

文章编号: 1005—8893 (2002) 04—0050—04

# 基于前馈多层神经网络的振动模态参数计算<sup>\*</sup>

周序洋<sup>1</sup>, 查利权<sup>2</sup>

(1. 南京建筑工程学校 设计研究室, 江苏 南京 210017; 2 上海市建筑科学研究院, 上海 200032)

摘要: 提出了用于振动模态分析的 BP 神经网络模型, 设计了适用于此类问题的神经网络拓扑结构, 在此基础上得到了一种振动模态参数的计算方法。这种策略利用了误差反向传输法的特点。此方法被用于一个具体的振动系统, 得到了满意的结果。通过对一个实际振动系统的仿真考察了相关神经网络结构的收敛性能及计算效果, 结果令人满意。

关键词: 振动; 模态参数; 神经网络

中图分类号: O 325

文献标识码: A

线性弹性结构可按某种方法离散化为具有  $N$  个自由度的离散系统, 其固有振动方程可表述为:

$$\ddot{M}X + \ddot{C}X + \ddot{K}X = 0 \quad (1)$$

式中:  $M \in R^{N \times N}$ ,  $C \in R^{N \times N}$ ,  $K \in R^{N \times N}$  分别为与物理坐标  $X \in R^N$  相应的质量、阻尼、刚度矩阵。在结构振动分析中求解式 (1) 系统的振动模态参数问题, 可归结为求解以下振动特征问题:

$$D\psi_i = \lambda_i P\psi_i \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

式中:  $D = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}$ ,  $P = \begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\psi_i = \begin{Bmatrix} \Phi_i \\ \lambda_i \Phi_i \end{Bmatrix}$ ,  $\lambda_i$  为结构特征向量  $\psi_i$  相应的特征值,  $\Phi_i \in R^N$  为系统第  $i$  阶振型。

对无阻尼系统式 (1)、式 (2) 可简化为:

$$\ddot{M}X + \ddot{K}X = 0 \quad (3)$$

$$K\Phi_i = \lambda_i M\Phi_i \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (4)$$

式中:  $\lambda_i = \omega_i^2$ ,  $\omega_i$  与  $\Phi_i$  分别为系统第  $i$  阶固有频率与振型。

当所考虑的系统无刚体和机构自由度时,  $K$  是正定的, 对一般结构总有足够的支承约束, 使得结构不致产生刚体位移。然而工程实际中常会有重频率 (或密集模态) 的退化系统, 如汽轮机叶片/叶轮系统; 在某些特殊情况, 如飞行中的飞机、运

行中的汽车、轮船等, 往往还会出现刚体位移而使  $K$  为奇异阵; 在有些情况下各部件连接刚度悬殊很大, 使  $K$  变成病态矩阵; 有些情况各部件质量悬殊很大, 使  $M$  变成奇异态或病态矩阵。系统振动模态参数的计算已有很多有效方法<sup>[1~3]</sup>, 但对  $K$ 、 $M$  奇异或病态情况以及大型结构振动模态参数的计算有待发展快速有效的计算方法<sup>[2, 4]</sup>。

近代出现的神经网络技术是一种由大量简单计算单元组成的大规模并行处理的新方法, 便于 VL-SI 的实现, 已被应用于很多领域<sup>[5~9]</sup>。本文提出一种运用前馈多层神经网络模型的 BP 算法来求振动模态参数的方法。

## 1 神经网络模型

图 1 为具有  $N$  层前馈神经网络的拓扑结构。其中第  $k$  层包含有  $L_k$  个神经元, 同层中的神经元间没有相互联系, 第  $k$  层第  $i$  神经元与第  $k-1$  层第  $j$  神经元的联系用权值  $W_{ij}^k$  表示, 并记  $W^k = (W_{ij}^k)_{L_k \times L_{k-1}}$ 。层间信息传送只沿一个方向进行, 网络输入加在第一层神经元, 第  $k-1$  层神经元输出只作为  $k$  层神经元的输入, 最后一层神经元的输出作为网络的输出。每个神经元都是一个信息处理单元, 第  $k$  层神经元  $i$  的计算模型如图 2 所示,

\* 收稿日期: 2002—10—06

作者简介: 周序洋 (1955—), 男, 江苏响水人, 讲师。

其计算特性为:

$$\begin{cases} S_i^k = \sum_{j=1}^{L_{k-1}} W_{ij}^k O_j^{k-1} + \theta_i^k \\ O_i^k = g(S_i^k) \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots)$$

