

文章编号: 1005-8893 (2005) 03-0030-04

# 非线性介质传输矩阵算法研究双稳态特性<sup>\*</sup>

陈宪锋<sup>1</sup>, 蒋美萍<sup>1</sup>, 沈小明<sup>1</sup>, 巢小刚<sup>1</sup>, 是度芳<sup>1,2</sup>

(1. 江苏工业学院 信息科学系, 江苏 常州 213016; 2. 华中科技大学 物理系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 研究了一维非线性介质的传输矩阵算法, 并对色散型缺陷层的一维光子晶体的光学双稳态特性进行了模拟。研究表明, 该方法可以精确地模拟一维非线性介质的传输行为, 很方便地给出一维光子晶体的光学双稳态特性。

关键词: 非线性介质; 传输矩阵; 双稳态

中图分类号: O 431.2 文献标识码: A

从 Yablonovitch 和 John 分别在 1987 年提出光子晶体的概念以来<sup>[1,2]</sup>, 人们对光子晶体进行了广泛地研究。光子晶体的最根本的特征是具有光子带隙<sup>[1]</sup> (PBG: photonic band gap), 落在带隙中的电磁波被禁止传播。光子晶体的这一特性使得它在许多方面有着重要的应用, 如光子晶体光纤、光子晶体波导、全向反射镜、光子晶体滤波器、光子晶体偏振器等<sup>[3~6]</sup>。在光子晶体中引入缺陷, 可使光子局域化。利用掺杂光子晶体来抑制或增强自发辐射, 可以制造高效率 and 零阈值的激光器、高品质的激光谐振腔、以及高效发光二极管等<sup>[7~9]</sup>。特别是缺陷层为具有 Kerr 效应的非线性介质时, 还可以使系统在光学响应中出现双稳态、多稳态及光学限制等特性<sup>[10~12]</sup>, 这在光通信和光计算机中有着极大的应用前景。

目前, 模拟电磁场在光子晶体的传输行为常用的计算方法是时域有限差分法 (FDTD)<sup>[13]</sup>。该方法是 Maxwell 时域场旋度微分方程的差分解法, 是一种十分有效的数值模拟方法。FDTD 不仅适用于 3D 光子晶体中光波的传输模拟, 而且在算法中引入一项附加的非线性差分项后还可以处理非线性介质的光学传输特性<sup>[14]</sup>。但由于 FDTD 的计算涉及差分方程的迭代, 因此存在一个迭代过程解的收敛性问题, 只有选取合适的步长, 才有可能得到稳定的数值解。此外 FDTD 算法的最大问题是计算量

巨大, 故要求计算机的内存容量大, 特别是对于开关的全过程模拟。除了 FDTD 算法, 对于一维光子晶体, 有人提出了基于分层介质正向递推的非线性传输矩阵方法, 从输入端尝试递推输出端<sup>[15,16]</sup>。但是由于非线性的光学双稳态、甚至多稳态过程, 1 个输入对应多个输出, 因此该种试探算法有一定的缺陷, 有可能遗漏某些输出值, 不仅计算方法复杂, 而且不容易作出输入—输出特性曲线。

如果从输出端反算输入端, 则 1 个输出值只有 1 个输入值与之对应。基于这一思想<sup>[17]</sup>, 设计了 1 个分层介质逆向递推传输矩阵的算法, 对光子晶体的传输行为进行了研究, 得到了色散型缺陷层一维光子晶体的光学双稳态特性。本算法的理论异于文献 [17], 且与 FDTD 算法相比, 本算法计算过程快, 运行时间短, 而对于非线性缺陷层一维光子晶体的处理结论则完全一致。

## 1 数值算法模型

### 1.1 光子晶体模型

带缺陷的一维光子晶体是由两种折射率分别为  $n_1$  和  $n_2$  的不同材料 A、B 交替构成, 中间 D 为缺陷层, 如图 1 (a)。缺陷层 D 两侧的周期单元 (AB 或 BA) 数为  $N$ , 每个周期单元中各介质层均

