第 15 卷第 1 期
2003 年 3 月

江 苏 工 业 学 院 学 报
JOURNAL OF JIANGSU POLYTECHNIC UNIVERSITY

Vol. 15 No. 1
Mar. 2003

文章编号：1005－8893（2003）01－0043－04

连续广义线性大系统的稳定性分析*

沃松林[1,2]，邹 云[2]

（1. 江苏工业学院 信息科学系，江苏 常州 213016；2. 南京理工大学 自动化系，江苏 南京 210094）

摘要：广义大系统的稳定性是一个非常重要的问题，由于广义大系统的复杂性，对其稳定性的研究也是一件相当困难的事情。从广义大系统的等价变换和等价系统入手，应用标量和的 Lyapunov 函数法，研究了广义连续线性大系统的渐近稳定性和不稳定性，获得了系统的关联参数稳定域和不稳定域。

关键词：广义连续系统；大系统；Lyapunov 函数；关联参数域

中图分类号：TP 18 文献标识码：A

稳定性是指系统在受到扰动作用后，其运动可返回原平衡状态的一种性能，它是所有自动控制系统都应满足的一个基本特性。继古典控制理论和现代控制理论之后，大系统理论成了自动控制理论的第 3 代理论的主要内容。因为大系统规模庞大，因素众多，结果复杂，所以很难采用经典的“一揽子”解决方式。一般采用简化和分解 2 种方法[1~3]。自 1974 年 Roseubrock[4] 在研究复杂的电路网络系统中首先提出广义系统问题以来，人们已经发现电力、电路、航空、机器人、核反应和化工过程等工程和经济、生物、人口等实际系统中广泛存在既有微分方程，又有代数方程的系统（即广义系统）。广义系统具有状态的层次性和无穷运动模式，但不具有传统的因果性和结构稳定性，齐次初值问题可能不相容，有解也可能不唯一等困难，对其稳定性研究也就相当困难，对广义连续大系统稳定性的研究就更少[5]。本文从广义大系统的等价变换和等价系统入手，应用标量和的 Lyapunov 函数法，研究线性广义大系统的稳定性与孤立子系统稳定性的关系，通过孤立子系统稳定性来判断广义大系统的稳定性，并给出其相应的参数域。

1 准备知识

对于广义连续系统：

$$\boldsymbol{E}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) \qquad \text{(S)}$$

其中：$\boldsymbol{x}(t)$ 为 n 维状态向量，$\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{A}$ 为 $n\times n$ 阶常系数矩阵，rank（$\boldsymbol{E}$）$=r<n$。

如果系统（S）为正则且无脉冲解，则存在相应维数的常系数可逆矩阵 $\boldsymbol{P}$，$\boldsymbol{Q}$，使得：

$$\boldsymbol{PEQ}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{I}_1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{PAQ}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_1 & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}_2\end{pmatrix}$$

其中：$\boldsymbol{I}_1$ 为 r 阶单位矩阵，$\boldsymbol{I}_2$ 为 $n-r$ 阶单位矩阵。

作变换：$\boldsymbol{y}(t)=\begin{pmatrix}\boldsymbol{y}^{(1)}(t)\\ \boldsymbol{y}^{(2)}(t)\end{pmatrix}=Q^{-1}x(t)$，则系统（S）等价于系统：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{y}^{(1)}(t)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{y}^{(1)}(t) & (\mathrm{S}_1)\\ 0=\boldsymbol{y}^{(2)}(t) & (\mathrm{S}_2)\end{cases}$$

引理 1[6]：系统（S）为正则且无脉冲解，则系统（S）渐近稳定的充分必要条件为系统（S_1）渐近稳定的。

引理 2[6,7]：设广义连续系统（S）正则且无脉冲解，则它渐近稳定的（即 $\boldsymbol{A}_1$ 的特征值均具有负实部）充要条件是对任意给定的正定矩阵 $\boldsymbol{W}_1>0$，存在唯一的正定解 $\boldsymbol{V}_1>0$，使得 $\boldsymbol{A}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_1+\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{V}_1=-\boldsymbol{W}_1$ 成立。

