

文章编号: 1005-8893 (2001) 03-0001-04

湍流模型在平板边界层分离流动中的应用^{*}

蒋绿林, 高玉明

(江苏石油化工学院 机械工程系, 江苏 常州 213016)

摘要: 湍流边界层分离是自然界中常见的一种现象, 由于其灵敏性, 实验难度相当大, 所见成功的实验少之又少。本文就目前比较流行的几种湍流模型 (如 $\kappa-\epsilon$ 系列, $\kappa-\omega$ 系列) 应用于湍流平板边界层分离流动的计算, 并就预测结果与直接数值模拟结果进行了比较。

关键词: 湍流模型; 边界层分离; 数值模拟

中图分类号: TB 126; O 357.5

文献标识码: A

湍流边界层分离是自然界中常见的一种现象, 它经常出现于工业应用中 (如飞机机翼和透平叶片表面流动等)。由于其不规则性和非稳定性, 实验难度相当大, 所见成功的实验少之又少。随着计算机的迅速发展, 应用直接数值模拟预测湍流边界层分离在近十年得到很大发展。但由于计算机容量和速度的限制, 应用直接数值模拟受到很大制约 (尤其在雷诺数下的流动), 且计算费用昂贵。因此, 应用湍流模型预测湍流边界层分离流动受到很多学者的重视, 尤其在 1981 STANFORD 湍流会议以来, 湍流模型取得了很大进展, 一些模型已成功地应用于工业实践。

本文就目前比较流行的几种湍流模型 (如 $\kappa-\epsilon$ 系列, $\kappa-\omega$ 系列) 应用于湍流平板边界层分离流动的计算, 并就预测结果与直接数值模拟结果进行了比较。

1 控制方程

1.1 质量和动量守恒方程

对湍流平板边界层, 质量和动量守恒方程简化

为如下形式:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_T) \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (2)$$

其中涡粘性系数 μ_T 由湍流模型确定。

1.2 $\kappa-\omega$ 和 stress- ω 模型

对 $\kappa-\omega$ 和 stress- ω 模型, 涡粘性系数 μ_T 为:

$$\mu_T = \rho \kappa / \omega \quad (3)$$

其中湍流动能 κ 和湍流特别发散度 ω 由 κ 方程和 ω 方程确定。对平板边界层, κ 方程和 ω 方程简化为:

$$\rho u \frac{\partial \kappa}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \kappa}{\partial y} = \rho \tau \frac{\partial u}{\partial y} - \beta^* \rho \omega \kappa + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \sigma^* \mu_T) \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right] \quad (4)$$

$$\rho u \frac{\partial \omega}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \alpha \frac{\omega}{\kappa} \rho \tau \frac{\partial u}{\partial y} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \sigma \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial y} \right] \quad (5)$$

对 $\kappa-\omega$ 模型, 雷诺应力由下式给出:

* 收稿日期: 2001-06-18

基金项目: 江苏石油化工学院基金资助项目

作者简介: 蒋绿林 (1965-), 男, 江苏常州人, 副教授, 硕士, 1998 年-1999 年在加拿大皇后大学 CFD 实验室进修, 从事罐和管线防腐、暖通空调、太阳能光热方面的研究。

$$\rho\tau = \alpha^* \mu_T \frac{\partial u}{\partial y} \quad (6)$$

对 stress- ω 模型, 雷诺应力由下列方程求得:

$$\rho u \frac{\partial \tau}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \tau}{\partial y} = \left[(1-\alpha) \sigma_y + \beta \sigma_x + \frac{2}{3} (1-\alpha-\beta + \frac{3}{4} \gamma) \kappa \right] \rho \frac{\partial u}{\partial y} - C_1 \beta^* \rho \omega \tau + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \sigma^* \mu_T) \frac{\partial \tau}{\partial y} \right] \quad (7)$$

