  来研究斜入射对共振模的影响,图 5 绘出了不同偏振的腔模的变化规律。可

以发现随着入射角的增大,TE 腔模的频率随之增大。这一规律可以利用 (5) 式来直接说明,当  $n_2 = 1$  时,TE 腔模的频率为  $\omega = \omega_0 / \cos\theta$ ,其随  $\theta$  的变化越来越明显。但是对于 TM 腔模很难写出简单的解析表达式,且其随  $\theta$  的变化也较为平缓,在合适的参数下甚至几乎不变化,如图 5 所示。利用 TM 腔模与  $\theta$  无关的这一特性可制作全向滤波器。

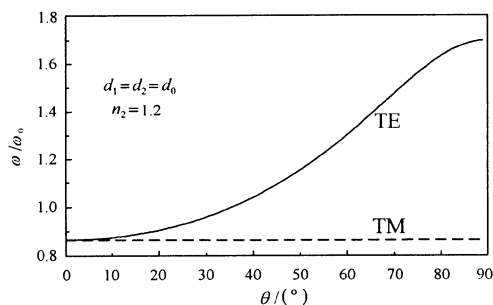


图 5 腔模的偏振特性

Fig. 5 The polarization properties of the resonant

## 2.3 损耗影响

若 ENG 材料存在损耗,介电常数满足  $\epsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma}$ ,  $\gamma$  为阻尼频率<sup>[11]</sup>。若腔中是空气介质,厚度  $d_2 = d_0$ ,正入射时的腔模频率为  $\omega_0$ ,引入无量纲的损耗因子  $\gamma_0 = \gamma/\omega_0$ ,则由于损耗的存在,使得共振模的透射率小于 1,且随  $\gamma_0$  的增大而降低,如图 6 所示。图 6 绘出了 ENG 的厚度  $d_1 = d_0$ ,损耗因子  $\gamma_0$  取不同值时的透射谱。

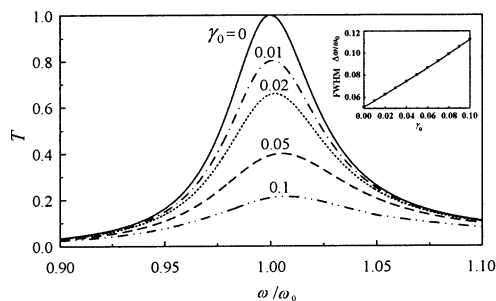


图 6 损耗对腔模的影响

Fig. 6 Effects of the absorption on the resonant mode

事实上根据上述理论,易推得存在损耗时微腔透射率的近似式为:

$$T = \frac{4}{4(1 + \gamma_0 \sinh 2q)^2 + (\pi \cosh 2q + 4 \sinh 2q)^2 \alpha^2} \quad (7)$$

式中  $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$  代表入射频率偏离  $\omega_0$  的程度,此外在推导过程中仅保留了小量  $\alpha$ 、 $\gamma_0$  的一次项,忽略了高阶小量。从该式可以看出损耗不影响共振模的

频率, 但使腔模的透射率发生变化,  $T = \frac{1}{(1+\gamma_0 \sinh 2q)^2}$ , 随  $\gamma_0$  的增大而减小。还表明当存在损耗时, ENG 材料的厚度  $d_1$  也会对腔模的透射率产生一定的影响, ENG 越薄影响越小。

根据 (7) 式可得谱线的半高宽度 (FWHM) 如下 (8) 式, 损耗的影响使谱线略微展宽, 可见图 6 中插图。

$$\frac{\Delta\omega_{1/2}}{\omega_0} = \frac{4(1+\gamma_0 \sinh 2q)}{\pi \cosh 2q + 4 \sinh 2q} \quad (8)$$

## 2.4 电场分布

若腔中是空气介质, 厚度  $d_2 = d_0$ , 正入射时腔共振模的电场  $|E(x)|^2$  分布如图 7 所示。图 7 (a) 绘出了无损耗的 ENG 的厚度  $d_1$  对电场分布的影响, 可以发现随着 ENG 厚度的增加, 腔中电场的峰值出现指数增大。若是腔长增加, 腔模的电场峰值变化不大, 但是峰值数目却会发生变化, 峰的个数等于腔模的阶数, 图 7 (a) 中插图是  $d_2 = 3d_0$  时 2 阶腔模的电场分布。若是 ENG 存在损耗, 厚度  $d_1$  对电场分布的影响如图 7 (b) 所示。当  $d_1$  较小时, 场强最大值随  $d_1$  的增加而增大; 但当  $d_1$  超过一定值后, 场强最大值随  $d_1$  的增加反而减小。

