

文章编号: 1005-8893 (2006) 01-0037-04

含负折射率介质的一维光子晶体的带隙结构

沈小明¹, 陈宪锋¹, 唐 丽¹, 是度芳^{1,2}

(1. 江苏工业学院 信息科学系, 江苏 常州 213164; 2. 华中科技大学 物理系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 提出了用正、负折射率介质层交替排列构成的一维光子晶体模型, 并且用传输矩阵法计算了该模型的透射谱, 从理论上分析了其带隙结构。发现负折射率介质层的引入导致了奇异的带隙特性: 禁带很宽, 禁带宽度 $2\Delta\omega/\omega_0$ 趋于2, 导带为没有振荡的尖锐峰; 禁带宽度对折射率对比度和周期数的变化非常敏感。

关键词: 负折射率; 带隙结构; 传输矩阵法; 光子晶体

中图分类号: O 437

文献标识码: A

Band-Gap Structure of 1D Photonic Crystals Including Negative-Refractive-Index Media

SHEN Xiao-ming¹, CHEN Xian-feng¹, TANG Li¹, SHI Du-fang^{1,2}

(1. Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213164, China; 2. Department of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: The authors proposed a new model of one-dimensional photonic crystal composed of alternately arranged RHM and LHM layers, calculated numerically the transmission spectra of the model with the transfer matrix method, and theoretically analyzed characteristics of the band-gap structure. The introduction of negative refractive index layers (i. e. LHM layers) gave rise to the peculiar band-gap structure as follows. Firstly the forbidden bands were extremely wide and the transmission bands were extremely sharp and without oscillations; secondly the forbidden band width tended to $2\Delta\omega/\omega_0=2$ and it was very sensitive to change of the ratio of refractive indices and the number of periods.

Key words: negative refractive index; band-gap structure; transfer matrix; photonic crystal

近年来关于负折射率现象的理论与实验研究相当活跃, 不仅有许多新奇的研究成果发表^[1~5], 而且预期在许多领域有着潜在的重大应用。如利用负折射率材料可制成超级透镜实现点光源的完美成像以及放大倏逝波^[6], 制作新型波导管^[7]和微波光子晶体^[8]等, 前景非常广阔。

所谓负折射率是指当介电常数 ϵ 和磁导率 μ 同时为负时介质的折射率 n 必须取负值。首先提出负

折射率问题的是 Veselago^[9], 1968 年他研究了介电常数和磁导率同时为负的介质中电磁波的传播特性。Veselago 发现在这种介质中电场强度 E 和磁场强度 H 与波矢量 k 构成左手关系, 所以 ϵ 和 μ 同时为负的介质也称为左手化物质 (Left-handed Materials, 简称 LHM), 而 ϵ 和 μ 同时为正的介质称为右手化物质 (Right-handed Materials, 简称 RHM)。电磁波能流方向仍然由 Poynting 矢量

收稿日期: 2005-12-22

作者简介: 沈小明 (1963-), 男, 江苏宜兴人, 讲师, 主要从事光学材料方面的研究。

$\mathbf{S}=\mathbf{E}\times\mathbf{H}$ 决定, 所以在 LHM 中波矢量 \mathbf{k} 与 \mathbf{S} 相反, 即相速度方向与能流方向相反。因此在 LHM 中波数应该取负值, 即 $k=-\omega\sqrt{\epsilon\mu}$, $n=\frac{c}{\omega}k=-$

$c\sqrt{\epsilon\mu}$ 当然也是负值。当电磁波斜入射到 RHM 和 LHM 的分界面上时, 由边界条件可以推知折射波与入射波处在分界面法线的同一侧, 并且可以认为 Snell 定律仍然成立。另外 Veselago 还指出了 LHM 中反向 Doppler 频移与逆 Cerenkov 效应等异常现象。

