

文章编号: 1005-8893 (2004) 01-0019-02

横力弯曲时圆形截面的剪切变形能的分析

蒋学东¹, 李小平², 潘逸兴¹

(1. 江苏工业学院 机械工程系, 江苏 常州 213016; 2. 常州信息职业技术学院, 江苏 常州 213015)

摘要: 形式系数 K 是计算剪切变形能的重要系数, 通过变形比能的概念, 推导出圆截面杆件的剪切变形能公式, 对原有资料中的形式系数进行了修正。

关键词: 变形比能; 形式系数; 剪应力

中图分类号: TB 301

文献标识码: A

在梁的弯曲应力中, 弯曲正应力占主导地位, 但一些特殊情况, 如焊接、铆接或胶合而成的梁, 以及短跨距梁, 剪应力很大, 需要进行剪应力的校核。

1 问题的提出

在计算横力弯曲时的剪切变形能时, 我们通常采用 $U_Q = \int \frac{KQ^2(s)}{2GA} ds$ 的计算公式。其中 K 也称为形式系数。对于不同截面的梁具有不同的形式系数。在现有文献 [1~4] 中, 圆截面梁的 K 取 $10/9$ 。本文认为这系数有些出入。

2 理论推导

对圆形截面的剪应力分布有以下假设:

(1) 截面边缘上各点的剪应力与圆周相切。在水平弦 AB 的两端点上与圆周相切的剪应力相交于 y 轴上的某点 P 。 AB 弦上各点的剪应力作用线均通过 P 点。

(2) AB 弦上各点的剪应力的垂直分量 τ_y 都相等 (图 1)。

因此对 τ_y 可用 $\tau_y = \frac{Q(s) \cdot S_z^*}{I_z \cdot b}$ 来计算, 先推导沿 y 轴方向的剪应力 τ_y 及沿 z 方向的剪应力 τ_z (图 2)。

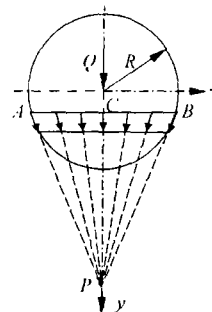


图 1 圆形截面的剪应力示意图

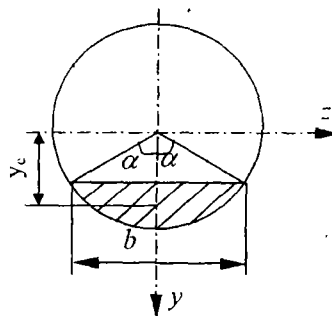


图 2 剪应力的计算图

$b = 2R \sin \alpha$ 查表^[5]则有

$$y_c = \frac{2R^3 \sin^3 \alpha}{3A}$$

其中 $A = \frac{R^3 (2\alpha - \sin 2\alpha)}{2}$; $S_z^* = y_c A = \frac{2R^3 \sin^3 \alpha}{3}$;

收稿日期: 2003-11-12

作者简介: 蒋学东 (1966-), 男, 江苏常州人, 硕士。

$$I_z = \frac{\pi R^4}{4}.$$

$$\tau_y = \frac{Q \cdot S_z^*}{I_z \cdot b} = \frac{4\bar{\tau} \sin^2 \alpha}{3} = \frac{4\bar{\tau} [1 - (y/R)^2]}{3}$$

$$\tau_z = \tau_y \frac{yz}{R^2 - y^2} = \frac{4\bar{\tau}}{3} \cdot \frac{yz}{R^2}$$

其中平均剪应力 $\bar{\tau} = Q/(\pi R^2)$; 变形比能 $u =$

$$\frac{\tau r}{2} = \frac{\tau^2}{2G}; \text{ 剪切变形能 } U = \int_V u dv =$$

$$\int_V \frac{\tau_y^2}{2G} dAdl + \int_V \frac{\tau_z^2}{2G} dAdl = U_1 + U_2$$

U_1 : 剪应力的垂直分量所具有的剪切变形能; U_2 : 剪应力的水平分量所具有的剪切变形能。

$$U_1 = \int_V \frac{\tau_y^2}{2G} dAdl =$$

$$4 \int_l \frac{1}{2G} \int_0^R \int_0^{\pi/2} \left\{ \frac{4\bar{\tau}}{3} \left[1 - \left(\frac{r \sin \theta}{R} \right)^2 \right] \right\}^2 \cdot r \cdot d\theta dr dl =$$

$$\int_l \frac{5}{9G} \pi \left(\frac{Q}{\pi R^2} \right)^2 R^2 ds = \int_l \frac{K_1 Q^2}{2GA} dl$$

其中 $K_1 = 10/9$ 。

$$U_2 = \int_V \frac{\tau_z^2}{2G} dAdl =$$

$$4 \int_l \frac{1}{2G} \int_0^R \int_0^{\pi/2} \left(\frac{4}{3} \bar{\tau} \frac{r \sin \theta \cdot r \cos \theta}{R^2} \right)^2 \cdot r \cdot d\theta dr ds =$$

$$\int_l \frac{\bar{\tau}^2 \pi R^2}{27G} dl = \int_l \frac{K_2 Q^2}{2GA} dl$$

其中 $K_2 = 2/27$ 。

$$\text{因此总变形能 } U = U_1 + U_2 = \int_l \frac{KQ^2}{2GA} dl$$

, 其中 $K = K_1 + K_2 = 32/27$ 。

3 结 论

现有资料上所求剪切变形能所采用的形式系数只考虑由 τ_y 所引起的。变形能与剪应力的平方成正比。 $\vec{\tau} = \vec{\tau}_y + \vec{\tau}_z$ 。通过以上分析, 计算剪切变形能时对圆形截面杆件的形式系数 K 取 $32/27$ 可能更实际, 这对于剪应力较大的杆件的分析会起一定帮助作用。

参考文献:

- [1] 刘鸿文. 材料力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1993.
- [2] [美] 铁摩辛柯 S, 丁·盖尔. 材料力学 [M]. 北京: 科学教育出版社, 1978.
- [3] [日] 关谷壮. 最新材料力学 [M]. 陈和, 译. 上海: 同济大学出版社, 1992.
- [4] 沈云程. 阶梯圆形薄板轴对称弯曲的一般解 [J]. 江苏石油化工学院学报, 1995, 7 (1): 38-44.
- [5] 哈尔滨工业大学理论力学教研组. 理论力学 [M]. 上册. 北京: 高等教育出版社, 1997.

An Analysis of Shear-Deformed Energy of Circular-Section Beams Induring Vertical Forces

JIANG Xue-dong¹, LI Xiao-ping², PAN Yi-xing¹

- (1. Department of Mechanical Engineering, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213016, China;
2. Changzhou College of Information Technology, Changzhou 213015, China)

Abstract: Formal-coefficient K is an important coefficient when calculating shear-deformed energy. In this paper, the shear-deformed energy formula of circular-section shaft is derived based on the concept of deformed per energy, and the coefficient K is also revised.

Key words: deformed; formal-coefficient; shear stress