

文章编号: 1005—8893 (2005) 02—0001—03

# 神经网络模型应用于少数投影图像重建及数值模拟<sup>\*</sup>

倪重文, 江兴方, 王叶荟, 是度芳

(江苏工业学院 信息科学系, 江苏 常州 213016)

**摘要:** 研究了反馈式神经网络应用于少数投影重建图像问题。应用 Hopfield 神经网络, 将能量函数与判别重建图像的优化准则联系起来, 并应用 Adaline 模型调整各准则的权重, 从而得到的重建图像质量良好。神经网络重建图像的算法收敛快、精度高, 图像质量令人满意。

**关键词:** 神经网络; 图像重建; 少数投影; 能量函数

中图分类号: TN 911. 73      文献标识码: A

光学 CT 是一项新颖的不干扰原场的物理量场诊断技术, 图像重建是该技术的核心。物理量场与医学上诊断的人体的差别: 物理量场是动态变化的, 只能进行瞬态采样, 而且尺度较小, 只能设置有限个投影方向采样。因此研究少数投影图像重建技术具有重要的意义。基于不完全数据重建图像的各种算法: 代数重建算法 (ART), 联合代数重建算法 (SART)<sup>[1]</sup>, 改进的联合代数重建算法<sup>[2]</sup>, 频谱分析重建算法<sup>[3]</sup> 已取得一定成果。但当投影数减少至只有 4、5 个投影来重建图像时, 上述重建算法也不是都能得到好的效果的。计算机人工神经网络技术<sup>[4, 5]</sup> 的发展, 在许多领域中都得到了广泛应用, 近来已有人将人工神经网络应用于图像重建技术。

## 1 神经网络重建图像理论

### 1. 1 反馈式神经网络

本文采用反馈网络进行最优化计算。1982 年美国加州工学院物理学家 Hopfield 提出了一种互连接反馈式人工神经网络模型, 将“能量函数”引入到对称网络的研究中, 给出了网络的稳定性判据, 用来约束优化问题, 称 Hopfield 神经网络 (HNN: Hopfield Neural Network)。反馈网络结构见图 1,

该网络为单层全反馈网络, 其中每个神经元的输出都与其它神经元的输入相连接, 输入数目  $r$  与输出层神经元的数目  $s$  相等。为了引出能量函数及优化准则, HNN 对应电路模型见图 2, 这是第  $i$  个

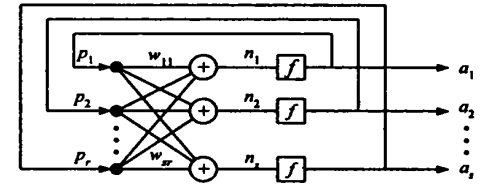


图 1 HNN 结构模型  
Fig 1 HNN structural model

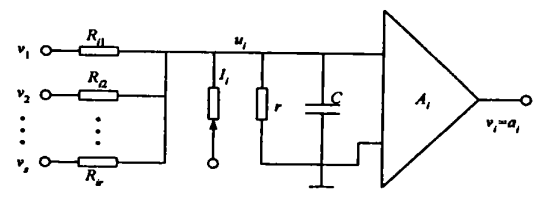


图 2 第  $i$  个输出神经元电路模型  
Fig 2 Circuit model of the  $i$ th output neural cell

输出神经元模型。整个网络是由  $r$  个同样的模型并联组成, 每个模型都有相同的输入矢量  $V = [v_1, v_2, \dots, v_r]$ 。根据克西霍夫电流定律, 对于图 2 列出下式

$$C \frac{du_i}{dt} + \frac{u_i}{r} = \sum_{j=1}^r \frac{1}{R_{ij}} (v_j - u_i) + I_i \quad (1)$$

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2005—02—20  
作者简介: 倪重文 (1964—), 男, 江苏武进人, 实验师。  
?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

令  $\frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \sum_{j=1}^r \frac{1}{R_{ij}}$ ,  $w_{ij} = \frac{1}{R_{ij}}$  则 (1) 式可写为反馈网络电路实现的状态方程

$$C \frac{du_i}{dt} = -\frac{1}{R} u_i + \sum_{j=1}^r w_{ij} v_j + I_i \quad (2)$$

由此式可知, 电路输出与状态值之间为一个单调递增的有界函数

$$v_i = f(u_i) \quad (3)$$

## 1.2 能量函数与优化准则

根据状态方程 (2) 式, 当系统达到稳定时, 可定义该网络的 Hopfield 能量函数

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r w_{ij} v_i v_j - \sum_{i=1}^r v_i I_i + \sum_{i=1}^r \frac{1}{R} \int_0^{v_i} f^{-1}(v) dv \quad (4)$$

