

文章编号: 1005-8893(2000)03-0004-04

# 水轮机蜗壳分节环形变角度焊接坡口面的数学模型<sup>\*</sup>

符彦惟

(江苏石油化工学院 计算机科学与工程系, 江苏 常州 213016)

摘要: 目前, 大型水轮机金属焊接蜗壳各分节大多采用按各分节平面展开线轮廓进行数控切割加工。但各分节间的环焊缝都是分段切割为定角度坡口面, 这样形成的环焊缝实际焊接坡口角是变角度的, 这不符合最佳焊接工艺要求。为了实现等角度环焊缝坡口面切割, 就其推导出数控切割的数学模型。

关键词: 水轮机蜗壳; 环形; 焊缝; 坡口面; 切割; 数学模型  
中图分类号: TK 730.6 文献标识码: A

大型水轮机焊接蜗壳, 是由多个分节组合焊接而成的, 各分节的尺寸和重量都较大。由于运输条件的限制, 各分节都是分块制造, 在制造厂进行预装后拆成分块运往水电站, 再进行装配和焊接。各蜗壳分节都先按平面展开轮廓进行数控切割, 再将其卷成筒状用对接焊缝焊接而形成。目前各分节间的环焊缝坡口面都分段切割为定角度, 形成的环焊缝坡口角是变角度的, 这不符合最佳焊接工艺要求。因此, 利用数控火焰切割机进行变角度焊接坡口面的切割, 是解决上述问题的关键所在。而要采用这种新的加工方法, 首先应建立蜗壳分节的平面展开轮廓线与环焊缝变角度坡口面的数学模型。目前还未见到此类报道。本文尝试建立蜗壳分节环焊缝处变角度焊接坡口面的数学模型, 如用于生产中, 不仅可解决原切割方法的不足, 还可为特大型水轮机蜗壳分节实现数控加工的新生产工艺打下理论基础。

## 1 金属焊接蜗壳的类型

金属焊接蜗壳的结构按与水轮机座环连接的形式不同分, 有与座环蝶形边相接的钢板焊接蜗壳和与座环无蝶形边连接的钢板焊接蜗壳两种类型<sup>[1]</sup>, 本文以后者为例建立数学模型, 其蜗壳的断面形状

如图1所示。

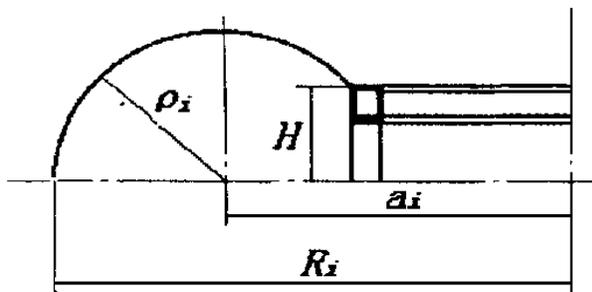


图1 与座环无蝶形边连接钢板焊接蜗壳的断面

图中:  $\rho_i$ —蜗壳第  $i$  断面的半径;  $a_i$ —蜗壳第  $i$  断面的中心距;  $R_i$ —蜗壳第  $i$  断面的外径;  $H$ : 二分之一水轮机座环高度。

## 2 蜗壳任意分节几何参数的确定

蜗壳各分节的外形轮廓为一圆锥体被斜截面切去两端而形成的, 结构如图2所示。为推导数学模型需要确定的几何参数有: 夹角  $\psi_1$ 、母线长  $L_i$  以及为形成蜗壳环节所需的两斜截面分别与圆锥台上下底面夹角  $\beta_2$ 、 $\beta_1$ 。对第  $i$  个蜗壳分节, 有以下计算公式:

\* 收稿日期: 2000-05-17

作者简介: 符彦惟(1959—), 男, 江苏江阴人, 硕士, 主要从事计算机应用及机电一体化教学和科研方面的研究。

$$L_i = \sqrt{R_i^2 + R_{i+1}^2 + 2R_i R_{i+1} \cos \psi} \quad (1)$$

$$\psi_{b1} = \frac{180 + \psi_1 - \psi_2}{2} \quad (2)$$

$$\beta_{i2} = \psi_1 + \psi - \psi_{b1} \quad (3)$$

$$\beta_{i1} = \psi_{b1} - \psi_1 \quad (4)$$

$$R_{i1} = \frac{\rho_i \sin \psi_2}{\sin \psi_{b1}} \quad (5)$$

$$R_{i2} = R_{i+1} - L_i \cos \psi_{b1} \quad (6)$$

式中:

$$\psi_1 = \arcsin \left( \frac{R_{i+1} \sin \psi}{L_i} \right) \quad (7)$$

$$l_i = \sqrt{(a_i - \rho_i) + (a_{i+1} - \rho_{i+1}) - 2(a_i - \rho_i)(a_{i+1} - \rho_{i+1}) \cos \psi} \quad (8)$$

