

文章编号: 1005-8893 (2003) 02-0053-04

一个静电场问题的数值计算*

江兴方

(江苏工业学院 信息科学系, 江苏 常州 213016)

摘要: 将计算机引入到物理教学中, 对一个静电场具体问题数值计算, 求出各点的电势, 绘出电势曲线, 找出极值的位置, 进而说明数字化技术引入物理教学对物理教学现代化起到推动作用。

关键词: 静电场; 数值计算; 数字化技术

中图分类号: O 41 文献标识码: A

物理教学的改革不仅包括教学内容的现代化、教学手段的现代化, 还包括教学思想和教学观念的现代化^[1]。将计算机引入到物理教学中, 不仅能深入细致地看清楚物理现象和规律, 而且可以让同学们将学到的计算机知识用到物理学习上来。使物理教学的内容更为具体, 更为生动, 更为精确, 从而提高学习的兴趣。

1 问题的提出

利用计算机计算静电场中的电场强度和电势, 并用具体的数值和直观的图形表示出来, 对于学习静电场起到重要作用。

问题: 半径为 $2R$ 的均匀带电球, 电荷的体密度为 ρ , 球心为 O_1 , 设想在球内有一半半径为 R 的球形空腔, 球心为 O_2 , $O_1O_2 = R$, 如图 1 所示,

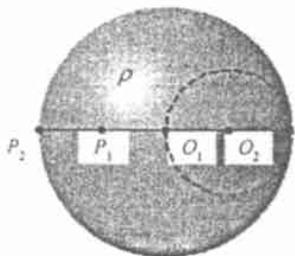


图 1 静电场问题

P_1 和 P_2 在 O_1 和 O_2 的连线的延长线上, 且

$P_1O_1 = R, P_2O_1 = 2R$ 。根据叠加原理求 O_1 、 O_2 、 P_1 、 P_2 4 点电势的大小。

利用高斯定理, 不难求出以体电荷密度 ρ (不妨假定 $\rho > 0$) 的带电球, 在其球外 ($r > R$) 的电场强度^[2] 为 $\frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$, 方向由球心沿径向向外; 在球内 ($r < R$) 的电场强度为 $\frac{\rho r}{3\epsilon_0}$, 方向由球心沿径向向外。

球外 ($r > R$) 电势为 $\int_r^\infty \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2} dr = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r}$; 球内 ($r < R$) 电势为 $\frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \frac{R^2 - r^2}{2} + \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0}$ 。因此可以将该问题看成是半径为 $2R$ 的体电荷密度为 ρ 的球与半径为 R , 体电荷密度为 $-\rho$ 的球在右边相切而成, 因此 O_1 、 O_2 、 P_1 、 P_2 4 点的电场强度与电势分别为:

$$E_{O1} = 0 + \frac{\rho}{3\epsilon_0} R = \frac{\rho R}{3\epsilon_0}, \text{ 方向向右;}$$

$$E_{O2} = \frac{\rho R}{3\epsilon_0} + 0 = \frac{\rho R}{3\epsilon_0}, \text{ 方向向右;}$$

$$E_{P1} = \frac{\rho R}{3\epsilon_0} - \frac{\rho R}{12\epsilon_0} = \frac{\rho R}{4\epsilon_0}, \text{ 方向向左;}$$

$$E_{P2} = \frac{2\rho R}{3\epsilon_0} - \frac{\rho R}{27\epsilon_0} = \frac{17\rho R}{27\epsilon_0}, \text{ 方向向左;}$$

$$u_{O1} = \left[\frac{\rho (2R)^2}{3\epsilon_0} + \frac{\rho (2R)^2}{3\epsilon_0} \right] - \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0} = \frac{5\rho R^2}{3\epsilon_0},$$

$$u_{O2} = \left[\frac{\rho 4R^2 - R^2}{3\epsilon_0} + \frac{\rho (2R)^2}{3\epsilon_0} \right] + \left[\frac{-\rho R^2}{3\epsilon_0} - \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0} \right] =$$