* 收稿日期：2002－12－03
作者简介：沃松林（1964－），男，江苏丹阳人，副教授，博士生，主要从事大系统理论和生物数学方面的研究。

引理 3[7]：设广义连续系统（S）正则，它无脉冲解且存在正定矩阵 $W_1>0$ 和 $V_1>0$，使得 $A_1^{\mathrm{T}}V_1+A_1V_1=W_1$，则系统（S）不稳定。

考虑连续线性广义大系统：

$$E_i\frac{\mathrm{d}x_i(t)}{\mathrm{d}t}=A_{ii}x_i(t)+\sum_{j=1,j\neq i}^{m}A_{ij}x_j(t)\quad(i=1,2,\cdots,m)\tag{1}$$

其中：E_i 为 $n_i\times n_i$ 常系数矩阵，$\sum_{i=1}^{m}n_i=n$，$\operatorname{rank}E_i=r_i<n_i$，$\sum_{i=1}^{m}r_i=r$，$A_{ij}=(a_{ks})$ 为 $n_i\times n_j$ 常系数矩阵，$x_i(t)=(X_{n_1+\cdots+n_{i-1}+1}(t),\cdots,X_{n_1+\cdots+n_i}(t))^{\mathrm{T}}$（$i,j=1,2,\cdots,m$），$x(t)=(x_1(t),\cdots,x_m(t)^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$。

定义：系统（1）是渐近稳定的，如果对于系统（1）的任一解 $x(t)$ 有 $\lim_{t\to+\infty}x(t)=0$。系统（1）按主对角线的孤立子系统为：

$$E_i\frac{\mathrm{d}x_i(t)}{\mathrm{d}t}=A_{ii}x_i(t)\quad(i=1,2,\cdots,m)\tag{2}$$

如果系统（2）为正则且无脉冲解的，则存在相应维数的常系数可逆矩阵 P_i，Q_i，使得：

$$P_iE_iQ_i=\begin{pmatrix}I_{ii}^{(1)}&0\\0&0\end{pmatrix}\quad P_iA_{ii}Q_i=\begin{pmatrix}A_{ii}^{(1)}&0\\0&I_{ii}^{(2)}\end{pmatrix}\quad(i=1,2,\cdots,m)$$

并记：

$$P_iA_{ij}Q_j=\begin{pmatrix}A_{ij}^{(1)}&A_{ij}^{(12)}\\A_{ij}^{(21)}&A_{ij}^{(2)}\end{pmatrix}\quad(i\neq j=1,2,\cdots,m)$$

其中：$I_{ii}^{(1)}$ 为 r_i 阶单位矩阵，$I_{ii}^{(2)}$ 为 n_i-r_i 阶单位矩阵，$A_{ii}^{(1)}$，$A_{ij}^{(1)}$，$A_{ij}^{(12)}$，$A_{ij}^{(21)}$，$A_{ij}^{(2)}$ 为相应维数的常系数矩阵。

作变换：$y_i(t)=\begin{pmatrix}y_i^{(1)}(t)\\y_i^{(2)}(t)\end{pmatrix}=Q_i^{-1}x_i(t)$，则系统（1）与（2）分别等价于系统：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}y_i^{(1)}(t)}{\mathrm{d}t}=A_{ii}^{(1)}y_i^{(1)}(t)+\displaystyle\sum_{j=1,j\neq i}^{m}[A_{ij}^{(1)}y_j^{(1)}(t)+A_{ij}^{(12)}y_j^{(2)}(t)] & (3)_1\\ 0=y_i^{(2)}(t)+\displaystyle\sum_{j=1,j\neq i}^{m}[A_{ij}^{(21)}y_j^{(1)}(t)+A_{ij}^{(2)}y_j^{(2)}(t)] & (3)_2\end{cases}$$