\* 收稿日期: 2005-04-08

作者简介: 陈宪锋 (1970-), 男, 江苏张家港人, 讲师, 硕士, 主要从事基础物理教学和光学材料方面的研究。

为  $\lambda_0/4$  层, 即  $n_A d_A = n_B d_B = \lambda_0/4$ ,  $\lambda_0$  为中心波长; 缺陷层的折射率为  $n$ , 物理厚度  $d = \frac{\lambda_0}{4n} \times 2$ . 该一维光子晶体的结构简写为  $(AB)^N D (BA)^N$ , 实际上这就是一个 Bragg 微腔, 缺陷层两侧的周期性介质层  $(AB)^N$  或  $(BA)^N$  即为两个 Bragg 镜.

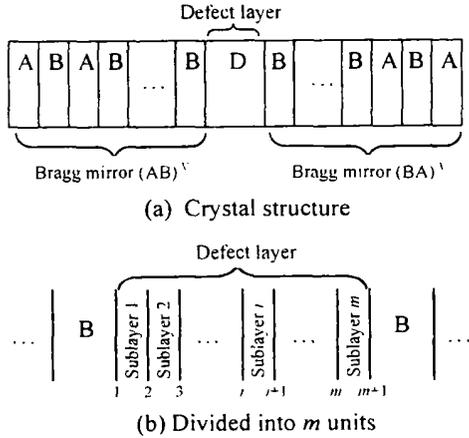


图 1 一维光子晶体的结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of 1D photonic crystal

### 1.2 非线性介质传输矩阵算法

研究表明, 在带缺陷的一维光子晶体的禁带中, 存在着奇特的缺陷模。该缺陷模的谱线极窄, 品质因子很高。以该缺陷模频率入射的光线, 通过前后两个 Bragg 镜的多次反射, 将在缺陷层中形成很强的局域电场。相对于入射光强度, 缺陷层内的局域电场强度可提高 2 个以上数量级, 因此缺陷层内的非线性介质将产生很强的非线性效应。

当缺陷层为非线性的 Kerr 介质时, 其相对电容率和折射率为

$$\epsilon_r = 1 + \chi^{(1)} + \chi^{(3)} |E|^2 \quad (1)$$

$$n = \sqrt{\epsilon_r} = n_0 + n_2 |E|^2 \quad (2)$$

其中:  $\chi^{(1)}$ 、 $\chi^{(3)}$  分别为 1 阶和 3 阶电极化率;

$n_0 = \sqrt{1 + \chi^{(1)}}$  称为线性折射率, 与光强无关;

$n_2 = \frac{\chi^{(3)}}{2n_0}$  称为非线性折射率系数;  $E$  为缺陷层内部

的电场强度, 层内光强  $I = \frac{1}{2} n c \epsilon_0 |E|^2$ . 可见在非线性介质内部, 折射率  $n$  与内部的局域电场  $E(x)$  或局域光强  $I(x)$  有关, 故不能使用普通的传输矩阵方法<sup>[18]</sup> 来处理非线性介质。

对此将非线性介质均分为  $m$  个子层。只要分割的子层数足够多, 则对每一个子层来讲, 可将其折射率视为定值, 即每个子层是一个均匀介质层,

于是该非线性的介质层就由每层均是均匀介质的  $m$  个子层所构成。

对于其中的第  $i$  个子层 ( $1 \leq i \leq m$ ), 两侧界面用  $i$ 、 $i+1$  标记, 见图 1 (b)。这两个界面处电场和磁场的切向分量分别用  $E_i$ 、 $H_i$  和  $E_{i+1}$ 、 $H_{i+1}$  表示。利用 Maxwell 的经典电磁场理论, 结合边界条件, 特征矩阵为

$$\begin{bmatrix} E_i \\ H_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \hat{\varphi} & \frac{i}{\eta_i} \sin \hat{\varphi} \\ i \eta_i \sin \hat{\varphi} & \cos \hat{\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{i+1} \\ H_{i+1} \end{bmatrix} = T_i \begin{bmatrix} E_{i+1} \\ H_{i+1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中:  $\hat{\varphi} = \frac{2\pi}{\lambda} n_i d_i \cos \theta_i$ ,  $\eta_i = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot n_i \cos \theta_i$  (TE)