在以前工作^[10]的基础上, 作者提出了用正、负折射率介质层交替排列构成的一维光子晶体模型, 给出了这类新型光子晶体的传输矩阵, 并且对这类新型光子晶体的带隙结构进行了理论分析和数值计算。

1 一维光子晶体的模型与传输矩阵

将折射率为 n_1 ($n_1>0$)、厚度为 d_1 的 RHM 介质层和折射率为 n_2 ($n_2<0$)、厚度为 d_2 的 LHM 介质层交替排列构成一维光子晶体 (以下简称 RHM-LHM 一维光子晶体)。每种介质层均为 $\lambda_0/4$ 片, 即有 $n_1d_1=-n_2d_2=\lambda_0/4$, 周期数为 N , 即周期性结构为 $(\text{RL})^N$, 模型如图 1 所示。

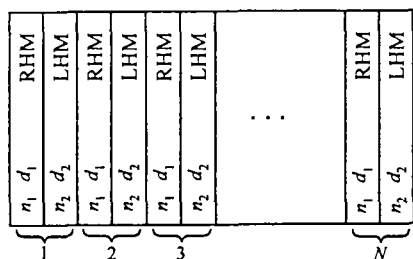


图 1 由 RHM 和 LHM 交替排列构成的光子晶体模型

Fig. 1 A novel model of 1D photonic crystal composed of alternately arranged RHM and LHM layers with positive and negative refractive indices respectively

采用传输矩阵法^[10,11]计算图 1 所示的 RHM-LHM 一维光子晶体的透射谱, 并分析其带隙结构。周期性结构为 $(\text{RL})^N$ 的一维光子晶体的传输矩阵, 可以表示为 M^N , M 为基本周期的特征矩阵。 $M=M_R M_L$, 其中 M_R 为 RHM 介质层的特征矩阵, M_L 为 LHM 介质层的特征矩阵。 M_L 可以表示为

$$M_L = \begin{bmatrix} \cos\delta_L & \frac{i}{\eta_L} \sin\delta_L \\ i\eta_L \sin\delta_L & \cos\delta_L \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 $\delta_L = \frac{2\pi}{\lambda} n_2 d_2 \cos\theta_L < 0$, $\theta_L < 0$ 。

$$\eta_L = \begin{cases} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cos\theta_L & (\text{TE}) \\ \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cdot \frac{1}{\cos\theta_L} & (\text{TM}) \end{cases}$$

其中 θ_L 、 ϵ_2 、 μ_2 分别为 LHM 介质层的折射角、介电常数和磁导率, 均为负值。

2 带隙结构的理论分析与数值计算

当光波正入射时, TE 模和 TM 模的透射谱是一样的, 以下理论分析与数值计算都是针对正入射情形。作为比较, 先给出传统的由正折射率介质层 ($n_1>0$, $n_2>0$) 构成的一维光子晶体 (简称 RHM 光子晶体) 的带隙结构, 接着给出 RHM-LHM 一维光子晶体的带隙结构, 并分析两者的异同。在以下分析与计算中, RHM 介质层和 LHM 介质层的相对磁导率分别取 1 和 -1。

2.1 RHM 一维光子晶体的带隙结构

当 RHM 一维光子晶体的两种介质层的光学厚度均为 $\lambda_0/4$ 时, 基本周期的特征矩阵为 $M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$, 第二类切比雪夫 (Chebyshev) 多项式的宗量^[12]

$$x = \frac{A+D}{2} = 1 - \frac{(n_1+n_2)^2}{2n_1n_2} \sin^2\left(\frac{\pi}{2}g\right) \leq 1 \quad (2)$$

其中: 频率比 $g = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{\omega}{\omega_0}$ 。

当 $|x|>1$, $N \rightarrow \infty$ 时光子晶体的透射率 $T=0$, 对应于光子晶体的禁带; 当 $|x|\leq 1$, 在 $N \rightarrow \infty$ 时, $T \neq 0$, 对应于光子晶体的导带。