* 收稿日期: 2003-05-26

作者简介: 江兴方 (1963-), 男, 江苏常州人, 副教授, 主要从事物理教学, 物理信息技术的研究和应用。

$$\frac{4\rho R^2}{3\epsilon_0},$$

$$u_{P1} = \left[\frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{4R^2 - R^2}{2} + \frac{\rho(2R)^2}{3\epsilon_0} \right] + \left[-\frac{\rho R^2}{3\epsilon_0 \cdot 2R} \right] =$$

$$\frac{5\rho R^2}{3\epsilon_0},$$

$$u_{P2} = \frac{\rho(2R)^2}{3\epsilon_0} - \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 \cdot 3R} = \frac{11\rho R^2}{9\epsilon_0}.$$

2 数值计算方法

利用计算机可以计算出问题中各点的场强、电势, 以及比较其周围场点的场强和电势, 并发现其中的规律。下面全面介绍大球内各点电势的计算方法。

(1) 在 Multimedia ToolBook 界面^[3 4]上选择可推按钮工具, 画出两个按钮, 按钮上显示“任意点电势”和“各点电势”;

(2) 利用域工具, 画出 2 个可填域, 分别取名为“field11”、“field12”用于用户输入半径 r 和角度 θ ;

(3) 利用域工具, 画出 5 个域, 其中有 2 个域是文本显示域, 分别显示“ $r=$ ”、“ $\theta=$ ”, 2 个域用于显示计算结果, 分别取名为“field1”、“field2”, 以滚动栏形式出现, 还有一个域, 取名为“field90”用于显示提示;

(4) 对“任意点电势”和“各点电势”两个按钮分别键入计算大球内各点的电势的程序。注意: 由于该静电场问题具有对于 O_1O_2 轴旋转对称性, 故过 O_1O_2 轴的平面切割图 1 得到的图形都是等价的, 因此在大球内取一点 $P(r, \theta)$, 如图 2 所示, 极坐标的原点取在 O_1 点, P 点距离 O_1 为 r , 距离 O_2 为 $\sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\theta}$ 。

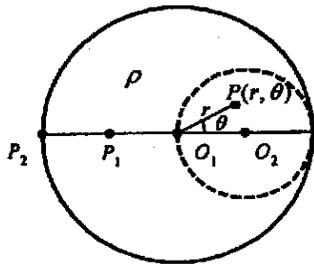


图 2 数值计算用图

当满足 $\cos\theta > \frac{r}{2R}$ 时, P 点位于小球内, 则

$$u_P = \frac{\rho(2R)^2}{3\epsilon_0} + \frac{\rho}{6\epsilon_0} (4R^2 - r^2) - \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0} - \frac{\rho}{6\epsilon_0} (2Rr\cos\theta - r^2).$$

当满足 $\cos\theta < \frac{r}{2R}$ 时, P 点位于大球内而在小球外, 则

$$u_P = \frac{\rho(2R)^2}{3\epsilon_0} + \frac{\rho}{6\epsilon_0} (4R^2 - r^2) - \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{r^2 + R^2 - 2Rr\cos\theta}}.$$

为了不失一般性, 同时为了计算方便, 假定 $R=1$, 并假定常数 $\frac{\rho R^2}{3\epsilon_0}=1$ 个单位, 设大球内一点 $P(r, \theta)$ 的电势用“ u ”表示, 图 3 中“任意点电势”程序:

```
to handle buttonclick
r=text of field field11
s=(text of field field12) * 2 *PI/360
if(r=0)
u=5
else
if(r^2+1-2 * r *cos(s))=0
u=4
else
if(cos(s)>0.5 * r)
u=6-r^2/2-1-0.5 *(2 * r *cos(s)-r^2)
else
u=6-r^2/2-1/(sqrt(r^2+1-2 * r *cos(s)))
end
end
end
text of field field1=" u=" &u
end
```