$$\rho u \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \sigma_x}{\partial y} = \frac{2}{3} [2 (1-\alpha) + \beta] \rho \tau \frac{\partial u}{\partial y} - C_1 \beta^* \rho \omega \tau \sigma_x + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \sigma^* \mu_T) \frac{\partial \sigma_x}{\partial y} \right] \quad (8)$$

$$\rho u \frac{\partial \sigma_y}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = -\frac{2}{3} [(1-\alpha) + 2\beta] \rho \tau \frac{\partial u}{\partial y} - C_1 \beta^* \rho \omega \tau \sigma_y + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \sigma^* \mu_T) \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \right] \quad (9)$$

应力矢量分量 σ_x 和 σ_y 与正雷诺应力的关系为:

$$\sigma_x = \frac{\rho u'^2}{\rho} - \frac{2}{3} k \quad (10)$$

$$\sigma_y = \frac{\rho v'^2}{\rho} - \frac{2}{3} k \quad (11)$$

以上方程中的系数由下面给出:

$$\alpha = \frac{13}{25}, \quad \alpha^* = 1, \quad \beta = \beta_0 f_\beta, \quad \beta^* = \beta_0^* f_\beta^*, \quad \sigma = \frac{1}{2},$$

$$\sigma^* = \frac{1}{2}, \quad \beta_0 = \frac{9}{125}, \quad f_\beta = \frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega},$$

$$\chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{kl} S_{kl}}{(\beta_0^* \omega)^3} \right|, \quad \beta_0^* = \frac{9}{100},$$

$$f_\beta^* = \begin{cases} 1, & \chi_\omega \leq 0 \\ \frac{1+C\chi_\kappa^2}{1+400\chi_\kappa^2}, & \chi_\omega > 0 \end{cases}, \quad \chi_\kappa = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial \kappa}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y},$$

$$C_x = \begin{cases} 680, & \kappa-\omega \\ 640, & \text{Stress}-\omega \end{cases},$$

$$\hat{\alpha} = \frac{8+C_2}{11}, \quad \hat{\beta} = \frac{8C_2-2}{11}, \quad \gamma = \frac{60C_2-4}{55},$$

$$C_1 = \frac{9}{5}, \quad C_2 = \frac{13}{25}$$

在低雷诺数时, $\kappa-\omega$ 和 stress- ω 模型中的系数采用文献 [1] 提供的修正。

1.3 $\kappa-\epsilon$ 模型

对 $\kappa-\epsilon$ 模型, κ 和 ϵ 方程可写成如下形式:

$$\rho u \frac{\partial \kappa}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \kappa}{\partial y} = \rho \tau \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right] \quad (12)$$

$$\rho u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = f_1 C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\kappa} \rho \tau \frac{\partial u}{\partial y} - f_2 C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{\kappa} + \rho E + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] \quad (13)$$

这里 $\epsilon = \bar{\epsilon} + \epsilon_0$, $\mu_T = C_\mu f_\mu \rho k^2 / \bar{\epsilon}$

$$Re_T = \frac{\kappa^2}{\bar{\epsilon} \nu}, \quad R_y = \frac{\kappa^{1/2}}{\nu} y, \quad y^+ = \frac{u y}{\nu}$$

$\kappa-\epsilon$ 模型对高雷诺数区域的计算非常有效。

在固壁附近, 粘性力占统治地位, 因此在近壁区域通常采用两种方法进行处理: 壁面函数和低雷诺数模型。本文采用低雷诺数模型对近壁区进行处理。低雷诺数模型和高雷诺数模型可以写成统一的形式, 只要在方程中增加壁面衰减函数 f_μ , f_1 , f_2 和系数 E , ϵ_0 。这些壁面衰减函数和系数对不同的 $\kappa-\epsilon$ 模型分别列于表 1、表 2 中。