式中:  $\psi_1$ —斜截面与蜗壳长母线所夹的锐角;  $\psi_2$ —斜截面与蜗壳短母线所夹的钝角;  $l_i$ —蜗壳短母线的长;  $\psi$ —蜗壳分节角。

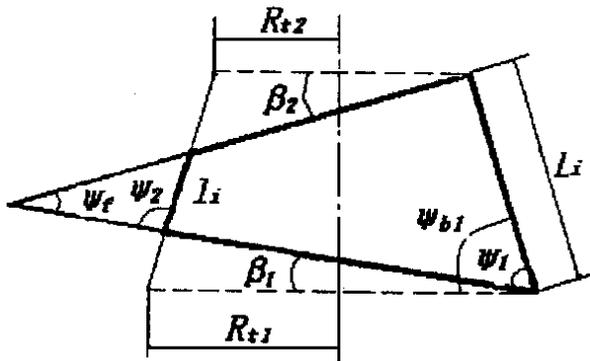


图2 蜗壳分节几何图形

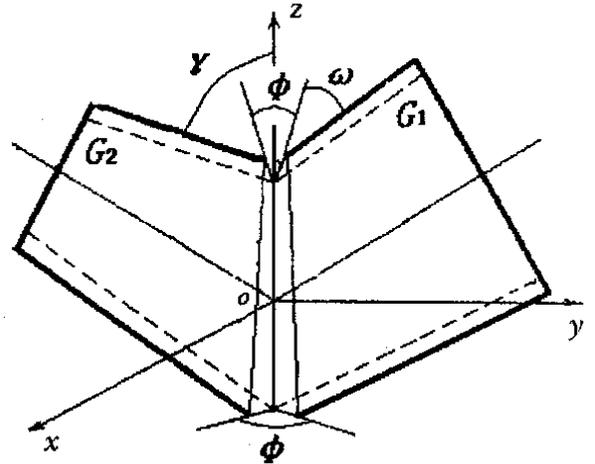


图3 蜗壳分节坐标系

### 3 定角度焊接坡口面的形成及改进设想

在切割蜗壳分节焊接坡口面时, 现行方法都是分段定角度切割, 即在每一小段内, 焊接坡口面预加工角  $\omega$  保持不变, 这样由两个焊接坡口面形成的环焊缝夹角  $\varphi$  在整个圆周上是变化的, 如图3所示。即在蜗壳分节内侧,  $\varphi = 180^\circ - \beta_1 - \beta_2 - 2\omega$ , 而在蜗壳分节外侧,  $\varphi = 180^\circ + \beta_1 + \beta_2 - 2\omega$ , 在两点之间,  $\varphi$  按某规律变化。而从最佳焊接工艺出发, 在整个圆周焊缝上  $\varphi$  应保持为一定角, 这样可提高焊接质量, 减少焊接量, 降低焊接应力。由图3可知, 若要  $\varphi$  保持一定值,  $\omega$  就应按某一规律变化。因此, 在给定  $\varphi$  后, 解决问题的关键是求出  $\omega$  的变化规律。

### 4 蜗壳分节环焊缝焊接坡口面预加工角 $\omega$ 的变化规律

对任意二节蜗壳分节所建立的坐标系如图3所示, 其坐标系的  $xOz$  平面与两蜗壳分节的相交面重合, 截面中心为坐标原点。为了推导方便由图3给出以下定义:

圆锥体轴剖面  $P_0$ —通过两圆锥体相交线上任一点并包含一圆锥体轴线的平面; 圆锥体切平面  $P_s$ —通过两圆锥体相交线上任一点并切于一圆锥体表面的平面; 两相交圆锥体的公共法剖面  $P_n$ —通过两圆锥体交线上任一点且与通过该点的两圆锥体切平面同时垂直的平面; 焊接坡口角  $\varphi$ —通过两圆锥体相交线上任一点的公共法剖面与两焊接坡口面的交线所夹锐角; 焊接坡口面预加工角  $\omega$ —通过两圆锥体相交线上任一点的焊接坡口面与圆锥体过该点的切平面交线所夹锐角; 切平面与斜截面的夹角  $\gamma$ —通过两圆锥体相交线上任一点的切平面与两圆锥体相交平面(斜截面)交线所夹锐角; 轴剖面与公共法剖面的夹角  $\alpha$ —通过两圆锥体相交线上任一点的公共法剖面与轴剖面交线所夹锐角。