与系统：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}y_i^{(1)}(t)}{\mathrm{d}t}=A_{ii}^{(1)}y_i^{(1)}(t) & (4)_1\\ 0=y_i^{(2)}(t) & (4)_2\end{cases}\quad(i=1,2,\cdots,m)$$

令：$\|A\|=\max[|a_{ij}|:i,j=1,2,\cdots,n]$，$\bar{r}=\max[r_i:i=1,2,\cdots,m]$

记：$B=\max[\|B_i\|:i=1,2,\cdots,m]$，$\bar{B}=\max[\|\bar{B}_i\|:i=1,2,\cdots,m]$

式中：B_i，$\bar{B}_i$ 分别由（6）式和（9）式定义。

$$E=\max\left[|a_{ij}|:\begin{matrix}i=1,\cdots,n_1\\ \\ j=n_1+1,\cdots,n\end{matrix};\begin{matrix}i=n_1+1,\cdots,n_1+n_2\\ j=1,\cdots,n_1\\ j=n_1+n_2+1,\cdots,n\end{matrix};\cdots;\begin{matrix}i=n-n_m+1,\cdots,n\\ \\ j=1,\cdots,n-n_m\end{matrix}\right]$$

$$D=\begin{pmatrix}I_{11}^{(2)}&A_{12}^{(2)}&\cdots&A_{1m}^{(2)}\\A_{21}^{(2)}&I_{22}^{(2)}&\cdots&A_{2m}^{(2)}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\A_{m1}^{(2)}&A_{m2}^{(2)}&\cdots&I_{mm}^{(2)}\end{pmatrix}$$

$$D_1=-\begin{pmatrix}0&A_{12}^{(21)}&\cdots&A_{1m}^{(21)}\\A_{21}^{(21)}&0&\cdots&A_{2m}^{(21)}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\A_{m1}^{(21)}&A_{m2}^{(21)}&\cdots&0\end{pmatrix}$$

$y^{(1)}(t)=(y_1^{(1)\mathrm{T}}(t),y_2^{(1)\mathrm{T}}(t),\cdots,y_m^{(1)\mathrm{T}}(t))^{\mathrm{T}}$，

$y^{(2)}(t)=(y_1^{(2)\mathrm{T}}(t),y_2^{(2)\mathrm{T}}(t),\cdots,y_m^{(2)\mathrm{T}}(t))^{\mathrm{T}}$，

$y(t)=(y^{(1)\mathrm{T}}(t),y^{(2)\mathrm{T}}(t))^{\mathrm{T}}$，显然 $E\leqslant\|A\|$。

将系统（3）的第 2 个方程 $(3)_2$ 合并记为：

$$Dy^{(2)}(t)=D_1y^{(1)}(t)\tag{5}$$

经过简单计算可得：

引理 4：①存在 $\lambda>0$，使得 $\|P_iA_{ii}Q_i\|\leqslant\lambda\|A\|$，$\|P_iA_{ij}Q_j\|\leqslant\lambda E$（$i\neq j$）。②存在 $\Delta_0>0$，使得当 $E<\Delta_0$ 时，有 D 为可逆矩阵且 $y^{(2)\mathrm{T}}y^{(2)}\leqslant\beta y^{(1)\mathrm{T}}y^{(1)\mathrm{T}}$（$\lambda$，$\beta>0$ 为与 E 无关的常数）。

引理 5：①设 M 为 $m\times s$ 阶矩阵，N 为 $s\times n$ 阶矩阵，则 $\|MN\|\leqslant s\|M\|\|N\|$。②设 M 为 $m\times n$ 阶矩阵，$x\in R^m$，$y\in R^n$，则 $|x^{\mathrm{T}}My|\leqslant\frac{\|M\|}{2}[nx^{\mathrm{T}}x+my^{\mathrm{T}}y]$。