(5)

式中  $O_i^k$ 、 $S_i^k$ 、 $\theta_i^k$  分别表示第  $k$  层第  $i$  神经元的输出、状态与阈值。 $g(\cdot)$  为神经元激活函数。

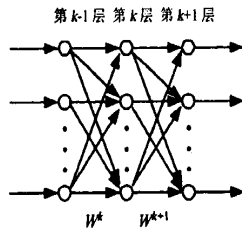


图 1 多层前馈神经网络模型

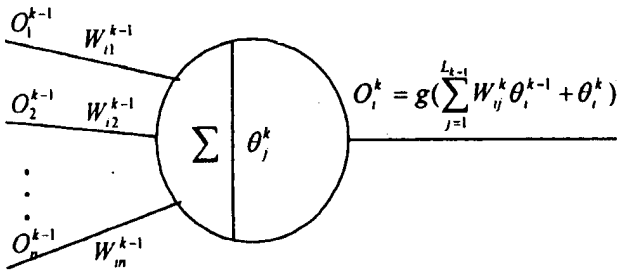


图 2 神经元计算模型

整个神经网络完全由权向量  $W$  和阈值  $\theta$  确定。这种神经网络所描述的输入输出关系可看成从输入  $x \in R^n$  到输出  $y \in R^m$  的映射  $F$ ，即：

$$F: x \in R^n \rightarrow y \in R^m$$

或  $y = F(x, W, \theta)$  (6)

神经网络的学习过程就是由给定的一组样本训练对  $(x^{(i)}, y^{(i)})$  ( $x^{(i)} \in R^n$ ,  $y^{(i)} \in R^m$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ ) 及代价函数来确定算子  $F(\cdot)$  的具体权向量  $W$  和  $\theta$ 。用神经网络来计算振动模态参数的关键问题是如何构造算子  $F(\cdot)$  拓扑及确定  $W$  与  $\theta$ 。

## 2 计算神经网络拓扑结构

为讨论问题方便，本文考虑式 (3) 系统的模态参数计算。由式 (4)  $K\Phi_i = \lambda_i M\Phi_i$ , ( $i=1, 2, \dots, N$ )，记特征值矩阵  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$ ，振型矩阵  $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N] \in R^{n \times n}$ ，设振型矩阵已归一化，即：

$$\Phi^T M \Phi_i = I$$

(7)

则有：

$$K\Phi = M\Phi\Lambda$$

(8)

注意到式 (7)，则上式转化为：

$$K = M\Phi\Lambda\Phi^T M$$

(9)

现将式 (7)、式 (9) 分解映射成图 1 所示结构的二级三层结构神经网络模型，见图 3 框图。每层神经元数设计成  $N$ ，激活函数取为  $g(u) = u$ ，阈值  $\theta=0$ ，当开关接通 1 时  $SN_1$  工作，当开关接通 2 时  $SN_2$  工作。对  $SN_1$  和  $SN_2$  选择  $N$  个线性无关的信号  $x_s^p \in R^N$  ( $sp=1, 2, \dots, N$ ) 作为网络输入，并对  $SN_1$  组成训练集合  $(x_s, \bar{d}_s)$ ，对  $SN_2$  组织训练样本  $(x_s, d_s)$  ( $s=1, 2, \dots, N$ )，其中：

$$\bar{d}_s = Kx_s, \quad d_s = x_s$$

(10)

对第  $s$  个样本定义学习目标函数：

$$E_{2s} = \frac{1}{2} \|e_s\|_2^2 = \frac{1}{2} \sum_{e=1}^N \bar{e}_{se}^2$$

(11)

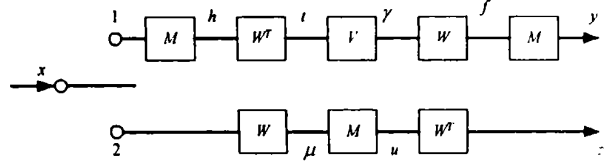


图 3 模态参数计算神经网络拓扑结构

这样网络学习训练集合结束后， $SN_1$  的权值矩阵  $W$ 、 $V$  给出了系统振动模态参数：

$$\Lambda = V, \quad \Phi = W$$

(12)

