

文章编号: 1673- 9620 (2007) 01- 0037- 04

偏心摆轮振动的分岔和混沌特性^{*}

邱红梅, 杨燕舞, 王秀琴, 周 懿

(江苏工业学院 信息科学系, 江苏 常州 213164)

摘要: 设计了一个受周期驱动力作用的偏心摆轮振动模型, 建立了该模型的运动学方程, 运用线性稳定性分析的方法确定了其平衡点且分析了平衡点的稳定性。利用计算机数值计算且结合多种分析方法得出: 周期驱动力作用下的偏心摆轮振动存在由倍周期分岔通向混沌运动的特性。

关键词: 偏心摆轮; 线性稳定性; 平衡点; 分岔; 混沌

中图分类号: O 415. 5; O 322

文献标识码: A

Character of Bifurcation and Chaos of the Oscillation of the Eccentric Balance Wheel

QIU Hong- mei, YANG Yan- wu, WANG Xiu- qin, ZHOU Yi

(Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213164, China)

Abstract: An oscillation device of eccentric balance wheel which is driven by periodic impetus is designed. The dynamical equation of the device is proposed. By the method of analyzing the linear stability of the system, the equilibrium points are obtained and their stability analyzed. By means of computer numerical calculation and other ways, it is shown that the oscillation of the eccentric balance wheel can achieve the chaotic movement by way of bifurcation.

Key words: eccentric balance wheel; linear stability; equilibrium points; bifurcation; chaos

偏心摆轮是工程 and 实际生活中常用的机械配件。为了掌握其运动规律, 有利生产, 设计了一个受周期驱动力作用的偏心摆轮振动模型, 在此模型基础上建立了运动学方程, 运用线性稳定性^[1, 2]分析的方法确定了其运动平衡点, 且分析了平衡点的稳定性。利用计算机数值计算且结合多种分析方法得出: 在周期驱动力作用下的偏心摆轮振动存在由倍周期分岔通向混沌运动的特性。

1 实验模型与运动学方程

文中提出的偏心摆轮振动装置如图 1 所示, 它

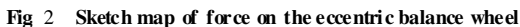
是在原有波尔共振仪的基础上改进而成。具体的区别在于: 同轴摆轮换成偏心摆轮; 电磁阻尼装置 (A) 由底部改成顶部, 且适当放宽阻尼电流范围; 利用原有装置的螺旋弹簧 (B) 提供回复力; 电机、曲柄连杆 (C) 提供周期驱动力; 其计数功能亦可方便于研究。

在这样的装置下, 对系统进行受力分析 (如图 2), 从而列出其运动学方程。假设 O 为偏心摆轮往复运动的中心点, 且设摆轮偏转任意角度 θ , 此时摆轮受到重力 G , 轴对其的支持力 N , 策动力 F , 弹性力 F_k , 阻尼力 F_s 。这几个力中, 除 N 外,

^{*} 收稿日期: 2006- 06- 20

作者简介: 邱红梅 (1977-), 女, 江苏海安人, 助教, 主要从事混沌同步、控制的研究。

其中 K, β, A, ω_0 为参量, θ, τ 为变量。



© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

定: $R = 10.0 \text{ cm}$, $a = 1.0 \text{ cm}$, $r' = 14.0 \text{ cm}$, $l = 2.5 \text{ cm}$, 摆轮质量 $m = 250 \text{ g}$, $k = 10 \text{ N/cm}$, 阻尼电流可连续调节至 2 A 左右。这样方程组 (7) 中的参量为: $\Omega_0 = 8$, $K = 0.8$, $\beta = 0.2$, A 可由曲柄连杆的长度控制, 这里取为 0.7 。

首先计算了分岔图 $x_{\max} - \omega_0$ 。控制周期驱动力的频率在 $0.75 \sim 1.5$ 之间, x_{\max} 的变化情况如图 3 所示。由图可见, 随着周期驱动力频率的不断增加, 偏心摆轮振动先经历一个倍周期分岔通向混沌的过程, 即振动由 1 周期, 分岔成 2 周期、4 周期……进入混沌。然后中间经历一些周期窗口, 再进入混沌, 最后又归于周期运动。周期、混沌运动均处于较宽的频率范围。着重研究图 3 中的 $\omega_0 = 0.75 \sim 1.065$ 3 倍周期分岔通向混沌部分。首先可见图 3 中开始的周期部分呈虚线, 为此对这段进行局部放大得图 4。这样结合图 3、图 4 可知: 实际上 $\omega_0 = 0.75 \sim 0.8680$ 时, 系统都处于 1 周期; $\omega_0 = 0.8680 \sim 0.8879$ 时, 为 2 周期运动状态; $\omega_0 = 0.8879 \sim 0.8922$ 时, 系统为 4 周期运动状态; 混沌区域频率大致为 $\omega_0 = 0.9047 \sim 1.065$ 3。