由上述定义和图3所示,  $\omega$ 、 $\gamma$ 、 $\varphi$  有如下关

$$\gamma = \omega + \varphi/2$$

### 4.1 斜截面方向矢量

由图3所建立的坐标系可知,因两圆锥面的相交线都在  $xOz$  平面内,故称  $xOz$  平面为两圆锥面  $G_1$  和  $G_2$  的斜截面,其方程为  $y=0$ ,故该平面的方向矢量  $n_4$  为

$$n_4 = \{A_4, B_4, C_4\} = \{0, 1, 0\}$$

### 4.2 切平面方向矢量

蜗壳的各分节为一圆锥体的一部份,所以其方程为

$$x^2 + z^2 = R^2 (1 + y/h)^2 \tag{9}$$

式中:  $R$ —为圆锥体过坐标原点的底面半径;  $h$ —为圆锥体过坐标原点的底面至锥顶的高度。

因为圆锥体  $G_1$  (表示第  $i$  个蜗壳分节) 在图示坐标中已绕  $x$  轴旋转了  $\beta_{i2}$  角度,故方程应改写为

$$[x^2 + (y \sin \beta_{i2} + z \cos \beta_{i2})^2] h^2 = R^2 (y \cos \beta_{i2} - z \sin \beta_{i2} + h)^2$$

根据曲面方程对应变量的连续偏导数即为该曲面切平面的方向矢量的定义<sup>[4]</sup>,对上式中  $x$ 、 $y$ 、 $z$  分别求导,就可得到圆锥体  $G_1$  过两圆锥体交线上任一点的切平面方向矢量  $n_1$ :

$$n_1 = \{A_1, B_1, C_1\}$$

其中:

$$\begin{aligned} A_1 &= x \operatorname{tg}^2 \psi_{b1} \\ B_1 &= z \sin \beta_{i2} \cos \beta_{i2} (1 + \operatorname{tg}^2 \psi_{b1}) - h \cos \beta_{i2} \\ C_1 &= z (\cos^2 \beta_{i2} \operatorname{tg}^2 \psi_{b1} - \sin^2 \beta_{i2}) + h \sin \beta_{i2} \end{aligned}$$

式中:

$$h = R_{i02} \operatorname{tg} \psi_{b1} \tag{10}$$

$R_{i02}$  为过坐标原点的圆锥体底面半径 (即为方程(9)中的  $R$ ),可由下式计算第  $i$  断面

$$R_{i02} = R_{i2} \left[ 1 + \frac{\operatorname{tg} \beta_{i2}}{\operatorname{tg} \psi_{b1}} \right] \tag{11}$$

式中:  $x$ 、 $z$  为蜗壳与截面交线上的任一点的坐标,由下式计算

$$x = \rho_i \sin t \tag{12}$$

$$z = \rho_i \cos t + z_{ib2} \tag{13}$$

式中:  $t$  为交线任一点半径与  $z$  轴正向的夹角;  $z_{ib2}$  为圆锥体  $G_1$  过坐标原点的截面中心与坐标原点的距离,其值可由下式计算

$$z_{ib2} = \rho_i \frac{R_{i2}}{\cos \beta_{i2}} \tag{14}$$

同理对于圆锥体  $G_2$  (表示第  $i-1$  个蜗壳分节) 过交线上任一点的切平面方向矢量  $n_2$  有

$$n_2 = \{A_2, B_2, C_2\}$$

其中:

$$A_2 = x \operatorname{tg}^2 \psi_{(i-1)b1}$$

$$B_2 = -z \sin \beta_{(i-1)1} \cos \beta_{(i-1)1} (1 + \operatorname{tg}^2 \psi_{(i-1)b1}) - h \cos \beta$$

$$C_2 = z (\cos^2 \beta_{(i-1)1} \operatorname{tg}^2 \psi_{(i-1)b1} - \sin^2 \beta_{(i-1)1}) - h \sin \beta$$

式中:

$$h = R_{(i-1)01} \operatorname{tg} \psi_{(i-1)b1} \tag{15}$$

$$R_{(i-1)01} = R_{i2} \left[ 1 - \frac{\operatorname{tg} \beta_{(i-1)1}}{\operatorname{tg} \psi_{(i-1)b1}} \right] \tag{16}$$

$$x = \rho_{(i-1)} \sin t \tag{17}$$

$$z = \rho_{(i-1)} \cos t + z_{(i-1)b1} \tag{18}$$

式中:  $t$  为过交线任一点半径与  $z$  轴正向的夹角;  $z_{(i-1)b1}$  为圆锥体  $G_2$  过坐标原点的截面中心与坐标原点的距离,其值可由下式计算