式 (10)、式 (11) 中各量定义为：

$$\begin{cases} \bar{e}_{se} = \bar{d}_{se} - y_{se} \\ \bar{e}_{se} = \bar{d}_{se} - z_{se} \end{cases}$$

(13)

$$\begin{cases} \bar{d}_{se} = \sum_{n=1}^N k_{en} x_{sn} \\ d_{se} = x_{se} \end{cases}$$

(14)

$$\begin{cases} y_{se} = \sum_{n=1}^N m_{en} f_{sn} \\ f_{sn} = \sum_{n=1}^N W_{np} r_{sp} \\ r_{sp} = v_p t_{sp} \\ t_{sp} = \sum_{n=1}^N W_{np} h_{sn} \\ h_{sq} = \sum_{b=1}^N m_{qb} x_{sb} \\ z_{se} = \sum_{n=1}^N W_{ne} u_{sn} \\ u_{sn} = \sum_{p=1}^N m_{np} u_{sp} \\ u_{sp} = \sum_{b=1}^N W_{pb} x_{sb} \end{cases}$$

(15)

$$\begin{cases} u_{sn} = \sum_{p=1}^N m_{np} u_{sp} \\ u_{sp} = \sum_{b=1}^N W_{pb} x_{sb} \end{cases}$$

(16)

式 (12) 中  $V = \text{diag} (v_1, v_2, \dots, v_N)$ 。

### 3 计算神经网络算法

为通过学习样本, 获得稳定的  $SN_1$  和  $SN_2$  网络参数, 从中求得振动模态参数, 本文运用标准 BP 学习算法<sup>[9]</sup>更新  $SN_1$  和  $SN_2$  的权值。具体计算步骤为:

- (1) 置初始权值: 将  $v_i, W_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, N$ ) 置为随机值;
- (2) 组织训练样本: 对  $SN_1$  有  $(x_s, Kx_s)$ , 对  $SN_2$  有  $(x_s, x_s)$  ( $s = 1, 2, \dots, N$ ), 取  $x_s$  为  $R^N$  空间中的一组线性无关向量, 本文取  $x_s = \{0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0\}^T$ ;
- (3)  $SN_1$  结构参数学习: 将输入  $x_s$  加在  $SN_1$  的输入端, 按式 (15) 计算出网络的相应输出  $y_s$ , 再以如下方法更新  $SN_1$  的权值;

$$\begin{cases} W_{ij}(k+1) = W_{ij}(k) - \eta_1 \sum_{s=1}^N \frac{\partial E_{1s}}{\partial W_{ij}} \\ V_i(k+1) = V_i(k) - \eta_1 \sum_{s=1}^N \frac{\partial E_{1s}}{\partial V_i} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_{1s}}{\partial W_{ij}} = - \sum_{s=1}^N e_{se} \frac{\partial y_{se}}{\partial W_{ij}} \\ \frac{\partial E_{2s}}{\partial V_i} = - \sum_{s=1}^N e_{se} \frac{\partial y_{se}}{\partial V_i} \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial y_{se}}{\partial W_{ij}} = m_{eirsj} + v_{jhsj} \sum_{n=1}^N m_{en} W_{nj} \\ \frac{\partial y_{se}}{\partial V_i} = t_{si} \sum_{n=1}^N m_{en} W_{nj} \end{cases} \quad (19)$$

- (4)  $SN_2$  结构参数学习: 将输入加入  $SN_2$ , 并按式 (16) 计算出输出, 更新  $SN_2$  的权值:

$$W_{ij}(k+1) = W_{ij}(k) - \eta_2 \sum_{s=1}^N \frac{\partial E_{2s}}{\partial W_{ij}} \quad (20)$$

$$\frac{\partial E_{2s}}{\partial W_{ij}} = - \sum_{e=1}^N \tilde{e}_{se} \frac{\partial E_{se}}{\partial W_{ij}} \quad (21)$$

$$\frac{\partial E_{se}}{\partial W_{ij}} = u_{si} \delta_e + x_{sj} \sum_{n=1}^N W_{nemni} \quad (22)$$

式中:  $\delta_e$  为克罗内克的符号。

- (5) 检查计算结果: 误差达到指定的误差精度或循环次数达到指定的要求, 则输出计算结果, 否则重复步骤 (3) ~ (5)。以上  $\eta_1 > 0, \eta_2 > 0$  为学习速率。

