

文章编号: 1005 - 8893 (2004) 02 - 0044 - 03

# 有限应变椭球体拟合软件的开发及应用\*

胡超<sup>1</sup>, 姜波<sup>2</sup>

(1. 江苏工业学院 信息科学系, 江苏 常州 213016, 2. 中国矿业大学 资源与地球科学学院, 江苏 徐州 221008)

**摘要:** 根据有限应变分析原理, 采用有限应变分析中的椭球拟合技术, 用 VC++ 和 SQL Server 工具开发软件进行煤反射率光率体椭球拟合。根据煤样反射率数据库, 先对煤样立方体 3 个面分别进行应变椭圆拟合, 然后再根据拟合的椭圆来进行椭球拟合。采用有限应变分析中的椭球拟合技术, 可较为精确地求出各样品反射率椭球的形态特征及其主轴产状, 最后绘出弗林曲线, 输出椭球模型, 开发的软件在临、海、董 3 个矿区的构造应力 - 应变的关系分析中得到了很好的应用。

**关键词:** 有限应变; 椭球体; 拟合; 弗林参数

中图分类号: TP 391

文献标识码: A

## 1 有限应变椭球拟合

根据经典的应力应变理论, 在介质各向同性和均质的条件下, 应力轴与增量应变轴对应; 对于共轴变形过程, 增量应变轴与应变主轴相当。不计煤化过程中镜质组反射率的绝对增长, 只考虑反射率相对各项异性变化, 可将受构造变形的煤镜质组反射率类比于岩石有限应变椭球体。采用有限应变分析理论进行有限应变椭球拟合, 可用于煤田构造的应力 - 应变分析<sup>[1]</sup>。

### 1.1 应变椭圆拟合

为确定镜质组反射率的空间方位, 所采集的煤样应该是定向煤样, 每个煤样切制成一个立方体, 分别磨制和测量 3 个互相垂直的截面。建立独立的直角坐标系, 3 个测量面分别与 3 个坐标平面对应(图 1)<sup>[2]</sup>。在显微光度计下测量镜质组的油浸反射率。煤的一个光片截面选择 6 个左右测点, 测量各点的视最大反射率、视最小反射率及视最大反射率与坐标轴的夹角, 并求出各自平均值, 建立该光片截面的反射率椭圆。这样, 每一定向煤样以 3 个截面的 3 组共 9 个数据参加后继计算。为了获得较为准确的椭圆形貌及其特征参数, 需要对每个测点的

36 个数据进行平面椭圆拟合。

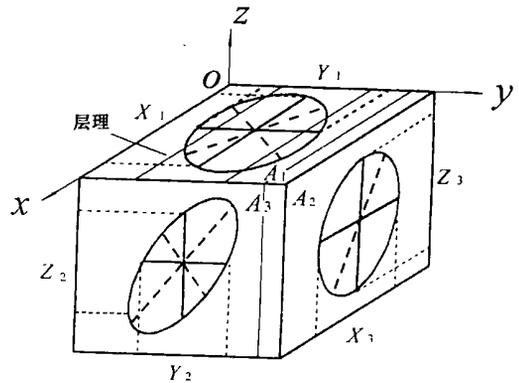


图 1 煤样切面及镜质组反射率椭圆示意图

### 1.2 反射率椭球拟合

对 3 个截面都进行椭圆拟合后, 再根据每一个煤样的 3 个截面所拟合的椭圆来进行椭球拟合。采用的理论基础是 Ramsay 1967 年提出的方法。可以把 3 个截面的交线定为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴, 每一个截面便是一个坐标面, 利用应变椭圆主轴与  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴相交的角便可以把每个截面上应变椭圆长、短半轴投影到  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴上。每一个截面的二维应变数据都统一用  $x$ 、 $y$ 、 $z$  坐标系来表达。具体算法如下:

\* 收稿日期: 2004 - 03 - 29

作者简介: 胡超 (1978 - ), 男, 江苏睢宁人, 硕士, 从事计算机教学及软件开发工作。

$$\begin{cases}
 x = \frac{\cos^2 \alpha_x}{(R_{\max})_{xy}^2} + \frac{\sin^2 \alpha_x}{(R_{\min})_{xy}^2} \\
 y = \frac{\cos^2 \alpha_y}{(R_{\max})_{yz}^2} + \frac{\sin^2 \alpha_y}{(R_{\min})_{yz}^2} \\
 z = \frac{\cos^2 \alpha_z}{(R_{\max})_{zx}^2} + \frac{\sin^2 \alpha_z}{(R_{\min})_{zx}^2} \\
 xy = \frac{1}{(R_{\max})_{xy}^2} + \frac{1}{(R_{\min})_{xy}^2} \sin \alpha_x \cos \alpha_x \\
 yz = \frac{1}{(R_{\max})_{yz}^2} + \frac{1}{(R_{\min})_{yz}^2} \sin \alpha_y \cos \alpha_y \\
 zx = \frac{1}{(R_{\max})_{zx}^2} + \frac{1}{(R_{\min})_{zx}^2} \sin \alpha_z \cos \alpha_z
 \end{cases}$$