2　主要结果

定理 1：如果线性广义连续大系统（1）对应的 m

个孤立子系统（2）都为正则、无脉冲解且渐近稳定的，则存在 $\Delta_1 > 0$，使得当 $E < \Delta_1$ 时，广义连续大系统（1）也是渐近稳定的。（Δ_1 由式（8）决定）。

证明：由系统（2）为正则、无脉冲解和渐近稳定的，由引理 1、2 知：对任意是给定的 $r_i \times r_i$ 维实的正定对称常数矩阵 $\boldsymbol{W}_i > 0$，存在唯一的 $r_i \times r_i$ 维实的正定对称常数矩阵 $\boldsymbol{V}_i > 0$，满足：$\boldsymbol{A}_{ii}^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{V}_i + \boldsymbol{A}_{ii}^{(1)} \boldsymbol{V}_i = -\boldsymbol{W}_i$（$i=1, 2, \cdots, m$）。

特别取 $\boldsymbol{W}_i = \boldsymbol{I}_i$ 为 r_i 阶单位矩阵时，存在唯一确定的正定对称常数矩阵

$$\boldsymbol{V}_i \triangleq \boldsymbol{B}_i \tag{6}$$

使得：$V_i(\boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)) = \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)$ 为正定二次型函数；

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V_i(\boldsymbol{y}_i^{(1)}(t))\Big|_{(4)_1} = -\boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{y}_i^{(1)} \tag{7}$$

取 $V(\boldsymbol{y}^{(1)}(t)) = \sum_{i=1}^{m} V_i(\boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)) = \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)$ 为广义连续大系统（3）的 Lyapunov 函数。当 $E < \Delta_0$ 时，由引理 4、5，沿着广义连续大系统（3）对 $V(\boldsymbol{y}^{(1)}(t))$ 求导数有：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(\boldsymbol{y}^{(1)}(t))\Big|_{(3)} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V_i(\boldsymbol{y}_i^{(1)}(t))\Big|_{(3)}$$

而 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V_i\Big|_{(3)} =$

$$\left[\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}}(t)}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t) + \boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{B}_i \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)}{\mathrm{d}t}\right]\Bigg|_{(3)} =$$

$$\Big[\boldsymbol{A}_{ii}^{(1)} \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t) + \sum_{j=1, j\neq i}^{m} (\boldsymbol{A}_{ij}^{(1)} \boldsymbol{y}_j^{(1)}(t) + \boldsymbol{A}_{ij}^{(12)} \boldsymbol{y}_j^{(2)}(t))\Big]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t) + \boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{B}_i \Big[\boldsymbol{A}_{ii}^{(1)} \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t) + \sum_{j=1, j\neq i}^{m} (\boldsymbol{A}_{ijy}^{(1)} \boldsymbol{y}_j^{(1)}(t) + \boldsymbol{A}_{ij}^{(12)} \boldsymbol{y}_j^{(2)}(t))\Big] \leqslant -\boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{y}_i^{(1)} + \sum_{j=1, j\neq i}^{m} \big[|\boldsymbol{y}_j^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_{ij}^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{y}_i^{(1)}| + |\boldsymbol{y}_j^{(2)\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_{ij}^{(12)\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{y}_i^{(1)}|\big] + \sum_{j=1, j\neq i}^{m} \big[|\boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{A}_{ij}^{(1)} \boldsymbol{y}_i^{(1)}| + |\boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{A}_{ij}^{(12)} \boldsymbol{y}_j^{(2)}|\big] \leqslant -\boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{y}_i^{(1)} + \lambda B E r_i \big[(n - n_i) \boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{y}_i^{(1)} + r_i (\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y}_i)\big]$$

$$(i=1, 2, \cdots, m)$$

从而：$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(\boldsymbol{y}^{(1)}(t))\Big|_{(3)} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V_i \leqslant \sum_{i=1}^{m} \{-\boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{y}_i^{(1)} + \lambda B E r_i [(n - n_i) \boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{y}_i^{(1)} + r_i (\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y}_i)]\} \leqslant -\{1 - [n\bar{r} + (1+\beta) \sum_{i=1}^{m} r_i^2] \lambda B E\} \boldsymbol{y}^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{y}^{(1)}$