表 1 $\kappa-\epsilon$ 模型中的常数和边界条件

模型	缩写	κ_ω	ϵ_ω	C_μ	C_1	C_2
Jones—Launder	JL	0	0	0.09	1.55	2.00
Launder—Sharma	LS	0	0	0.09	1.44	1.92
Chien	Chien	0	0	0.09	1.35	1.80
Yang—Shin	YS	0	$\bar{\epsilon} = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{\kappa}}{\partial y} \right)^2$	0.09	1.44	1.92

表 2 $\kappa-\epsilon$ 模型中的壁面衰减函数

模型	f_μ	f_1	f_2	ϵ_0	E
JL	$e^{-2.5/(1+Re_T/50)}$	1	$1-0.3e^{-Re_T^2}$	$2\nu (\partial \sqrt{\kappa}/\partial y)^2$	$2\nu \nu_t (\partial^2 u/\partial y^2)^2$
LS	$e^{-3.4/(1+Re_T/50)^2}$	1	$1-0.3e^{-Re_T^2}$	$2\nu (\partial \sqrt{\kappa}/\partial y)^2$	$2\nu \nu_t (\partial^2 u/\partial y^2)^2$
Chien	$1-e^{-0.0115y^+}$	1	$1-0.22e^{-(Re_T^2/6)^2}$	$2\nu \kappa/y^2$	$-2\nu \frac{\bar{\epsilon}}{y^2} e^{-y^+/2}$
YS	$\frac{[1-\exp(-1.5 \times 10^{-4} R_y - 5 \times 10^{-7} R_y^3 - 10^{-10} R_y^5)]^{1/2}}{1+1/\sqrt{Re_T}}$	同左	$\frac{\sqrt{Re_T}}{1+\sqrt{Re_T}}$	0	$\nu_t (\partial^2 u/\partial y^2)^2$

2 数值方法

和湍流模型方程进行离散化, 详见 Patanker^[2]。运动方程和湍流模型方程中的对流项采用 Spalding^[3] 的混合差分格式进行计算, 在求解过程中采用 SIMPLE 算法和标准 TDMA 求解器。

本文采用控制体方法对连续性方程、运动方程

3 结果分析

图 1 和图 2 给出了由直接数值模拟 (DNS) 计算出的流体冲刷平板壁面压力系数和阻力系数。直接数值模拟数据由 Stanford 计算流体中心提供 (<http://thomasc.stanford.edu>)。

从图中可以看出, 沿壁面流动方向给定一个正压力梯度, 当 $x/\delta_n^*=160$ 时, 边界层开始分离, 其中 $\delta_n^*=1.89\text{ mm}$ 为计算区域边界层进口厚度。图 3~图 6 给出了应用湍流模型对边界层分离流动的数值模拟和 DNS 结果的比较。在计算过程中共用了八种湍流模型。其中包括 $\kappa-\omega$ (1) 和低雷诺数修正的 $\kappa-\omega$ (2) 模型, stress- ω (1) 和低雷

诺数修正的 stress- ω (2) 模型以及四种 $\kappa-\epsilon$ 模型 (详见表 1 和表 2)。

图 3 给出了湍流模型在正压力梯度边界层中壁面阻力的计算和分离点的预测。从图中可以看出, 除 YS 模型外, 其它湍流模型均能对边界层的分离点进行预测。但预测的数据比 DNS 计算的结果近。其中, LS 湍流模型预测结果最好。另外, 壁面阻力的计算结果均比 DNS 数据小, 且在接近分离点时都出现了波动。这是由于在计算过程中采用了沿平板逐步增加步长的结果。