式中,  $\alpha_x$ 、 $\alpha_y$ 、 $\alpha_z$  分别为二维椭圆与坐标轴平行的倒数平方伸长值, 即  $\alpha_x = 1/R_x$ ,  $\alpha_y = 1/R_y$ ,  $\alpha_z = 1/R_z$ ;  $X^2 + Y^2 + Z^2 - 2\alpha_{xy}XY - 2\alpha_{yz}YZ - 2\alpha_{zx}ZX = 1$ ;  $\alpha_{xy}$ 、 $\alpha_{yz}$ 、 $\alpha_{zx}$  分别为 3 截面内二维应变椭圆的剪应变参数。由上述参数构成一个椭球体方程, 解方程得到椭球体 3 主轴的半长度  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ); 主轴的方向余弦:

$$L_i = \cos R_{ix} = X_i / \sqrt{i}, \quad M_i = \cos R_{iy} = Y_i / \sqrt{i}, \quad N_i = \cos R_{iz} = Z_i / \sqrt{i}$$

式中的  $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z_i$  可从以下方程组中解出:  $X^2 + Y^2 + Z^2 = i$ 。反射率椭球体各主轴在独立坐标系中的方位角  $A_i$ 、 $B_i$  可求出:  $A_i = \arctan M_i / L_i$ ,  $B_i = \arccos N_i$ , 其中  $A_i$  是 3 主轴在  $XOY$  平面内投影线与  $X$  轴的夹角,  $B_i$  是 3 主轴与  $Z$  轴的夹角。这样求出的是煤样独立坐标系, 我们通过下面公式把它变换为地理方位。

坐标变换分两步进行, 首先绕水平轴  $X$  轴旋转角度  $T$  (煤层倾角), 将  $XOY$  面 (层理面) 转平, 得到中间坐标系  $[O; X, Y, Z]$ , 此旋转公式为:

$$X_i = X_i, \quad Y_i = Y_i \cos T + Z_i \sin T, \quad Z_i = -Y_i \sin T + Z_i \cos T$$

求出 3 主轴在  $[O; X, Y, Z]$  中的方位  $A_i$ 、 $B_i$ 。然后再进行第 2 次旋转, 可得到地理方位  $i$ , 旋转公式如下:

$$i = S - A_i + 180^\circ, \quad i = 90^\circ - B_i$$

## 2 程序设计

本软件用 VC++ 作为前端开发工具, SQL Server 为后台数据库, 通过 MFC ODBC 类来建立应用程序 [3]。用类向导建立应用程序框架, 设计好界面 (图 2)。

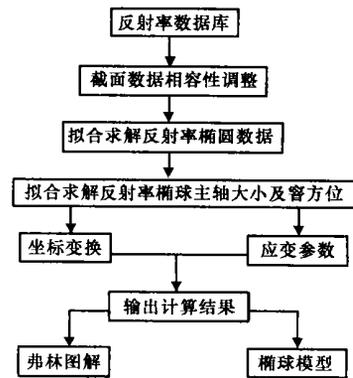


图 2 程序主界面

程序先进行椭圆拟合, 求得 3 个切面上的应变椭圆参数, 动态输出到数据库中。再根据应变椭圆数据进行椭球拟合。程序流程图如图 3。

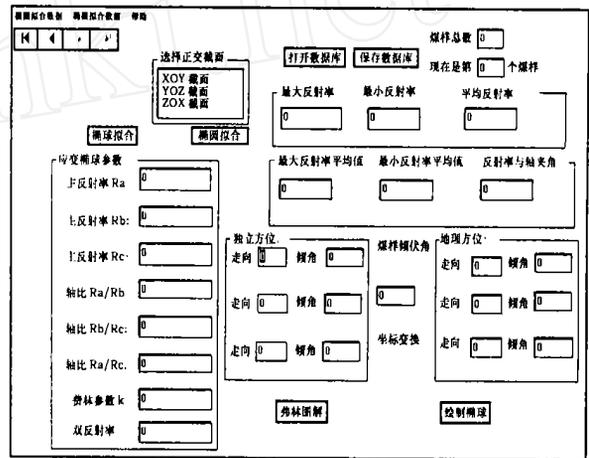


图 3 程序流程图

详细步骤如下:

对各截面内反射率椭圆的比例和测量误差调整。理想情况下, 3 个正交截面内的反射率椭圆与坐标轴的截线 (图 1) 应满足:  $X_1 = X_3$ ;  $Y_1 = Y_2$ ;  $Z_2 = Z_3$ 。但是, 由于各截面的椭圆数据是统计结果, 且存在一定的测量误差, 各主轴的绝对长度之间未必相容, 即未必来自通过同一椭球中心的截面。因此, 需要调整各截面的比例尺和修正测量误差。由于实验中某点所测的镜质组反射率数值为所要拟合的椭圆的长轴长和短轴长, 它们相互垂直, 夹角应该相差  $90^\circ$ 。这样的椭圆一共有 36 个。根据对称性, 只需拟合 18 个椭圆。首先, 把长短轴的大小数值转化为坐标点, 根据椭圆上任意一点的一般表达形式:

$$aX_i^2 + 2bX_iY_i + cY_i^2 + 2dX_i + 2eY_i = 1$$

由上方程式可化为向量形式:

$$(X_i^2, 2X_iY_i, Y_i^2, 2X_i, 2Y_i) * (a, b, c, d, e) = 1$$

所以，设 18 个点的向量可构成矩阵 A，那么组成的方程组为：

$$B [18] [5] * [a, b, c, d, e] = [1, 1, 1, 1, 1]$$

这样问题就转化为求方程组的解，即求出向量  $[a, b, c, d, e]$ ，把它代入椭圆的一般表达式，那么椭圆确定了，然后根据椭圆的一般形式可求出此椭圆长轴和短轴的大小。对应的长轴方位可根据此坐标点的下标关系求出。

下面讨论上面的方程组解的存在情况。我们知道对方程组 B 为列满秩时即  $B \in R^{m \times n}$ ， $\text{rank}(B) = n$ ，这时方程组有唯一解。如果 B 不是满秩的，即  $\text{rank}(B) < n$ ，此时方程组的解不是唯一的，我们只能得出近似解。从实验中我们也知道误差肯定是有的，但我们要尽量减小误差。计算程序中采用误差理论中阻尼最小二乘法，该方法收敛速度快，迭代 3 次即可满足要求。

样品采自构造煤较为发育的临涣、海孜、董亭矿区。把实验测的反射率原始数据输入到 SQL Server 数据库中，同时建立各种数据表保存程序运行中的数据。椭圆拟合输出参数包括：最大、中间和最小主反射率  $R_a$ 、 $R_b$  和  $R_c$ 、轴比  $R_a/R_b$ 、 $R_b/R_c$  和  $R_a/R_c$ 、弗林参数、双反射率、以及地理方位和坐标方位。根据拟合数据表可绘出弗林曲线，可以动态演示椭圆模型，根据椭圆模型可以直接获取空间信息，这样我们能够更直观的表达应变参数。也利于我们进行应变分析（图 2）。

### 3 应变分析

弗林图解是有限应变分析最为常用的图解方法。本软件可根据拟合后的数据和弗林参数绘出反射率有限应变分析的弗林图解，如图 4 所示。

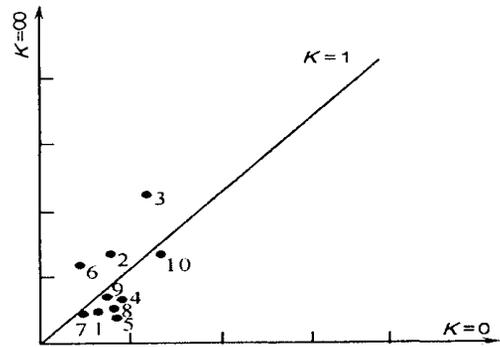


图 4 镜质组反射率椭圆弗林图解

在图中可见大部分煤样点落在  $K=1$  直线的附近。在  $0 < K < 1$  的区域内，煤样的反射率椭圆体为扁椭圆球形，代表了单向挤压和双向伸长的变形类型。而在  $1 < K$  的区域内，反映应变 3 主轴的伸长度  $e_1 > e_2 > e_3$ ，且  $e_1 > 0$ ， $e_2 < 0$ ， $e_3 < 0$ ，表明反射率椭圆体为伸长型椭圆球形，具有双向收缩、单向伸长的特征。此软件使用方便，操作简单，而且提供具体的帮助。作者开发的软件在临、海、董 3 个矿区的构造应力 - 应变的关系分析中得到了很好的应用。

#### 参考文献：

- [1] 郑亚东, 常志忠. 岩石有限应变测量及韧性剪切带 [M]. 北京: 地质出版社, 1985, 63 - 75.
- [2] 姜波, 秦勇. 变形煤的结构演化机理及其地质意义 [M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1998.
- [3] 官章全. Visual C# 6.0 高级编程范例 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2000.
- [4] 郑笑峰, 马正华. 分布式关系数据库架构在 AS/400 集群下的应用 [J]. 江苏工业学院学报, 2003, 15 (1): 57 - 60.

## Development and Application of Fitting Software for Finity Stress - Strain Ellipsoid

HU Chao<sup>1</sup>, JIANG Bo<sup>2</sup>

(1. Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213016, China; 2. College of Mineral Source and Geoscience, CUMT, Xuzhou 221008, China)

Abstract: Based on the theory of finity stress - strain and ellipsoid fitting, we use VC# and SQL Server to develop software for fitting ellipsoid of reflectance indicatrix. With the database of reflectance, we first fit the stress - ellipse of three faces of the mine cube. Secondly, we fit the ellipsoid, we can get the data of the mine cube. Finally, we can draw the curve of the Flinn parameter and ellipsoid model, this software is very good for analysizing the finity stress - strain of the mines in Lin, Hai, Tong mines.

Key words: finity stress - strain; ellipsoid; fitting; Flinn parameter