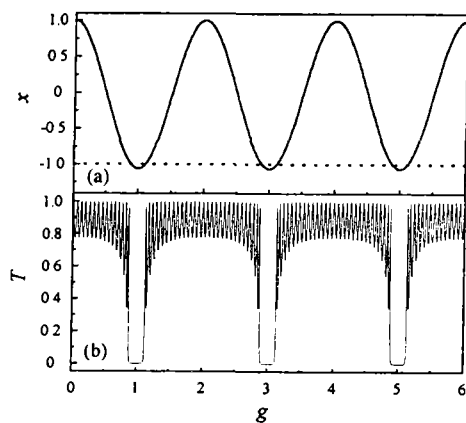
$|x|=1$ 有两种情况:

① $x=1$, 则有 $\sin^2\left(\frac{\pi}{2}g\right)=0$, 即 $g=2, 4, 6, \dots$, 此时基本周期的特征矩阵 M 是单位矩阵, 因而一维光子晶体的传输矩阵 M^N 也是单位矩阵, 透射率 $T=1$ 。由于对称性, 偶数倍频率成为各级导带的对称中心位置。

② $x=-1$ 是禁带的边界条件, 禁带宽度为 $2\Delta g = \frac{4}{\pi} \arcsin\left|\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}\right|$ 。禁带的对称中心位置由 $\sin^2\left(\frac{\pi}{2}g\right)=1$ 决定, 所以禁带的对称中心为奇数倍频率 $g=1, 3, 5, \dots$ 。

图 2 给出 RHM 光子晶体的透射谱。RHM 光子晶体的相关参数为: $n_1=1.4$ 、 $n_2=2.0$, $N=$

15, $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda_0/4$ 。图 2 (a) 是宗量 x 随频率比 g 的变化曲线, 图 2 (b) 是光子晶体的透射率曲线。从图中可以清楚地看到, $x < -1$ 对应于光子晶体的各级禁带, 禁带宽度为 $2\Delta g = 0.236$ 。



(a) 纵轴变量为 x (b) 纵轴变量为透射率 T

图 2 由 RHM 介质层构成的光子晶体的透射谱

Fig. 2 The transmission spectrum of conventional 1D photonic crystal composed of RHM layers. The longitudinal variables are x (a) and transmittance T (b), respectively

2.2 RHM-LHM 一维光子晶体带隙结构

对于 RHM-LHM 一维光子晶体来说, 利用上述相似的分析可得宗量

$$x = 1 + \frac{(n_1 - |n_2|)^2}{2n_1 |n_2|} \sin^2\left(\frac{\pi}{2}g\right) \geq 1 \quad (3)$$

上式中“=”仅在下列两种情况下成立:

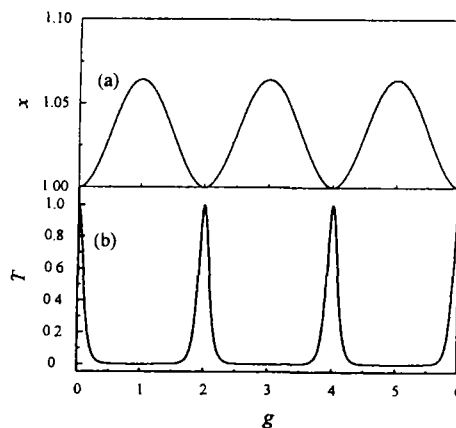
①若 $n_1 = |n_2|$, 此时 RHM-LHM 光子晶体的传输矩阵 M^N 是单位矩阵, 所以任何频率的入射光能量全部透过, 即透射率 $T \equiv 1$, 没有任何反射, 禁带不存在。这种现象的物理原因在于光在 LHM 介质层中的相位增长与光在 RHM 介质层中的相位延迟完全抵消。另外也易证明在 $n_1 = |n_2|$ 时, RHM-LHM 界面的反射系数 $r \equiv 0$, 透射系数 $t \equiv 1$, 所以光完全透过 $n_1 = |n_2|$ 的 RHM-LHM 一维光子晶体。