图 4 给出了在 $x/\delta_n^*=80$ 时, 边界层内速度分布的计算结果。从图中可以看出, 应用湍流模型能很好地预测边界层内速度分布。

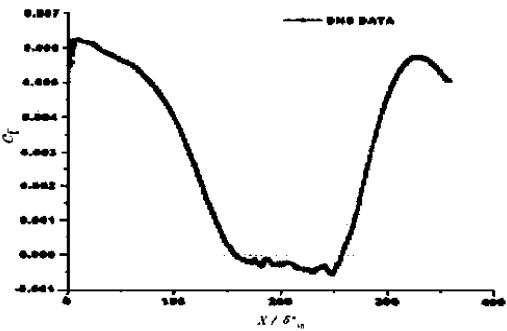


图 1 壁面阻力系数

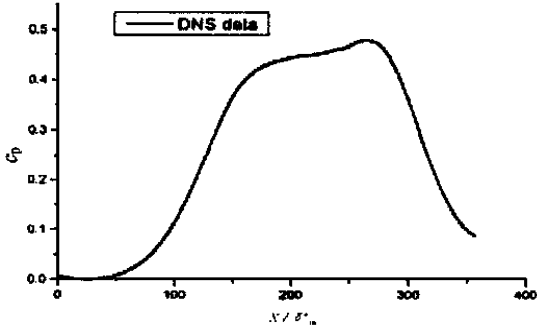


图 2 壁面压力系数

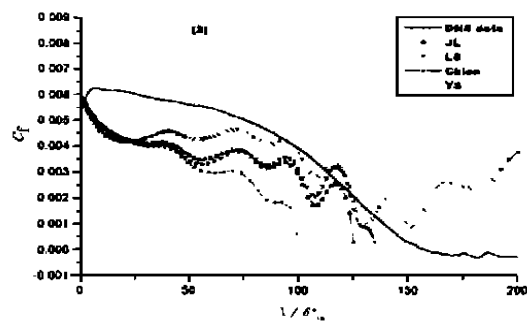
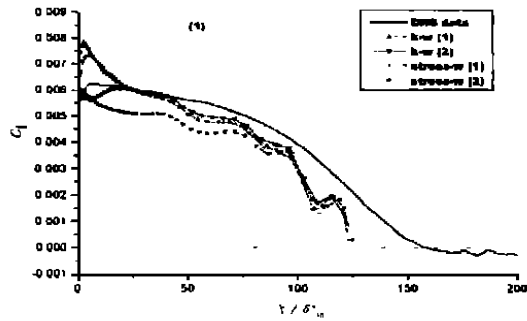


图 3 壁面阻力系数 ($x/\delta_n^*=80$)

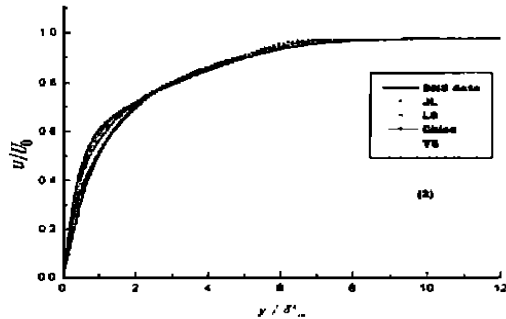
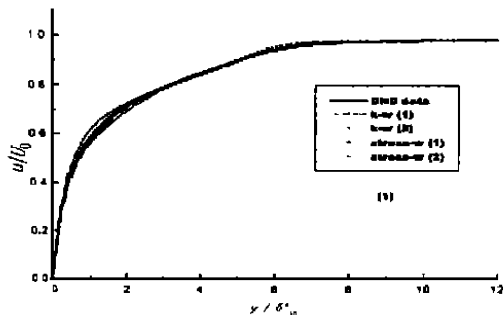


图 4 边界层内的速度分布 ($x/\delta_n^*=80$)

图 5 给出了在 $x/\delta_n^* = 80$ 时, 湍流动能在边界层中的分布与 DNS 数据的比较结果。从图中可以看出, 低雷诺数的 $\kappa-\omega$ 模型和低雷诺数的 Stress- ω 模型以及 YS 模型的计算结果与 DNS 的计算结果吻合较好。