这一能量函数是单调有界的, 它反映了状态的变化。当网络达到稳定状态时, 能量函数达到极小值。据此则有  $|E| < E_{\max}$  和  $\frac{dE}{dt} \leq 0$ 。  $\frac{dE}{dt} = 0$  的点即为系统稳定点,  $\frac{dE}{dt} \leq 0$  可以转化为对状态求导的条件, 即

$$\frac{\partial E(u_i, v_i)}{\partial u_i} = -\frac{du_i}{dt} \quad (5)$$

在图像重建中, 通常采用峰值函数最小 (增加图像平滑度) 和最小方差二个准则。峰值函数最小准则和最小方差准则的能量函数表达式分别为:

$$\min \{E_1[f(x, y)] = \sum_{j=1}^r f_j^2(x, y)\}$$

$$\min \{E_2[f(x, y)] = \sum_{i=1}^r [p_i - \sum_{j=1}^r r_{ij} f_j(x, y)]^2\}$$

## 1.3 图像重建算法

物场函数为  $f(x, y)$ , 采用网格法, 将  $x = 0 \sim 1.0$  和  $y = 0 \sim 1.0$  的正方形物场区划分为  $20 \times 20$  个网格, 第  $i$  个网格内的值为  $f_i(x, y)$ ,  $p_i$  为第  $i$  个投影方向上的投影值,  $r_{ij}$  表示第  $i$  条射线在第  $j$  个网格中的长度, 即有

$$p_i = \sum_{j=1}^r r_{ij} f_j(x, y) \quad (6)$$

存在的误差为

$$e_i = p_i - \sum_{j=1}^r r_{ij} f_j^*(x, y) \quad (7)$$

式中  $f_j^*(x, y)$  为第  $j$  个网格中的重建图像值。于是可以构筑 HNN 的熵函数

$$E[f(x, y)] = \frac{1}{2} E_1[f(x, y)] +$$

$$\frac{w}{2} E_2[f(x, y)] = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^r f_j^2(x, y) + \frac{w}{2} \sum_{i=1}^r [p_i - \sum_{j=1}^r r_{ij} f_j(x, y)]^2 \quad (8)$$

式中  $w$  为权重函数, 当  $E[f(x, y)]$  取极小值时, 就对应  $f(x, y)$  为期望的重建目标最优解。求一阶偏导数

$$\frac{\partial E[f(x, y)]}{\partial f_j(x, y)} = f_j(x, y) + w \sum_{i=1}^r r_{ij} f_j(x, y) - w \sum_{i=1}^r r_{ij} p_i \quad (9)$$

将式 (9) 与式 (2)、式 (5) 对应:

$$u_j = f_j(x, y), \quad \frac{du_j}{dt} = -\frac{\partial E[f(x, y)]}{\partial f_j(x, y)}, \quad w_{ij} = wr_{ij}, \quad I_j = w \sum_{i=1}^r r_{ij} p_i.$$

能量函数对  $t$  的一阶导数

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{j=1}^r \frac{\partial E}{\partial f_j(x, y)} \cdot \frac{df_j(x, y)}{dt} = -\sum_{j=1}^r \frac{du_j}{dt} \cdot \frac{df_j(x, y)}{dt} = -\sum_{j=1}^r \frac{du}{df_i} [f_j(x, y)] \left( \frac{df_j(x, y)}{dt} \right)^2 \quad (10)$$

因为  $u_j = u[f_j(x, y)]$  单调增, 所以  $\frac{dE}{dt} \leq$

0, 且对所有的  $j$  存在  $\frac{df_j}{dt} = 0$  时,  $\frac{dE}{dt} = 0$ 。亦即系

统达到平衡点,  $f(x, y)$  就有最优解, 令  $\frac{du_j}{dt} = \frac{u_j^{t+1} - u_j^t}{\lambda}$ , 则得如下叠代方程

$$f_j^{t+1}(x, y) = (1 - \lambda) f_j^t(x, y) - \lambda w \sum_{i=1}^r r_{ij} f_j^t(x, y) + \lambda w \sum_{i=1}^r r_{ij} p_i \quad (11)$$

式中,  $t$  为叠代次序,  $\lambda = \Delta t / \tau$  为步长因子,  $\tau = RC$ 。权重因子  $w$  采用 Adaline 模型来求解。通过式 (11) 叠代运算根据式 (7) 设置的误差, 即可得到目标函数  $f(x, y)$ 。