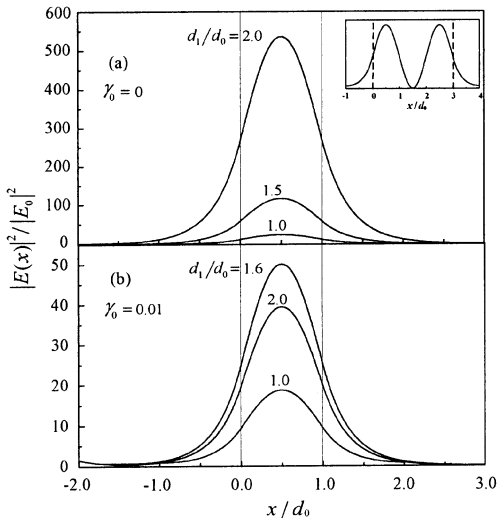


图 7 ENG 的厚度对电场分布的影响

Fig. 7 Effects of ENG thickness on the distribution of the electric field

该现象可以这样理解, 根据电磁场理论易得无损耗时腔中共振模电场分布如下  $|E(x)|^2 / |E_0|^2 = \cosh 2q + \sinh 2q \cdot \sin 2\delta(x)$ , 式中  $\delta(x) = \frac{\omega}{c} n_2 x$ ,  $x$  是腔中点离边界的距离。最大值出现在

$x = d_0/2$ , 最大场强  $G = |E(x)|_{\max}^2 / |E_0|^2 = \cosh 2q + \sinh 2q = e^{2q}$ ,  $G$  随  $d_1$  指数变化, 如当  $d_1/d_0 = 2$  时  $G = 535$ 。若计及 ENG 的损耗, 上式修正为  $G = \frac{1+\gamma_0}{(1+\gamma_0 \sinh 2q)^2} e^{2q}$ 。当  $\frac{d_1}{d_0} = \frac{1}{\pi} \ln \frac{2}{\gamma_0}$  时,  $G$  取最大值  $G_{\max} = \frac{1+\gamma_0}{2\gamma_0}$ 。例如当  $\gamma_0 = 0.01$  时, 临界 ENG 的厚度  $d_1^* = 1.6$ , 此时  $G_{\max} = 50.5$ 。损耗的存在对腔中电场分布影响较大, 此外如此大的局域电场, 如果腔中置入非线性介质, 预期会有较强的非线性效应。

## 3 结 论

利用传输矩阵法研究了由单负材料 ENG 构成的平面微腔结构的共振模。研究表明, 微腔的共振模频率主要由腔中介质来决定, 而 ENG 的厚度则影响共振模的线宽, 随 ENG 厚度的增加而变窄。ENG 材料损耗的存在, 使共振模的透射率降低, 腔中局域电场减小。选择合适的 ENG 层的厚度, 可使腔中局域电场达到最大。还研究了斜入射时腔模的偏振特性, 在一定条件下可利用 TM 腔模的全向透射特性制作全向滤波器。

## 参考文献:

- [1] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity [J]. Phys Rev Lett, 2000, 84 (18): 4 184—4 187.
- [2] Li J, Zhou L, Chen C T, et al. Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials [J]. Phys Rev Lett, 2003, 90 (8): 083 901.
- [3] Jiang H, Chen H, Li H, et al. Omnidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystal containing negative-index materials [J]. Appl Phys Lett, 2003, 83 (26): 5 386—5 388.
- [4] Wang L G, Chen H, Zhu S Y. Omnidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystals with single-negative materials [J]. Phys Rev B, 2004, 70 (24): 245 102.
- [5] Fang Y T, Zhou J, Pun E Y B. High-Q filters based on one-dimensional photonic crystals using epsilon-negative materials [J]. Appl Phys B, 2007, 86: 587—591.
- [6] 蒋美萍, 陈宪锋, 倪重文. 左手材料平板波导的传输特性 [J]. 中国激光, 2009, 36 (1): 193—197.
- [7] 陈宪锋, 蒋美萍, 沈小明, 等. 含单负材料的不对称平板波导的传导模 [J]. 光学学报, 2008, 28 (10): 1 888—1 892.
- [8] 陈宪锋, 沈小明, 蒋美萍, 等. 对称单负介质包层平面波导的模式特征 [J]. 物理学报, 2008, 57 (6): 3 578—3 582.
- [9] 王维江, 肖万能, 周金运. 光波在一维周期介质中传播的色散和反射 [J]. 光子学报, 2004, 33 (3): 366—370.
- [10] Shin H, Yanik M F, Fan S, et al. Omnidirectional resonance in a metal-dielectric-metal geometry [J]. Appl Phys Lett, 2004, 84 (22): 4 421—4 423.