

文章编号: 1005-8893(2001)03-0005-08

# 柔性机构的设计计算<sup>\*</sup>

邹 祝海林, 沈惠平, 胡爱萍

(江苏石油化工学院 机械工程系, 江苏 常州 213016)

摘要: 柔性机构可以通过挤压或注模的方式整体加工, 所以可以减少装配费用, 提高产品的可靠性, 缩短产品的生产周期, 并降低设备的成本, 因而在“免装配设计”中非常有意义。但到目前为止柔性机构的设计工作很多仍是通过试凑完成的, 这样既不能保证精度要求, 也无法提高设计效率。根据“刚性”和“柔性”之间的辩证关系, 通过探索、研究, 得出了一种容易理解和操作的设计计算方法, 可为柔性机构的设计计算提供一定的参考。

关键词: 柔性机构; 设计计算; 刚性机构

中图分类号: TH 112; TH 122

文献标识码: A

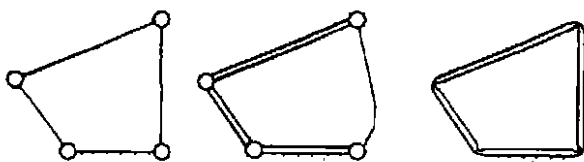
在科学技术日新月异的今天, 产品的生产周期及成本已成为影响其竞争能力的非常重要因素, 面向免装配的设计思想已为越来越多的人所接受。机械设计师们一直在努力减少零件的数量, 降低装配费用, 提高产品质量(产品的可靠性与组成零件的数量成反比), 但目前在许多行业中, 产品的装配费用仍占总费用的40%~50%。

人人都知道, 自然界“造物”是按“整体”方式进行的, 这是一种最有效的造物方式, 动、植物父代繁衍子代所产生的个体均是整体。且所创造的动物中有90%属于无脊椎动物, 只具有柔性骨架, 它们通过肌肉变形实现运动, 是令人惊奇的柔性机构。这实际上就是“免装配”的设计, 人类虽不可能完全以自然界的造物方式造机器, 但在新材料、新工艺, 以及先进的制造技术、先进的计算机技术不断进步的今天, 在已经具有了象生物材料那样具有高度柔性的材料, 已经产生了象快速原形制造、分层加工这样的技术的现在, 人们尝试运用柔性材料、柔性结构, 利用其原理模仿这种“免装配”整体式的造物已不再是梦想。

但柔性机构面临的最大挑战是它的分析与设计计算比较困难。

## 1 刚性机构与柔性机构的区别

机构是实现运动、传递力与能量的机械装置, 传统的刚性机构是由运动副将若干个刚性连杆连接起来, 并通过运动副使构件之间产生相对运动的。柔性机构与之不同, 它可以是整体结构, 也可以通过运动副连接若干个构件(包含柔性构件)而成, 构件之间的相对运动除了可通过运动副产生外, 还可以通过柔性构件的变形来实现。如图1所示<sup>[1]</sup>。整体式柔性机构可以通过挤压或注模方式加工, 这不仅简化了加工、装配, 提高了产品的可靠性, 同时减小了机构重量、消除了磨损、间隙、噪音, 并省略了润滑过程。



(a) 刚性机构 (b) 部分柔性机构 (c) 柔性机构

图1 刚性机构与柔性机构

\* 收稿日期: 2001-06-21

作者简介: 邹 祝海林(1963—), 女, 安徽淮南人, 副教授, 硕士, 主要从事机构学及齿轮传动等方面的研究。  
?1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

## 2 柔性机构的设计计算

为什么柔性机构的分析和设计计算困难？因为它的构件具有柔性，其不仅要用到机构分析方法，而且要用到弯曲等理论的知识，并且要同时考虑这些方面的知识在一个复杂系统中的交互作用。对于许多变形较大的柔性机构，以前的线性方程不再成立，必须采用考虑到大变形的（几何非线性的）非线性方程<sup>[2-3]</sup>。

但是，刚性和柔性是相对的，是可以相互转化的，我们可以把柔性机构转变为“刚性机构”，把柔性构件转变为“刚性构件”来研究，充分利用有关刚性机构知识，使问题简化、可解。

