

文章编号: 1005- 8893 (2006) 03- 0043- 03

在 PML 边界条件下锥形波导内场分布研究^{*}

唐 斌¹, 杨海燕², 刘志敏³

(1. 江苏工业学院 信息科学系, 江苏 常州 213164; 2. 中南大学, 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083; 3. 中南大学, 物理学院)

摘要: 根据 Yee 氏的时域有限差分 (FDTD) 方法模拟了具有 PEC (Perfectly Electric Conducting) 边界的锥形波导内场分布情况, 同时为了减少外行传播时在网格截断处的反射, 在计算域中引入了 Berenger 完全匹配层 (Perfectly Matched Layer, PML), 证明了 PML 吸收边界条件应用于光波导结构分析的有效性。

关键词: 时域有限差分; 波导; 边界条件

中图分类号: TN 252

文献标识码: A

Investigation of the Tapered Waveguide on the PML Boundary Condition

TANG Bin¹, YANG Hai- Yan², LIU Zhi- Min²

(1. Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213164, China; 2. Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: The distribution of the field in the tapered waveguide which has a perfectly electric conducting boundary conditions is studied and simulated, according to the Yee's finite difference of time domain method. In the meanwhile, for reducing the reflection of the outward wave at the truncated mesh, the paper had made use of Berenger's perfectly matched layer and proved the validity of this method which applies to the analysis of optical waveguide.

Key words: FDTD; waveguide; boundary conditions

时域有限差分 (FDTD) 方法自 1966 年由 K. S. Yee 创立以来^[1], 已被广泛应用到包括电磁散射、辐射、传输等在内的计算电磁场的各个领域, 这种方法通过将 Maxwell 旋度方程转化为有限差分式而直接在时域中求解, 通过建立时间离散的递进序列, 在相互交织网格空间中交替计算电场和磁场, 经过近 40 年的发展, 这种方法已经广泛应用到各种电磁问题的分析之中。鉴于杨鸿生教授等人提出了将 FDTD 方法应用于圆形槽波导问题中^[2,3], 讨论圆锥波导的意义就在于: 第一, 如果

加工制造的一根精密的圆柱波导有微小的锥度产生时, 可根据理论公式去估计它对电参数的影响。第二, 因为在圆锥多模喇叭天线中要考虑截止模, 在圆锥过渡段中有时也要考虑截止模, 所以需要有基本的圆锥波导理论。本文将采用 FDTD 法, 利用 Matlab 仿真来分析圆锥波导中的电磁场分布情况。

1 FDTD 的基本原理

时域有限差分法的主要思想是把 Maxwell 方程在空间、时间上离散化, 用差分方程代替一阶偏微

* 收稿日期: 2006- 04- 24

作者简介: 唐斌 (1980-), 男, 湖南张家界人, 硕士, 主要从事光传输理论的研究。

分方程, 求解差分方程组, 从而得出各网格单元的场值^[4]。

FDTD 空间网格单元上电场和磁场各分量的分布如图 1 所示。电场和磁场被交叉放置, 电场分量位于网格单元每条棱的中心, 磁场分量位于网格单元每个面的中心, 每个磁场 (电场) 分量都有 4 个电场 (磁场) 分量环绕。这样不仅保证了介质分界面上切向分量的连续性条件得到自然满足, 而且还允许旋度方程在空间上进行中心差分运算, 同时也满足了法拉第电磁感应定律和安培环路积分定律, 也可以很恰当地模拟电磁波的实际传播过程。