## 2 数值模拟

对双高斯函数进行数值模拟, 同时用 SART 算法进行重建比较重建精度, 重建对象双高斯函数

$$f(x, y) = 2 \exp[-25(x-0.3)^2 - 25(y-0.7)^2] + 4 \exp[-25(x-0.7)^2 - 25(y-0.3)^2] \quad (12)$$

物场区域为  $x = 0 \sim 1.0$  和  $y = 0 \sim 1.0$  正方形, 划分成  $20 \times 20$  个网格。取 8 个投影, 方向角为  $0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ, 90^\circ, 112.5^\circ, 135^\circ, 157.5^\circ$ , 平行束扫描, 扫描间隔 0.05, 步长因子  $\lambda = 0.01$ ,

利用 (11) 式重建结果见图 3 (b), 图 3 (a) 为双高斯函数原场. SART 算法公式为

$$f_j^{t+1}(x,y)=f_j^t(x,y)+\frac{\sum_{i=1}^I\frac{r_{ij}e_i}{\sum_{j=1}^Jr_{ij}}}{\sum_{i=1}^I r_{ij}} \quad (13)$$

SART 重建结果见图 3 (c), 采用最大函数值的最大误差和平均误差来判断重建算法的效果:

$$e_{\max}=\max (err_j), \quad e_{av}=\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J err, \quad err_j=\frac{\left|f_j-f_j^{*}\right|}{\left|f_{\max }\right|}$$

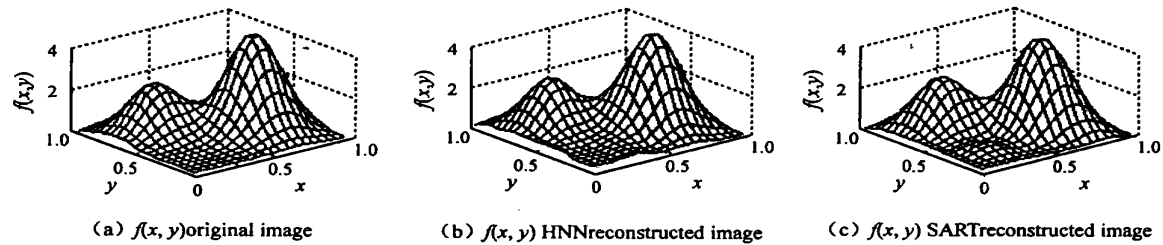


图 3  $f(x,y)$  重建图比较

Fig 3 Compare of  $f(x,y)$  reconstructed images

叠代 6 次后的重建结果见表 1, 由此可以看出, 基于神经网络的重建图像算法误差较小, 其重建图像质量优于 SART 算法。

表 1 重建误差表

Table 1 Error of reconstruction

Reconstruction algorithm	$e_{\max } / \%$	$e_{av} / \%$
HNN	3	0.8
SART	5	1.0

3 结 论

应用 Hopfield 反馈式神经网络, 将能量函数与优化准则结合起来, 并用 Adaline 模型来调整各准则权重, 从而用于少数投影重建图像技术能够取得良好的重建图像质量。通过数值模拟证实: 应用神经网络重建图像, 由于考虑了各优化准则的综合效果, 重建图像的质量优于 SART 重建图像质量,

并且收敛速度快, 计算量小, 具有实用价值。

参考文献:

[ 1 ] Andersen A, Hand Kak A C. Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART): A Superior Implementation of the ART Algorithm [ J ]. Ultrasonic Imaging, 1984, 6: 81—94.  
[ 2 ] 申世安, 是度芳, 李春芳, 等. 修改的联合代数叠代法及其在图像重建中的应用 [ J ]. 量子电子学报, 2001, 18 (6): 481—484.  
[ 3 ] Chunfang Li, Dufang Shi, Yunshan Li. Computer Simulation of Image Reconstruction by a New Frequency Spectrum Approach Algorithm [ J ]. SPIE, 2003, 5 058, 608—612.  
[ 4 ] 胡守仁. 神经网络导论 [ M ]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1993.  
[ 5 ] 焦李成. 神经网络系统理论 [ M ]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1990.

Neural Network Model Used in Image Reconstruction from a Few Projections and Numeric Simulation

NI Zhong—wen, JIANG Xing—fang, WANG Ye—hui, SHI Du—fang

(Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213016, China)

**Abstract:** The authors studied the feedback neural network applied to image reconstruction from a few projections. The quality of the reconstructed image was good, obtained by using Hopfield neural network, relating the energy function with the criteria of optimization used in judging reconstructed image, and using the Adaline model to adjust the weight of each criterion. The algorithm of image reconstruction based on the neural network is fast in convergence and high in precision, furthermore the quality of the image is satisfactory.

**Key words:** neural network; image reconstruction; a few projections; energy function