### 2.1 设计方法概述

柔性机构的运动大都是通过将弯曲变形限制某一范围内的柔性“关节”来实现的，它模仿了常规铰链的功能。当用扭转弹簧及直线拉压弹簧来模拟柔性时，柔性机构便可看成是一个刚性连杆机构<sup>[4]</sup>，如图 2 所示。根据这个思路，我们便可以提出“伪刚体”的概念，并用广义运动学方法来研究。这样，可以先按给定的（或已知的）拓扑结构进行设计，再把该拓扑结构变成一个“伪刚体”模型，定出构件尺寸和相应的弹簧常数，该弹簧常数即决定了柔性机构的挠曲范围<sup>[5]</sup>。

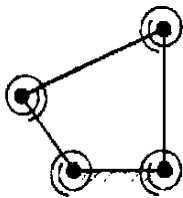


图 2 伪刚体机构

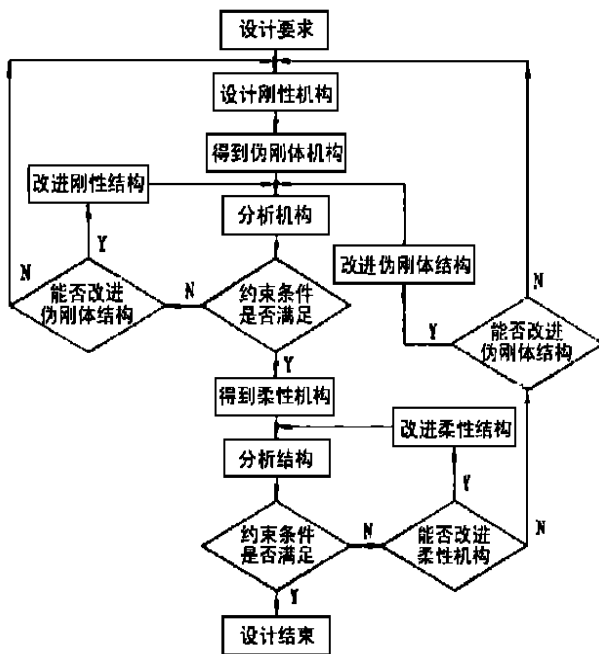
另外，如果不具有变形能力，柔性机构就不能运动。所以，柔性机构必须具备合适的形状、尺寸、及拓扑结构，这三个参数是保证柔性机构在外力作用下产生变形、进行运动和力传递的特征参数。这里的拓扑结构决定了机构的框架，而它的形状和尺寸则决定了柔性机构的形状。如果已知了输入力、输出力、输出变形，我们可以建立一个函数关系，即柔性机构的“输入—输出模型”，可以确定出：在特定外力作用下，柔性机构的某一部分必须发生规定方向的变形。除了实现预期的变形之外，还可以以重量最轻或变形所需的功最小等为目标函数进行优化设计<sup>[6]</sup>。最终得出柔性机构的形

状、尺寸、及拓扑结构这三个参数。

### 2.2 设计计算步骤

由前面一段的分析，可以得出这样一种柔性机构设计的一般步骤：

首先，根据用户要求确定一个相应的刚性机构；再将其转化为“伪刚体”机构，用“伪刚体”机构中的弹性构件模拟刚性机构中的运动副，而其中的刚性构件将代表柔性机构中刚性较好的部分，通过分析“伪刚体”机构来验证设计要求和约束条件是否满足，如果不满足，则必须改进“伪刚体”机构，并且重新进行分析（值得一提的是：这里“伪刚体”机构的确定非常关键）；然后再将其转化为柔性机构，最后检验该机构是否满足设计要求。这种设计思路可以充分利用成熟的刚性运动学的知识，而且弹性部分的尺寸与刚性部分的尺寸相比越小，这种模拟越精确，整个过程可用下面的框图来示意：



### 2.3 设计计算

在上面的框图中，关于柔性机构的设计计算是最为棘手的一步，至今为止对它仍然没有一个公认的成熟的方法，但笔者认为 Her、Harrison 和 Miller 等人先后提出的用于柔性机构的有限元法还是非常有意义的，在他们研究成果的基础上，我们根据自己的探索、研究得出如下的计算方法：首先将被模拟的构件看作一些柔性杆件，然后将每根杆划分为若干段，再对每根杆进行一段一段地分析，