②若 $n_1 \neq |n_2|$, 则 $\sin^2\left(\frac{\pi}{2}g\right) = 0$, 即 $g = 2, 4, 6, \dots$, 此时 RHM-LHM 一维光子晶体的传输矩阵 M^N 为单位矩阵, 所以偶数倍频率的入射光全部透过, 即 $T = 1$ 。但由于除这些偶数倍频率以外, x 恒大于 1, 所以 RHM-LHM 光子晶体的导带实际上只是以偶数倍频率为中心的单一尖锐峰, 导带极窄且没有振荡现象。

由于 $x \geq 1$, 所以当 $N \rightarrow \infty$ 时在偶数倍频率之间的范围内透射率 $T = 0$, 即禁带宽度趋于 $2\Delta g =$

2, 比 RHM 光子晶体的禁带宽度大得多。禁带的中心位置由 $\sin^2\left(\frac{\pi}{2}g\right) = 1$ 决定, 所以禁带的对称中心为奇数倍频率 $g = 1, 3, 5, \dots$ 。

图 3 给出了 RHM-LHM 光子晶体的透射谱。光子晶体的相关参数为: $n_1 = 1.4$, $n_2 = -2.0$, $N = 15$, $n_1 d_1 = -n_2 d_2 = \lambda_0/4$ 。图 3 (a) 是宗量 x 随频率比 g 的变化曲线, 图 3 (b) 是光子晶体的透射率曲线。从图中可以清楚地看到, RHM-LHM 光子晶体的带隙结构特性: 禁带很宽, 禁带宽度趋于 $2\Delta g = 2$, 导带极窄且没有振荡现象, 与 RHM 光子晶体的带隙结构有着明显的差异。



(a) 纵轴变量为 x (b) 纵轴变量为 T

图 3 由 RHM 和 LHM 介质层构成的光子晶体的透射谱

Fig. 3 The transmission spectrum of RHM-LHM photonic crystal. The longitudinal variables are x (a) and transmittance T (b), respectively

2.3 影响带隙结构的因素

对传统的 RHM 光子晶体来说, 禁带宽度为 $2\Delta g = \frac{4}{\pi} \arcsin \left| \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right|$, 与高低折射率的对比度 $f = n_2/n_1$ 有关, 它随对比度 f 的增大而增大。但是由于在自然界中, 一般介质的折射率在红外或可见波段时介于 1 至 5 之间, 其折射率对比度 f 不可能很大, 故 RHM 光子晶体的禁带宽度非常有限。但是对于 RHM-LHM 光子晶体来说, 理论上其禁带宽度可以趋于 $2\Delta g = 2$, 从图 3 (b) 很容易看出, 选取较高的折射率对比度 f , 在周期数 N 不太大时就能够获得很宽的禁带宽度。

图 4 给出了 n_2 取不同值和 N 取不同值时 RHM-LHM 光子晶体的透射谱。在图 4 (a) 中, $N = 15$, $n_1 = 1.4$, 从上往下的 6 条曲线依次对应于 $n_2 = -1.4, -1.5, -1.6, -1.7, -1.8, -$

1.9; 而在图 4 (b) 中 $n_1=1.4$, $n_2=-2.0$, 从上往下的 4 条曲线依次对应于 $N=3, 5, 10, 15$ 。图 4 (a) 表明 RHM-LHM 一维光子晶体的透射谱对折射率对比度 $f=|n_2|/n_1$ 的变化非常敏感。图中最上面的一条曲线表示当 $n_1=|n_2|$ 时, 透射率 $T=1$, 即入射光能量全部透过。当折射率对比度 f 较小时, 没有严格意义上的禁带; 当折射率对比度 f 适当大时就可以得到很宽的禁带。另外图 4 (b) 表明 RHM-LHM 一维光子晶体的透射谱对周期数 N 的变化也非常敏感, 随着周期数 N 的增大, 也可以较快地获得很宽的禁带。