$$z_{(i-1)b1} = \rho_{(i-1)} \frac{R_{(i-1)01}}{\cos \beta_{(i-1)1}} \tag{19}$$

### 4.3 公共法剖面方向矢量

设公共法剖面的方向矢量为  $n_3 = \{A_3, B_3, C_3\}$ ,因为公共法剖面与锥体  $G_1$  和  $G_2$  的两切平面同时垂直,故有

$$A_3 \times A_1 + B_3 \times B_1 + C_3 \times C_1 = 0$$

$$A_3 \times A_2 + B_3 \times B_2 + C_3 \times C_2 = 0$$

将上两式联立求解可得

$$A_3 = B_1 \times C_2 - C_1 \times B_2$$

$$B_3 = C_1 \times A_2 - A_1 \times C_2$$

$$C_3 = A_1 \times B_2 - B_1 \times A_2$$

### 4.4 圆锥体 $G_1$ 的轴剖面方向矢量

设圆锥面  $G_1$  的轴剖面方向矢量为  $n_5 = \{A_5, B_5, C_5\}$ ,因为轴剖面与切平面是垂直的,故有

$$A_5 \times A_1 + B_5 \times B_1 + C_5 \times C_1 = 0$$

又因为轴剖面过原点,所以过交线上任一点  $P(x, 0, z)$  的轴剖面方程为

$$A_5 \times x + C_5 (z - z_{ib2}) = 0$$

将上两式联立求解得

$$A_5 = (z - z_{ib2}) B_1$$

$$B_5 = x \times C_1 - (z - z_{ib2}) A_1$$

$$C_5 = -x \times B_1$$

#### 4.5 斜截面方向矢量

斜截面即为两圆锥体的相交平面, 设斜截面方向矢量为  $n_4 = \{A_4, B_4, C_4\}$ , 因为该平面与坐标系的  $xOz$  平面是重合的, 故有

$$n_5 = \{A_4, B_4, C_4\} = \{0, 1, 0\}$$

#### 4.6 切平面与斜截面的夹角 $\gamma$

根据空间解析几何两相交平面的夹角定理<sup>[3]</sup>可知, 斜截面与切平面的夹角  $\gamma$  为

$$\gamma = \arccos \frac{A_1 A_3 + B_1 B_3 + C_1 C_3}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_3^2 + B_3^2 + C_3^2}}$$

$$\frac{A_1 A_3 + B_1 B_3 + C_1 C_3}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_3^2 + B_3^2 + C_3^2}} \quad (20)$$

#### 4.7 轴剖面与公共法剖面的夹角 $\alpha$

同理, 轴剖面与公共法剖面的夹角为

$$\alpha = \arccos \frac{A_3 A_5 + B_3 B_5 + C_3 C_5}{\sqrt{A_3^2 + B_3^2 + C_3^2} \sqrt{A_5^2 + B_5^2 + C_5^2}}$$

$$\frac{A_3 A_5 + B_3 B_5 + C_3 C_5}{\sqrt{A_3^2 + B_3^2 + C_3^2} \sqrt{A_5^2 + B_5^2 + C_5^2}} \quad (21)$$

#### 4.8 焊接坡口面预加工角 $\omega$ 与焊接坡口角 $\varphi$ 的关系

根据上述推导和图 3, 可以得出以下关系式

$$\omega(x, z) = \gamma - \varphi/2 \quad (22)$$

这样只要确定斜截面与焊接坡口面的夹角  $\varphi$  为一定值, 由式 (22) 就可以得到交线上任意点的  $\omega$ 、 $\alpha$  值, 也即是切割时要控制的变量, 从而保证了整个交线的焊接坡口角始终为一定值 ( $\alpha$  是为了保证切割咀轴线始终在公共法剖面内)。

#### 参考文献:

- [1] 哈尔滨大电机研究所. 水轮机设计手册 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1976: 11.
- [2] 同济大学数学教研室. 高等数学 (下册) [M]. 北京: 高等教育出版社, 1982: 45-47.
- [3] 同济大学数学教研室. 高等数学 (上册) [M]. 北京: 高等教育出版社, 1982: 394, 395.

### A Mathematical Model for the Changeable Angle of a Grooved Face in a Spiral Case Sectionalization

FU Yan-wei

(Department of Computer Science and Engineering, Jiangsu Institute of Petrochemical Technology, Changzhou 213016, China)

**Abstract:** At present, each sectionalization of large-scale spiral case is produced by NC cutting according to the outstretched plane of the curve of the sectionalization. But annular welding seam between the sectionalizations is cut at the fixed angle of a welding grooved face. The welding grooved angle formed in this method is changed. It does not fit in the demand of the best welding technology. In order to cut at the equal angle of the welding grooved face of annular welding seam, a mathematical model is derived for numerical control of cutting devices.

**Key words:** spiral case; annular; welding seam; grooves; cuttings; mathematical model