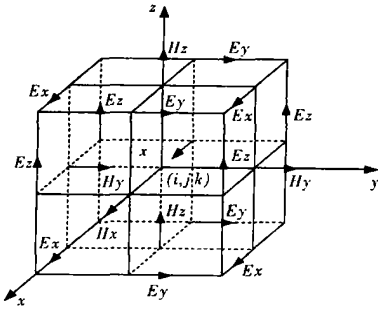


图 1 FDTD 网格中电磁场分量的分布

Fig. 1 Distribution of electromagnetic field in FDTD grid

1.1 PML 介质中的波方程

对于二维的 TE 波只有 H_z , E_x , E_y 分量, 直角坐标系下, 在 PML 介质中, Berenger 将磁场分

$$\begin{cases} E_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}) = e^{-\sigma_y \frac{\Delta t}{\epsilon_0}} E_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}) - \frac{1-e^{-\sigma_y \frac{\Delta t}{\epsilon_0}}}{\alpha_y \Delta y} [H_z^n(i, j) - H_z^n(i, j+1)] \\ E_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j) = e^{-\sigma_x \frac{\Delta t}{\epsilon_0}} E_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j) - \frac{1-e^{-\sigma_x \frac{\Delta t}{\epsilon_0}}}{\alpha_x \Delta x} [H_z^n(i+1, j) - H_z^n(i, j)] \\ H_{zx}^{n+1}(i, j) = e^{-\sigma_{mx} \frac{\Delta t}{\mu_0}} H_{zx}^n(i, j) - \frac{1-e^{-\sigma_{mx} \frac{\Delta t}{\mu_0}}}{\sigma_{mx} \Delta x} [E_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j) - E_y^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2}, j)] \\ H_{zy}^{n+1}(i, j) = e^{-\sigma_{my} \frac{\Delta t}{\mu_0}} H_{zy}^n(i, j) - \frac{1-e^{-\sigma_{my} \frac{\Delta t}{\mu_0}}}{\sigma_{my} \Delta y} [E_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-\frac{1}{2})] \end{cases} \quad (2)$$

如果 PML 中的电导率 σ 和 σ_m 满足阻抗匹配条件 $\frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma_m}{\mu_0}$, 即:

$$\frac{\sigma_x}{\epsilon} = \frac{\sigma_{mx}}{\mu_0}, \quad \frac{\sigma_y}{\epsilon} = \frac{\sigma_{my}}{\mu_0} \quad (3)$$

则激励产生的电磁波将无反射的由介质传输到 PML 中, 并以指数形式在 PML 中衰减。在实际计算中, PML 介质层不可能延伸到半空间, 只能是有限厚度。其 σ 的分布形式为

$$\sigma(\rho) = \sigma_{\max} \left(\frac{\rho}{d} \right)^2 \quad (4)$$

量 H_z 分裂为两个子分量 H_{zx} 和 H_{zy} , 且 $H_z = H_{zx} + H_{zy}$ 。从而 Maxwell 方程可以写为:

$$\begin{cases} \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} E_z + \alpha_y E_x = \frac{\partial}{\partial y} H_z \\ \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} E_y + \alpha_x E_y = - \frac{\partial}{\partial x} H_z \\ \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} H_{zx} + \sigma_{mx} H_{zx} = - \frac{\partial}{\partial x} E_y \\ \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} H_z + \sigma_{my} H_{zy} = \frac{\partial}{\partial y} E_x \end{cases} \quad (1)$$

其中 α_x , σ_{mx} , α_y , σ_{my} 为介质的电导率和磁导率, 可以看出, 当 $\alpha_x = \alpha_y = \sigma_{mx} = \sigma_{my} = 0$ 时, 方程 (1) 退化为自由空间中的 Maxwell 方程, 所以可以认为方程 (1) 描述了一种普遍的情况, 自由空间只是其中的一个特例。

1.2 PML 吸收层的指数差分公式

PML 吸收层的网格剖分方式与常规的 FDTD 网格完全一致, 唯一的区别是由于 PML 介质中的波方程将 H_z 分量分裂成两个子分量 H_{zx} 和 H_{zy} , 因而要在原来 H_z 分量的节点处同时计算 H_{zx} 和 H_{zy} 。原则上, PML 方程对内部区域同样适用, 因为任何其他普通介质均可以视为特殊的 PML 介质。另外, 由于在 PML 介质中电磁波衰减很快, 常规 FDTD 中的 Yee 的差分格式已不在适用, 方程 (1) 的离散需采用指数差分 (ETD) 法^[5]:

电导率在内边界处为零, 在外边界处为最大值 σ_{\max} , ρ 为相对分界面的 PML 分布厚度, d 为介质层的厚度。 σ_{\max} 的选取可根据经验公式得到, 即:

$$\sigma_{\max} = \frac{3\epsilon_0 \ln [R(0)]}{2d} \quad (5)$$

式中, $R(0)$ 为垂直入射时的反射系数; 另外, PML 层的外侧通常采用理想导体截断。

2 锥形波导模型及仿真分析

该波导结构的示意图如图 2。

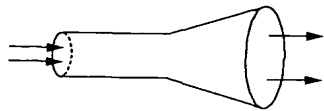


图 2 锥形波导结构简图

Fig. 2 Sketch of the tapered waveguide

在如图 2 所给模型中，考虑了给定如下参数的入射电磁波：①选取网格单元的尺寸 $dx = \frac{\lambda}{12} = 0.0025\text{ m}$ ，时间步长 $dt = \frac{dx}{2c_0} = 4.23 \times 10^{-12}\text{ s}$ ，其中 c_0 ， λ 分别代表光速和波长；②在 TE_z 计算域中设置正弦电压激励源，其频率 $f = 9.84252\text{ Hz}$ 。

根据前述基本方法和相应的差分公式，利用 Matlab 语言，可以模拟出电磁波在锥形波导内传输时的场分布如图 3 所示。

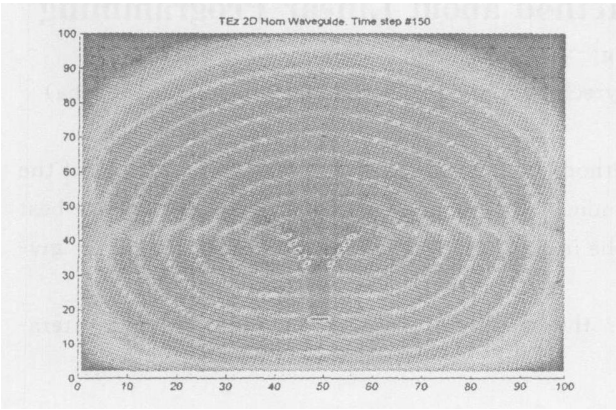


图 3 锥形波导内电场分布

Fig. 3 The distribution of electric field in tapered waveguide

3 结 论

在微波元器件中，广泛使用圆锥波导，如在变张角多模圆锥馈源喇叭中，运用不同张角的圆锥波导段和其他手段，激发高次模，如 TM_{11} ， TE_{21} 当它们与主模 TE_{11} 在喇叭口满足必要的幅值和相位条件时，可获得期望的高性能^[6-8]，本文利用 Matlab 程序语言结合 PML-FDTD 模拟了在锥形波导中电磁场的分布情况。

参考文献:

[1] Yee K S. Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equation in Isotropic Media [J]. IEEE Trans, 1966, 14 (3): 302- 307.

[2] 朱小康, 杨鸿生. 圆形槽波导的 FDTD 分析 [J]. 电子器件, 2003, 26 (1): 92- 94.

[3] 杨鸿生, 郭雪峰, 姚靖, 等. 圆形槽波导中径向盘厚度对阻抗的影响 [J]. 电子器件, 2004, 27 (1): 49- 52.

[4] 葛德彪, 闫玉波. 电磁波时域有限差分方法 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2002.

[5] Cox S M, Matthews P C. Exponential Time Differencing for Stiff System [J]. Journal of Computational Physics, 2002, 176: 430 - 455.

[6] 孔繁敏, 刘新, 李康, 等. PML-FDTD 法在分析平面光波导结构中的应用 [J]. 光电子·激光, 2003, 14 (4): 352- 354.

[7] 钟哲夫. 圆锥波导中电磁场的一种新的等效表达式 [J]. 电子学报, 1999, 27 (7): 129- 131.

[8] Potter P D. A New Horn Antenna with Suppressed Sidelobes and Equal Beamwidths [J]. Journal of Microwave, 1963, 6: 71- 78.