取

$$\Delta_1 = \min\left[\Delta_0, \frac{1}{[n\bar{r} + (1+\beta)\sum_{i=1}^{m} r_i^2] \lambda B}\right] > 0 \tag{8}$$

当 $E < \Delta_1$ 时，有 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(\boldsymbol{y}^{(1)}(t))\Big|_{(3)} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V_i < 0$，从而 $\lim_{t\to\infty} \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t) = 0$，由引理 4 知：$\lim_{t\to\infty} \boldsymbol{y}_i^{(2)}(t) = 0$。所以：系统（3）渐近稳定，也就是广义连续大系统（1）也是渐近稳定的。

推论 1：如果广义连续大系统（1）对应的 m 个孤立子系统（4）的 $\boldsymbol{A}_{ii}^{(1)}$ 特征值都在左半平面内，则存在 $\Delta_1 > 0$，使得当 $E < \Delta_1$ 时，广义连续大系统（1）也是渐近稳定的。

定理 2：如果线性广义连续大系统（1）对应的 m 个孤立子系统（2）为正则、无脉冲解且相应的系统（4）都存在正定矩阵 $\overline{\boldsymbol{W}_i}$，$\overline{\boldsymbol{B}_i}$，使得：

$$\boldsymbol{A}_{ii}^{(1)\mathrm{T}} \overline{\boldsymbol{B}_i} + \overline{\boldsymbol{B}_i} \boldsymbol{A}_{ii}^{(1)} = \overline{\boldsymbol{W}_i} \tag{9}$$

成立（即 m 个孤立子系统（2）都不稳定的），则存在 $\Delta_2 > 0$，使得当 $E < \Delta_2$ 时，广义连续大系统（1）也是不稳定的（Δ_2 由式（10）决定）。

证明：由系统（2）为正则、无脉冲解且相应的系统（4）都存在正定矩阵 $\overline{\boldsymbol{W}_i}$，$\overline{\boldsymbol{B}_i}$，使得：$\boldsymbol{A}_{ii}^{(1)\mathrm{T}} \overline{\boldsymbol{B}_i} + \overline{\boldsymbol{B}_i} \boldsymbol{A}_{ii}^{(1)} = \overline{\boldsymbol{W}_i}$ 成立（即 m 个孤立子系统（2）都不稳定的），取 $V_i(\boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)) = \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)^{\mathrm{T}} \overline{\boldsymbol{B}_i} \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)$，则有：① $V_i(\boldsymbol{y}_i^{(1)}(t))$ 为正定二次型函数；② $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V_i(\boldsymbol{y}_i^{(1)}(t))\Big|_{(4)_1} = \boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \overline{\boldsymbol{W}_i} \boldsymbol{y}_i^{(1)}$。

取 $V(\boldsymbol{y}^{(1)}(t)) = \sum_{i=1}^{m} V_i(\boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)) = \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)$ 为广义连续大系统（3）的 Lyapunov 函数。类似于定理 1 的证明，当 $E < \Delta_0$ 时，沿着广义连续大系统（3）对 $V(\boldsymbol{y}^{(1)}(t))$ 求导数有：$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(\boldsymbol{y}^{(1)}(t))\Big|_{(3)} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V_i$，