或  $\eta_i = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot \frac{n_i}{\cos \theta_i}$  (TM) 为子层  $i$  中的相位厚度和光学导纳,  $n_i$ 、 $d_i$ 、 $\theta_i$  分别为该子层的折射率、子层厚度和光线偏离法线的偏折角。但  $n_i$  是与该子层内的电场 (或光强) 有关, 如果子层划分的足够薄, 就可用  $E_{i+1}$  (TE) 或  $E_{i+1}/\cos \theta_{i+1}$  (TM) 来等效子层  $i$  内的电场, 代入公式 (2) 即得子层  $i$  的折射率  $n_i$ 。

因此如果知道第  $m+1$  个界面 (亦即整个非线性介质的后界面) 处的电场, 利用上述思想就可得到子层  $m$  的折射率  $n_m$ , 由公式 (3) 继而得到第  $m$  个界面处的电场, 再得到子层  $(m-1)$  的折射率  $n_{m-1}$ , ..., 经过  $m$  次循环, 就得到了联系整个非线性介质前后两个界面的非线性介质传输矩阵。

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ H_1 \end{bmatrix} = T_1 T_2 T_3 \cdots T_m \begin{bmatrix} E_{m+1} \\ H_{m+1} \end{bmatrix} = T_D \begin{bmatrix} E_{m+1} \\ H_{m+1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

于是整个一维光子晶体  $(AB)^N D (BA)^N$  的传输矩阵为

$$T = T_B T_D T_H = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中:  $T_B$ 、 $T_H$  分别为前后两个 Bragg 镜的传输矩阵。光波的透射率

$$T' = \frac{I_t}{I_i} = \begin{cases} \frac{4 \eta_0 \eta_s}{|\eta_0 a + \eta_0 \eta_s b + c + \eta_s d|^2} \text{ (TE)} \\ \frac{4 \eta_0 \eta_s}{|\eta_s a + \eta_0 \eta_s b + c + \eta_0 d|^2} \text{ (TM)} \end{cases} \quad (6)$$

式中  $\eta_0$ 、 $\eta_s$  分别为一维光子晶体  $(AB)^N D (BA)^N$  前后两个外侧介质的导纳,  $I_i$ 、 $I_t$  分别为入射光强

和出射光强。

利用公式 (4) 得到非线性介质传输矩阵  $T_D$  时, 是采用子层逆向递推的方法实现的, 因此如果给定一个输出光强  $I_o$ , 利用公式 (4) ~ (6) 就可以得到唯一 1 个确定的输入光强  $I_i$ 。利用计算机编程很容易实现上述运算, 这就是子层逆向递推传输矩阵算法。

## 2 双稳态特性研究

利用非线性介质传输矩阵算法, 对色散型缺陷层的一维光子晶体  $(AB)^5D(BA)^5$  进行了数值模拟。计算中有关参数为: 介质 A 为  $MgF_2$ ,  $n_1 = 1.38$ 、 $d_1 = 0.281 \mu m$ , 介质 B 为  $ZnS$ ,  $n_2 = 2.35$ 、 $d_2 = 0.165 \mu m$ , 中心波长  $\lambda = 1.550 \mu m$ , 缺陷层的厚度  $d = 0.517 \mu m$ , 线性折射率  $n_0 = 1.5$ , 3 阶电极化率  $\chi^{(3)} = 2.0 \times 10^{-12} m^2/V^2$ , 晶体外侧的介质同是空气。波长  $\lambda = 1.557 \mu m$  的光波正入射到光子晶体上。