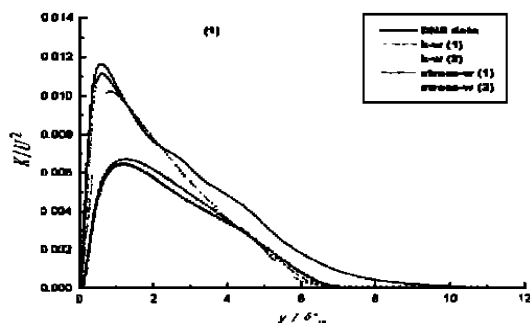


图 5 边界层内湍流动能分布 ($x/\delta_n^* = 80$)

图 6 给出了在 $x/\delta_n^* = 80$ 时, 雷诺应力在边界层中的分布与 DNS 数据的比较结果。从图中可以看出, YS 模型与 DNS 数据比较吻合。从图 5、图 6 可以看出, YS 模型对低雷诺数边界层分离流动的预测比较准确。

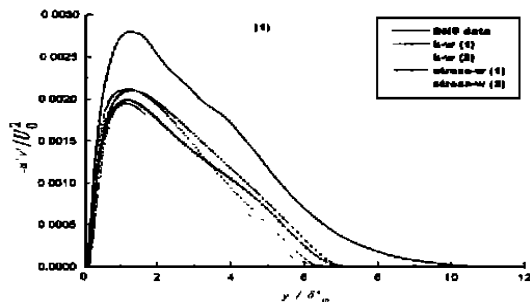
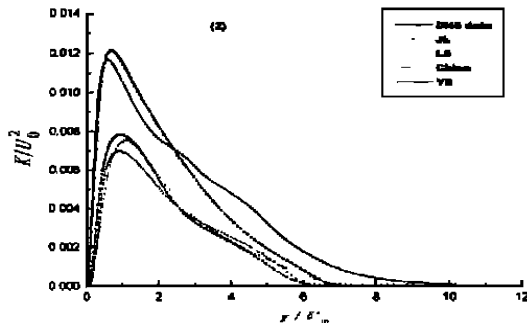
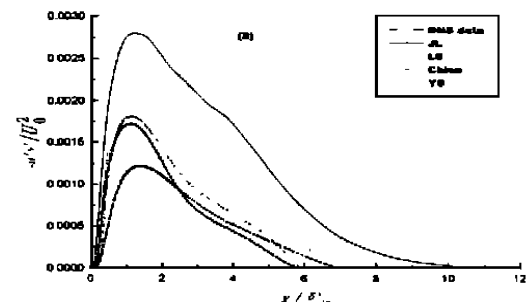


图 6 边界层内雷诺应力分布 ($x/\delta_n^* = 80$)



4 结 论

① 现在比较流行的湍流模型可以对湍流平板边界层分离流动进行计算和预测, 其中 Yang—Shih 的 $\kappa-\epsilon$ 模型计算结果比较准确; ② 通过对湍流模型和计算方法的进一步完善, 应用湍流模型对湍流平板边界层分离流动可以得到很好的预测结果。

参考文献:

- [1] Hallback M. Turbulence and Transition Modelling [M]. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [2] Patankar W V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow [M]. New York: Hemisphere, 1980.
- [3] Spalding D B. A Novel Finite-difference Formulation for Differential Expressions Involving both First and Second Derivatives [J]. Int J Numer Meth Engng, 1972, 4: 551.

Application of Popular Turbulence Models to Separated Turbulent Boundary Layer Flows

JIANG Lu—lin, GAO Yu—ming

(Department of Mechanical Engineering, Jiangsu Institute of Petrochemical Technology, Changzhou 213016, China)

Abstract: The performance of popular turbulence models for separated turbulent boundary layer flow is investigated. A detailed comparison of the numerical results and data of direct numerical simulations (DNS) is shown in this paper.

Key words: turbulence models; separated flows; numerical simulations