“各点电势”程序:

```
to handle buttonclick
textline 1 of text of field field2=" r=" &0 &“, u=" &5
step i from 1 to 200
step j from (text of field field12) to (text of field field12)
r=i/100; s=j *PI/180
if (r^2+1-2 * r *cos(s))=0
u=4
else
if (cos(s)>=0.5 * r)
u=5-r^2/2-0.5 *(2 * r *cos(s)-r^2)
else
u=6-r^2/2-1/(sqrt(r^2+1-2 * r *cos(s)))
end
end
end
```

```

end
end
textline i+1 of text of field field2=" r=" &r &“,
u=" &u
end
end
end
end
end

```

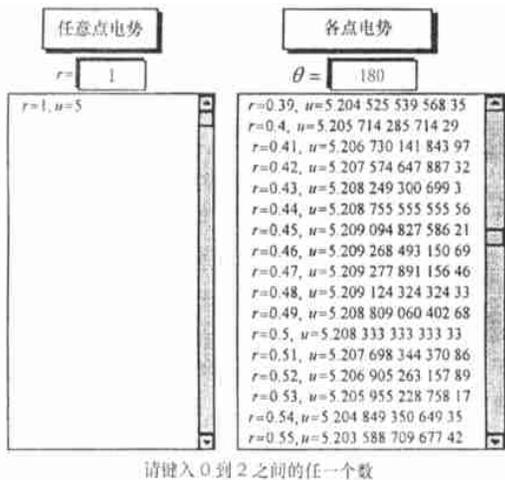


图3 软件界面图

3 计算结果

在大球内各点用 $P(r, \theta)$ 表示, 界面图如图3所示, 可以让用户任意地输入 r 或 θ 的值, 进行计算; 可以选定 r 值, 取不同的角度进行计算; 也可以选定 θ , 取不同的 r 值进行计算。当 $\theta=0$ 时, $r \in (0, 2)$, 可求出 O_1 点向右各点的电势; 当 $\theta=180^\circ$, $r \in (0, 2)$, 则可求出 O_1 点向左各点的电势, 如表1所示, O_1O_2 轴线上各点电势曲线图如图4所示。 $r=2, \theta \in (0, 180^\circ)$, 可求出球边缘各点的电势从3到11/3逐渐增大。

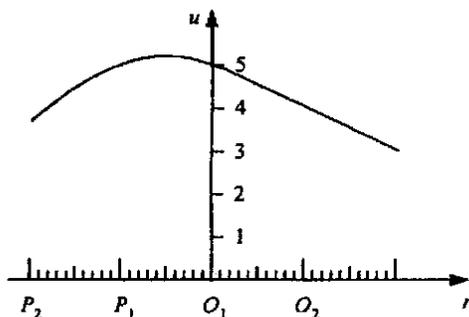


图4 O_1O_2 轴线上各点的电势

表1 O_1O_2 轴上各点电势数值计算表

| | r | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
|--------------------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $\theta=0$ | u | 4.900 0 | 4.800 0 | 4.700 0 | 4.600 0 | 4.500 0 | 4.400 0 | 4.300 0 | 4.200 0 | 4.100 0 | 4.000 0 |
| | r | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 | 1.6 | 1.7 | 1.8 | 1.9 | 2.0 |
| $\theta=180^\circ$ | u | 3.900 0 | 3.800 0 | 3.700 0 | 3.600 0 | 3.500 0 | 3.400 0 | 3.300 0 | 3.200 0 | 3.100 0 | 3.000 0 |
| | r | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| $\theta=180^\circ$ | u | 5.085 9 | 5.146 7 | 5.185 8 | 5.205 7 | 5.208 3 | 5.519 5 | 5.166 8 | 5.124 4 | 5.068 7 | 5.000 0 |
| | r | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 | 1.6 | 1.7 | 1.8 | 1.9 | 2.0 |
| $\theta=180^\circ$ | u | 4.918 8 | 4.825 5 | 4.720 2 | 4.603 3 | 4.475 0 | 4.335 4 | 4.184 6 | 4.022 9 | 3.850 2 | 3.666 7 |
| | r | 0.42 | 0.43 | 0.44 | 0.45 | 0.46 | 0.47 | 0.48 | 0.49 | 0.50 | 0.51 |
| $\theta=180^\circ$ | u | 5.207 57 | 5.208 25 | 5.208 76 | 5.209 09 | 5.209 27 | 5.209 28 | 5.209 12 | 5.208 81 | 5.208 33 | 5.207 70 |