图 2 为一维光子晶体  $(AB)^5D(BA)^5$  的双稳态特性曲线。双稳态的上阈值  $T_1 = 626.3 kW/m^2$ , 下阈值  $T_2 = 482.5 kW/m^2$ 。当  $I_i$  由零逐渐增大时,  $I_o$  随着  $I_i$  的增大而慢慢增大, 但当  $I_i$  达到  $T_1$  时,  $I_o$  发生突变, 迅速由 A 点跳到 B 点, 然后再随  $I_i$  的增大而缓慢增大; 相反, 当  $I_i$  由 1 个较大的值逐渐减小时,  $I_o$  先随  $I_i$  的减小而减小, 当  $I_i$  达到  $T_2$  时,  $I_o$  再次发生突变, 由 C 点跳到 D 点, 最后再随  $I_i$  的减小而减小直到零值。在 A、C 两点之间的曲线是不稳定的状态, 图 2 的迟滞回线清晰地显示出了非线性缺陷层一维光子晶体  $(AB)^5D(BA)^5$  的光学双稳态特性。图 3 为入射光强度对光子晶体透射率的影响, 从中也可以清晰地看出非线性介质的双稳态特性。

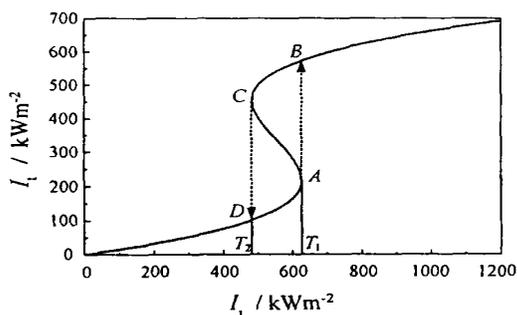


图 2 一维光子晶体  $(AB)^5D(BA)^5$  的输入-输出特性曲线  
Fig. 2 The input-output character of 1D photonic crystal  $(AB)^5D(BA)^5$

如果不考虑光子晶体的驰豫过程, 忽略非线性介质的响应, 即不考察器件的动力学行为, 那么由非线性介质传输矩阵算法得到的图 2、图 3 所示的双稳态特性曲线与用 FDTD 方法得到的结论完全一致。但就工作量而言, 非线性介质传输矩阵算法的工作量与 FDTD 相比简直可以忽略。在数值模拟计算中, 还发现当非线性介质分割的子层数  $m$  超过 20 时, 双稳态特性曲线几乎不再变化。

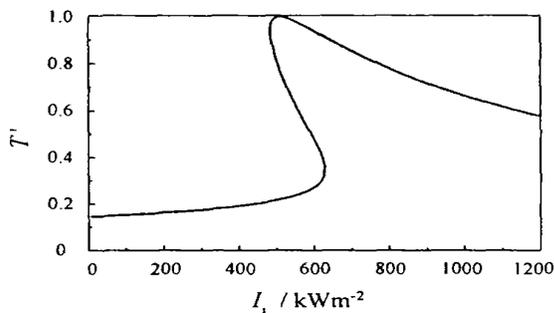


图 3 入射光强度对透射率的影响

Fig. 3 Effect of incident light intensity on the transmission

## 3 结论

本文将非线性介质分割为多个子层, 利用子层逆向递推传输矩阵的方法, 得到了非线性介质传输矩阵算法, 并研究了非线性缺陷层一维光子晶体的光学双稳态特性。若不考察器件的动力学行为, 利用本算法得到的数值模拟结果几乎可以和 FDTD 算法相媲美, 但较 FDTD 算法而言非线性介质传输矩阵算法的工作量非常小, 简直可以忽略。

### 参考文献:

- [1] Yablomvitch E. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58 (20): 2059-2062.
- [2] John S. Strong Localization of Photonics in Certain Disordered Dielectric Superlattices [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58 (23): 2486-2489.
- [3] Brik S T A, Knight J C, Russell P St J. Endlessly Single-Mode Photonic Crystal Fiber [J]. Opt Lett, 1997, 22: 961-963.
- [4] Fink Y, Winn J N, Fan S, et al. A Dielectric Omnidirectional Reflector [J]. Science, 1998, 282: 1679-1682.
- [5] Gupta S, Tuttle G. Infrared Filters Using Metallic Photonic Band Gap Structures on Flexible Substrate [J]. Appl Phys Lett, 1997, 71 (17): 2412-2414.
- [6] Deng K, Shi D, Jiang M, et al. Progress in the Study of Photonic Crystal [J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2004, 21 (5): 555-564.
- [7] Yakoyama H, Nishi K, Anan T, et al. Controlling Spontaneous