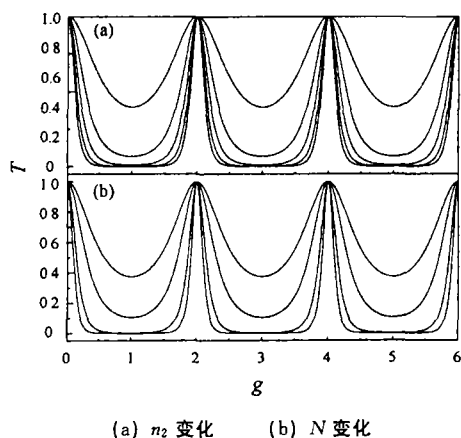


图 4 由 RHM 和 LHM 介质层构成的光子晶体的透射谱

Fig. 4 The transmission spectra of RHM-LHM 1D photonic crystal with different n_2 (a) and different N (b)

3 结 论

本文提出了用正、负折射率介质层交替排列构成的一维光子晶体模型, 并且用传输矩阵法计算了该模型的透射谱, 从理论上分析了其带隙结构。与完全用正折射率介质层构成的一维光子晶体的带隙结构相比较, 发现负折射率介质层的引入导致了 RHM-LHM 光子晶体奇异的带隙特性: 禁带很宽, 禁带宽度 $2\Delta\omega/\omega_0$ 趋于 2, 导带为没有振荡的尖锐峰, 而且随折射率对比度 $|n_2|/n_1$ 或周期数 N 的增加, 这种趋势更加明显。这一特性预示着可以用 RHM-LHM 光子晶体制作超窄带滤波器。

参考文献:

- [1] Pendry J B, Holden A J, Stewart W J, et al. Extremely Low Frequency Plasmons in Metallic Mesostuctures [J]. Phys Rev Lett, 1996, 76 (25): 4 773-4 776.
- [2] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, et al. Low Frequency Plasmons in Thin Wire Structures [J]. J Phys Condens Matter, 1998, 10 (22): 4 785-4 809.
- [3] Smith D R, Vier D C, Padilla W, et al. Loop-Wire Medium for Investigating Plasmons at Microwave Frequencies [J]. Appl Phys Lett, 1999, 75 (10): 1 425-1 427.
- [4] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, et al. Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena [J]. IEEE Transmicrowave Theory and Tech, 1999, 47 (11): 2 075-2 084.
- [5] Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental Verification of a Negative Index of Refraction [J]. Science, 2001, 292 (5 514): 77-99.
- [6] Pendry J B. Negative Refraction Makes a Perfect Lens [J]. Phys Rev Lett, 2000, 85 (18): 3 966-3 969.
- [7] Shadrivov I V, Sukhorukov A A, Kivshar Y. Guided Modes in Negative-Refractive-Index Waveguides [J]. Phys Rev E, 2003, 67 (5): 057602-4.
- [8] Vodo P, Parimi P V, Lu W T, et al. Microwave Photonic Crystal with Tailor-Made Negative Refractive Index [J]. Appl Phys Lett, 2004, 85 (10): 1 858-1 860.
- [9] Veselago V G. The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of ϵ and μ [J]. Sov Phys Usp, 1968, 10 (4): 509-514.
- [10] Jiang M P, Jiang X F, Shen X M, et al. Study on the Polarization Property of 1-D Photonic Crystals [J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2005, 22 (4): 612-616.
- [11] Yang L G, Huang B Q, Ye H. Analysis of Phase and Transfer Properties of Optical Waves in Negative Refractive Index Medium Layers [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24 (3): 388-392.
- [12] 林永昌, 卢维强. 光学薄膜原理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1990. 40-44.