### 4 算 例

为验证上述方法的可行性, 本文在计算机上用该算法对图 4 所示具有刚体模态的振动系统, 其中  $m_1 = m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}, k_1 = k_2 = 2 \text{ N/m}$ , 进行数值模拟。

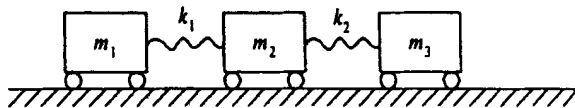


图4 3自由度振动系统

振动模态参数理论解:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 0, \quad \omega_2 = 1.41421, \quad \omega_3 = 2.44949 \\ \phi_1 &= \begin{Bmatrix} 0.57735 \\ 0.57735 \\ 0.57735 \end{Bmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{Bmatrix} -0.70711 \\ 0 \\ 0.70711 \end{Bmatrix}, \\ \phi_3 &= \begin{Bmatrix} -0.40825 \\ 0.81650 \\ -0.40825 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

神经网络解:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 0.02848, \quad \omega_2 = 1.41107, \quad \omega_3 = 2.43405 \\ \phi_1 &= \begin{Bmatrix} 0.57866 \\ 0.57689 \\ 0.57650 \end{Bmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{Bmatrix} -0.70990 \\ 0.00662 \\ 0.70428 \end{Bmatrix}, \\ \phi_3 &= \begin{Bmatrix} -0.40598 \\ 0.81654 \\ -0.41041 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

该网络学习速率  $\eta_1 = 0.1, \eta_2 = 0.4$ , 迭代次数为 2 000。

### 5 结 论

从本文算例模拟中可知该神经网络应用于振动模态参数分析可行且有效, 由于算法中不涉及除法运算, 特别适用于具有刚体模态或各部件物理参数值悬殊比较大的结构的振动模态参数计算。虽然该算法推导以无阻尼系统为基础, 但算法的拓扑结构及方法完全可推广到阻尼系统。由于人工神经网络是由大量简单结构的神经元所组成的并行处理算法, 易于用 VLSI 硬件实现, 对大型结构的实时振动分析有其应用前景。

参考文献:

[ 1 ] Stewart G. Introduction to Matrix Computation [ M ] . New York: Academic Press, 1973.

[ 2 ] 离尔腊伊 A R, 瓦特桑 G A. 矩阵特征值问题的计算方法 [ M ] . 上海: 上海科学技术出版社, 1980.

[ 3 ] 陈塑. 结构振动分析的矩阵摄动理论 [ M ] . 重庆: 重庆出版社, 1991.

[ 4 ] 周传荣, 赵淳生. 机械振动参数识别及其应用 [ M ] . 北京: 科学出版社, 1989.

[ 5 ] Rumelhart D E, Hinton G E, Williams R J. Parallel Distributed Processing [ M ] . Vol. 1, Chap. New York: 8 MIT Press, 1986.

[ 6 ] Lippman R P. An Introduction to Computing with Neural Networks [ J ] . IEEE ASSP Mag, 1987, (2): 4—22.

[ 7 ] Hopfield J J, Tank D. Neural Computation of Decisions in Optimization Problems [ J ] . Biological Cybernetics, 1985, 52: 141—152.

[ 8 ] Chen S, Billings S A, Grant P M. Nonlinear System Identification Vsing Neural Networks [ J ] . Int J Contr, 1990, 51 (6): 1 191—1 214.

[ 9 ] Narendra K S, Parthasarathy K. Identification and Control of Dynamic Systems Vsing Neural Networks [ J ] . 1990, 1 (1): 24—27.

Computing Vibrational Modal Parameters by Neural Network

ZHOU Xu—yang<sup>1</sup>, ZHA Li—quan<sup>2</sup>

(1. Designing Research Institute, Nanjing Civi Engineering School, Nanjing 210000, China; 2. Shanghai Research Institute of Building Sciences, Shanghai 200032, China)

**Abstract:** It proposed a kind of model based on BP neural network for vibration modal analysis. The topological architectures fit for this kind of problem was designed. In this way an algorithm used for the calculation of the vibration modal parameters was obtained. The approach exploits error back—propagation learning method. The performance and convergence behavior of the proposed neural network architectures were investigated by computer simulations of areal vibration system. The results showed good performance.

**Key words:** vibration; neural network; modal parameter