- Emission and Threshold— Less Laser Oscillation with Optical Microcavities [ J ]. *Optical and Quantum Electronics* 1992, 24: s245—s275.
- [ 8 ] Villeneuve P R, Fan S, Joannopoulos J D. Microcavities in Photonic Crystals: Mode Symmetry, Terability, and Coupling Efficiency [ J ]. *Phys Rev B* 1996, 54 ( 11 ): 7 837—7 842.
- [ 9 ] Fan S, Villeneuve P R, Joannopoulos J D, et al. High Extraction Efficiency of Spontaneous Emission from Slabs of Photonic Crystals [ J ]. *Phys Rev Lett* 1997, 78 ( 17 ): 3 294—3 297.
- [ 10 ] Lidorilis E, Busch K, Li Q M, et al. Optical Nonlinear Response of a Single Nonlinear Dielectric Layer Sandwiched Between Two Linear Dielectric Structure [ J ]. *Phys Rev B*, 1997, 56 ( 23 ): 15 090—15 099.
- [ 11 ] Agranovich V M, Kiselev S A, Mills D L. Optical Multistability in Nonlinear Superlattices with Very Thin— Layers [ J ]. *Phys Rev B* 1991, 44 ( 19 ): 10 917—10 920.
- [ 12 ] Jiang M, Jiang X, Shen X, et al. Progress in the Study on Microcavities and Cavity Quantum Electrodynamics [ J ]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* 2004, 21 ( 6 ): 788—794.
- [ 13 ] Sullivan D M. *Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method* [ M ]. Wiley: IEEE Press, 2000.
- [ 14 ] Deng K F, Shi D F. Optical Bistable Switching in Photonic Crystals with Defect of Nonlinear Dielectric Materials [ J ]. *Proceedings of SPIE* 2005, ( 5 625 ): 809—814.
- [ 15 ] He J, Cada M. Combined Distributed Feedback and Fabry— Perot Structures with a Phase— Matching Layer for Optical Bistable Devices [ J ]. *Appl Phys Lett* 1992, 61 ( 18 ): 2 150—2 152.
- [ 16 ] Danckaert J, Fobelets K, Veretennicoff I, et al. Dispersive Optical Bistability in Stratified Structures [ J ]. *Phys Rev B*, 1991, 44 ( 15 ): 8 214—8 225.
- [ 17 ] Chen L, Ding W, Li W, et al. Transfer Matrix Algorithm of One— Dimensional Inhomogeneous Kerr Medium [ J ]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 33 ( 4 ): 497—500.
- [ 18 ] 蒋美萍, 江兴方, 沈小明, 等. 一维光子晶体的偏振特性研究 [ J ]. *量子电子学报*, 2005, 22 ( 4 ): 612—616.

## Transfer Matrix Algorithm in Study of Optical Bistability of Nonlinear Dielectric

CHEN Xian—feng<sup>1</sup>, JIANG Mei—ping<sup>1</sup>, SHEN Xiao—ming<sup>1</sup>, CHAO Xiao—gang<sup>1</sup>, SHI Du—fang<sup>1, 2</sup>

(1. Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213016, China; 2. Department of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** Transfer matrix algorithm for 1D photonic crystal was studied with a defect layer of nonlinear dielectric. The method was to divide the nonlinear medium into a lot of homogeneous sublayers and to deduce reversely the input intensity from the output intensity by using transfer matrix of each sublayer. Then the method was applied in investigating the optical bistability of 1D photonic crystal with a dispersive defect layer. The investigations showed that the method simulated exactly the behavior of electromagnetic wave propagating in 1D nonlinear medium. Optical bistable switching of 1D photonic crystal with nonlinear defect layer was studied by this method, and the results were well in accordance with that obtained by FDTD.

**Key words:** nonlinear medium; transfer matrix; optical bistable switching