4 结论

通过数值计算和绘制电势曲线图, 找到在 O_1O_2 轴线上距 O_1 左侧 $0.47R$ 处出现了电势极大值。在物理教学中, 有许多问题值得认真计算, 除了上述的静电场的电势问题外, 还有亥姆霍兹线圈轴线上各点的磁感强度、螺线管中各点的磁场等等, 利用计算机进行计算, 可以得到具体的数值结果, 加深对物理概念、物理图像的理解。

由此可见, 数字化技术是实现教学现代化的有力支撑, 运用计算机的数值计算、数字处理、数字动画、数字作图等技术, 让计算机真正进入物理教

学中, 使物理教学有声有色, 不断提高学生学习物理兴趣和计算机应用能力。

参考文献:

[1] 李元杰, 孙威娜. 全面引入数字化技术 推进基础物理教学 [J]. 重庆大学学报, 2002, 25: 46-49.

[2] 吴百诗. 大学物理(上册) [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1990. 202.

[3] 宣桂鑫, 江兴方. 多媒体物理教学软件开发与应用 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2001.

[4] 江兴方. 模拟静电场的多媒体软件制作 [J]. 江苏石油化工学院学报 1998, 11 (2): 54-57.

Numerical Calculation of an Electrostatic Field Problem

JIANG Xing-fang

(Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213016, China)

Abstract: The computer was applied in physics teaching. Electric potential values in electrostatic field were got by numerical calculation, a curve of electric potential was drawn, and a point of maximum value was found. It illustrated the impulse development of physics teaching modernization when the digitization technology was applied to physics teaching.

Key words: electrostatic field; numerical calculation; digitization technology

附: 绘制 O_1O_2 轴上各点电势曲线程序

to handle buttonclick

textline 1 of text of field field2= "r=" &0 & ",
u=" &5

local u [200]

step i from 1 to 200

u [i] = 0

end

step i from 1 to 200

if i < 101

step j from 0 to 0

r = i / 50; s = j * PI / 180

if (r ² + 1 - 2 * r * cos (s)) = 0

u [50] = 4

else

if (cos (s) >= 0.5 * r)

u [i] = 5 - r ² / 2 - 0.5 * (2 * r * cos (s) - r ²)

else

u [i] = 6 - r ² / 2 - 1 / (sqrt (r ² + 1 - 2 * r * cos (s)))

end

end

textline i + 1 of text of field field2= "r=" &r & ", u=" &u [i]

end

else

step j from 180 to 180

r = (i - 100) / 50; s = j * PI / 180

if (r ² + 1 - 2 * r * cos (s)) = 0

u [50] = 4

else

if (cos (s) >= 0.5 * r)

u [i] = 5 - r ² / 2 - 0.5 * (2 * r * cos (s) - r ²)

else

u [i] = 6 - r ² / 2 - 1 / (sqrt (r ² + 1 - 2 * r * cos (s)))

end

end

textline i + 101 of text of field field2= "r=" &r & ", u=" &u [i]

end

end

end

step i from 2 to 200

if i < 101

set vertices of line ("line" &i) to 5 000 + (i - 1) * 20, 4 000 - u [i - 1] * 500, 5 000 + i * 20, 4 000 - u [i] * 500

else

set vertices of line ("line" &i) to 5 000 - (i - 100) * 20, 4 000 - u [i - 1] * 500, 5 000 - (i - 100) * 20, 4 000 - u [i] * 500

end

end

end