如果每段杆长都取得足够小的话, 它们便都可以被看成是固定于前一段的悬臂梁, 这样便可求得每根杆的当量力, 进一步即可计算出它的挠度。我们可以举一个例子来说明它的过程, 图 3 (a) 所示为我们要研究的一根悬臂梁, 按上述的方法, 我们将它划分为若干部分 ( $s_1 \sim s_n$ ), 设第一个节点用  $O$  表示, 后面的依次为  $n_1, n_2, \dots, n_n$ , 以  $O$  为原点建立坐标系  $O-X, Y$ 。先取第一段计算, 如图 3 (b) 所示力作用在节点 1 处, 末端处的反力, 轴向力  $P_{a1}$ , 径向力  $P_{r1}$ , 及弯矩  $M_1$  可由静平衡方程求解得出, 如 (1) 式所示:

$$\begin{cases} P_{a1} = (\sum_{i=1}^n f_{xi}) \cos \theta_1 + (\sum_{i=1}^n f_{yi}) \sin \theta_1 \\ P_{r1} = (\sum_{i=1}^n f_{xi}) \sin \theta_1 + (\sum_{i=1}^n f_{yi}) \cos \theta_1 \\ M_1 = \sum_{i=1}^n m_i + \sum_{i=1}^n [f_{yi} (x_i - x_1) - f_{xi} (y_i - y_1)] \end{cases} \quad (1)$$

式中  $f_{xi}, f_{yi}$  及  $M_i$  为外力在  $X, Y$  方向的分力及该段所受外力矩。利用此组式子即可计算该段梁末端的挠度:

$$\begin{bmatrix} \delta_{a1} \\ \delta_{r1} \\ \Delta \theta_1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_1^{-1} \begin{bmatrix} P_{a1} \\ P_{r1} \\ M_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中  $\delta_{a1}, \delta_{r1}, \Delta \theta_1$  分别为构件第一段在节点 1 处的轴向、径向的弹性变形和偏转角, 而  $\mathbf{K}_1^{-1}$  是构件第一段的刚度矩阵的逆阵。类似地, 我们可以写出第  $i$  段梁末端的挠度计算公式:

$$\begin{bmatrix} \delta_{ai} \\ \delta_{ri} \\ \Delta \theta_i \end{bmatrix} = \mathbf{K}_i^{-1} \begin{bmatrix} P_{ai} \\ P_{ri} \\ M_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中的  $\delta_{ai}, \delta_{ri}, \Delta \theta_i$  与前面一样, 分别为构件第  $i$  段在节点  $i$  处的轴向、径向的弹性变形和偏转角,  $\mathbf{K}_i^{-1}$  是构件第  $i$  段的刚度矩阵的逆阵, 对图 3 所示的情形, 它可以表示为:

$$\mathbf{K}_i = \frac{E}{L_i^3} \begin{bmatrix} T_i L_i^2 & 0 & 0 \\ 0 & 12I & -6I L_i \\ 0 & -6I L_i & 4I L_i^2 \end{bmatrix} + \frac{P_{ai}}{L_i^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & -3L_i \\ 0 & -3L_i & 4L_i^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中  $E$  为弹性模量,  $I$  为截面转动惯量,  $T_i = (\sum_{j=1}^i m_j)$ ,  $L_i$  为构件第  $i$  段的长度。利用 MATLAB

软件便可方便、快捷地求出  $\mathbf{K}$  的逆阵  $\mathbf{K}_i^{-1}$ 。

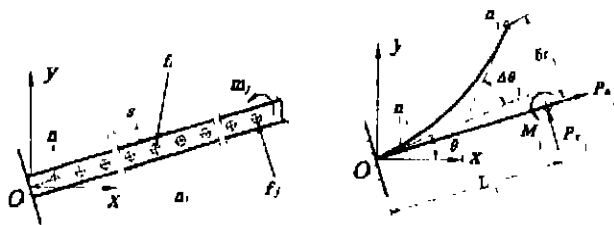


图 3 柔性机构计算示意图

当图 3 (a) 的等截面杆只在末端承受纯弯矩  $M$  的作用时,

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{M}{EI} \quad (5)$$

分离变量并积分得:  $\int_0^{\theta_0} d\theta = \frac{M}{EI} \int_0^L ds$ , 即:

$$\theta_0 = \frac{ML}{EI} \quad (6)$$

如果对曲率公式加以变形, 可得到垂直挠度和水平挠度, 计算如下:

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{d\theta}{dy} \cdot \frac{dy}{ds} = \frac{d\theta}{ds} \cdot \sin \theta \quad (7)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{d\theta}{dx} \cdot \frac{dx}{ds} = \frac{d\theta}{ds} \cdot \cos \theta \quad (8)$$

联立方程 (5)、(6) 和 (7) 并分离变量可求得垂直挠度:

$$\frac{1}{L} \int_0^{\delta_y} dy = \frac{1}{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \sin \theta d\theta$$

即:

$$\frac{\delta_y}{L} = \frac{1 - \cos \theta_0}{\theta_0} \quad (9)$$

同理可得:

$$\frac{L - \delta_x}{L} = \frac{\sin \theta_0}{\theta_0} \quad (10)$$

式中  $\theta_0$  为构件 (等截面杆) 两端切线的夹角。

### 3 结束语

本文所述的柔性机构的设计计算方法是除了当前工业上实际使用的试验法和误差分析法之外的一种新的设计计算方法, 可为为相关设计人员在柔性机构的设计计算时提供一定的参考。该设计计算方法是利用“刚性和柔性是相对的”这一辩证关系, 将复杂的柔性机构的设计计算转化为大家熟悉的、相对简单的刚性机构的相关问题。其中伪刚体模型作为一种强有力的工具是设计的一个重要部分, 它使得设计者可以运用常规的有关刚体机构的知识, 设计者可以通过对伪刚体模型进行分析、改进来满

足机构所要求的约束条件并提高机构的性能。而对最终得到的柔性机构的分析计算也采用大家已经熟悉的对刚性杆的分析方法, 只要把所研究的每段杆的长度取得足够小, 柔性杆也就变成了“刚性杆”了, 设计者可以通过增加节点的数目(也就是缩短两节点间的距离)来提高计算的精度。

21 世纪是信息时代, 也是创新的时代, 各种科学技术的高度复合、交叉, 必将推动机械设计方法的创新与发展。竞争的压力也将迫使产品的设计、生产者对市场变化的反应要更为迅速, 面向“免装配”的设计方法也会更加受到人们的青睐。随着科学技术更深层次的交叉, 柔性机构的设计方法将更为成熟、易操作, 柔性机构的应用将越来越普遍。

参考文献:

- [ 1 ] Midha A. On the Nomenclature, Classification, and Abstractions of Compliant Mechanisms [ J ]. Journal of Mechanical Design, MARCH 1994, 116: 270—279.
- [ 2 ] Harrison H B. Large Deformation Analysis of Submerged Ring Frames [ J ]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1979, 105 (EM5): 829—837.
- [ 3 ] Bums R H. The Kinetostatic Synthesis of Flexible Link Mechanism [ D ]. Yale University, 1964.
- [ 4 ] Howell L L. A Method for the Design of Compliant Mechanisms with Small—length Flexural Pivots [ J ]. Journal of Mechanical Design, 1994, 116: 280—290.
- [ 5 ] Her I. A Compliance Number Concept for Compliant Mechanisms and Type Synthesis [ J ]. ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 1986, 109 (3): 348—355.
- [ 6 ] Miller R E. Numerical Analysis of a Generalized Plane Elastics [ J ]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1980, 15: 325—332.

## Compliant Mechanisms Design in Design for No Assembly

ZOU Min, ZHU Hai—lin, SHEN Hui—ping, HU Ai—ping

(Mechanical Engineering Dept., Jiangsu Institute of Petrochemical Technology, 213016, China)

**Abstract:** Compliant mechanism could be manufactured as a whole via extruding or molding. The new mechanism would keep the assembly costs down, improve product reliability, shorten the production time and decrease the cost for the equipment, thus it is significant in design for no assembly. However, most of the design is based on trial because of the difficulty in the design, and because the accuracy and efficiency could not reach the standard we expected. A new design method that is easy to understand and convenient to use is studied which is for reference for the design of compliant mechanisms.

**Key words:** compliant mechanisms; design method; design for no assembly