而 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V_i =$

$$\left[\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}}(t)}{\mathrm{d}t} \overline{\boldsymbol{B}_i} \boldsymbol{y}_i^{(1)}(t) + \boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}}(t) \overline{\boldsymbol{B}_i} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{y}_i^{(1)}(t)}{\mathrm{d}t}\right]\Bigg|_{(3)} \geqslant \boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \overline{\boldsymbol{W}_i} \boldsymbol{y}_i^{(1)} - \lambda \bar{B} E r_i \big[(n - n_i) \boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{y}_i^{(1)} + r_i (\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y}_i)\big]$$

$$(i=1, 2, \cdots, m)$$

从而：$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(\boldsymbol{y}^{(1)}(t))\Big|_{(3)} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V_i \geqslant \sum_{i=1}^{m} \{\boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \overline{\boldsymbol{W}_i} \boldsymbol{y}_i^{(1)} - \lambda \bar{B} E r_i [(n - n_i) \boldsymbol{y}_i^{(1)\mathrm{T}} \boldsymbol{y}_i^{(1)} + r_i (\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y} -$

$y_i^{\mathrm{T}} y_i)]\} \geqslant \{\lambda_{\min} - [n\bar{r} + (1+\beta)\sum_{i=1}^{m} r_i^2] \lambda \bar{B} E\}$ $y^{(1)\mathrm{T}} y^{(1)}$

其中：$\lambda_{\min} = \min\{\lambda_{\min}(\overline{W_i}): i = 1, 2, \cdots, m\}$，$\lambda_{\min}(\overline{W_i})$ 为 $\overline{W_i}$ 的最小特征值。

取

$$\Delta_2 = \min\left[\Delta_0, \frac{\lambda_{\min}}{[n\bar{r} + (1+\beta)\sum_{i=1}^{m} r_i^2] \lambda \bar{B}}\right] > 0 \tag{10}$$

当 $E < \Delta_2$ 时，有 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(y^{(1)}(t))\Big|_{(3)} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V_i > 0$。所以：系统（3）不稳定，也就是广义连续大系统（1）也是不稳定的。

3 结束语

广义大系统的稳定性是一个非常重要的问题，由于广义大系统的复杂性，对其稳定性的研究也是一件相当困难的事情。本文从广义大系统的等价变换和等价系统入手，应用标量和的 Lyapunov 函数法，得到了广义连续大系统的渐近稳定和不稳定的充分条件。由定理 1 知，当孤立广义连续子系统的渐近稳定时，在一定条件下可得到了广义连续大系统的渐近稳定性；由定理 2 知，当孤立广义连续子系统的不稳定时，在一定条件下可得到了广义连续大系统的不稳定性。至于它们之间的更紧密的关系，有待于进一步研究。

参考文献：

[1] Michel A N, Miller R K. Qualitative Analysis of Large—scale Dynamical Systems [M]. New York: Academic Press, 1977.

[2] Siljak D D. Large—scale Dynamical Systems: Stability and Structure [M]. New York: North—Holland, 1978.

[3] Jamshidi M. Large—scale Dynamical Systems: Modeling and Control [M]. New York: North—Holland, 1983.

[4] Rosenbrock H H. Structural Properties of Linear Dynamical Systems [J]. Int J Control, 1974, 20 (2): 191—202.

[5] Chen Chao—Tian, Liu Yong—Qing. Stability of Large—scale Linear Singular Dynamical Systems and its Interconnecting Parameters Regions [J]. Journal of South University Technoloty (Natural Science), 1996, 24 (5): 51—56.

[6] 陈潮填，刘永清．广义线性系统渐近稳定的几个充要条件 [J]．华南理工大学学报，1998，26（3）：1—6.

[7] 刘永清，宋中宽．大型动力系统的理论与应用 [M]．广州：华南工学院出版社，1988.

Stability Analysis of Singular Continuous Linear Large—scale Systems

WO Song—lin[1,2]，ZOU Yun[2]

(1. Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213016, China; 2. Department of Automation, Nanjing University Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: The stability for singular large—scale system was an important issue. It was also difficult issue because singular large—scale system is very complicated. In this paper, we analyzed the singular continuous linear large—scale system by the method of equivalent transformation, equivalent system and scalar sum Lyapunov function. The interconnecting parameter regions of asymptotic stability and unsteady for singular continuous linear large—scale system were obtained.

Key words: singular continuous system; large—scale system; Lyapunov function; interconnecting parameter regions