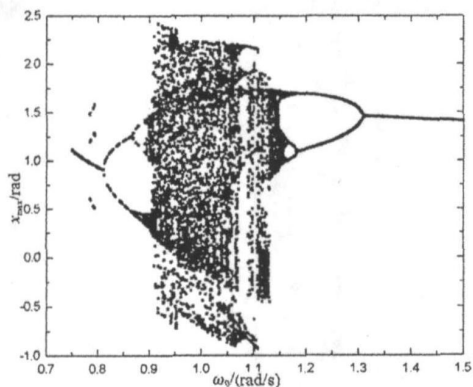


图 3 $x_{\max} - \omega_0$ 分岔图

Fig 3 The bifurcation image of $x_{\max} - \omega_0$

为了更好的了解偏心摆轮振动特点, 绘制了系统经倍周期分岔通向混沌的各运动区间的相图 $x - y$ 。图 5 为 1 周期运动区间系统振动的相图, 相图表现为一个闭合曲线, 这说明系统确实处于 1 周期运动状态。图 6 为 2 周期运动区间系统振动相图, 表现为 2 闭合曲线, 这说明系统具有 2 周期运动特点。图 7 为 4 周期运动区间系统振动相图, 表现为 4 闭合曲线; 而图 8 混沌运动区间系统的振动相图, 轨迹则表现为辗转盘旋于一有限区域的, 貌似杂乱无章, 却呈现一定结构的曲线, 此即为混沌吸引子。当然, 判断系统是否处于混沌状态, 有时凭一种手段是不够的, 可以根据处于混沌状态的系统

对初值敏感^[1] 这一特点再次加以证明, 结果如图 9 所示。图 9 中两条曲线对应同一频率 $\omega_0 = 0.9695$, 但 1 条曲线是初值取为 $y[0] = 0.0$, $y[1] = 0.0$, $y[2] = 0.0$ 的 $x - n$ 图, 另一条为 $y[0] = 0.0001$, $y[1] = 0.0$, $y[2] = 0.0$ 的 $x - n$ 图。可以看出, 两种情况初值相差尽管很小, 但两个结果在短暂相符后迅速分离, 而且差距越来越大, 充分显示了该系统此时状态对初始条件极为敏感, 处于混沌运动状态。

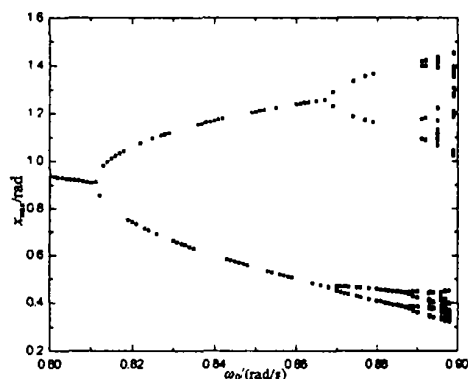


图 4 $x_{\max} - \omega_0$ 局部放大图

Fig 4 The part enlarge image of $x_{\max} - \omega_0$

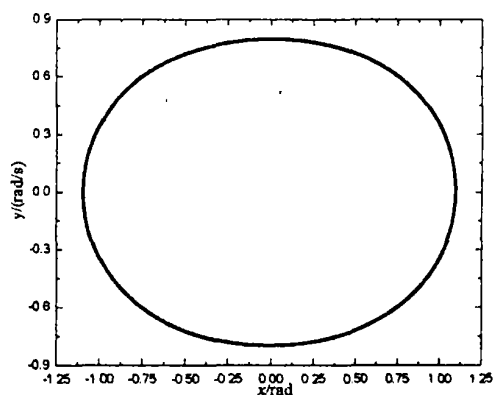


图 5 $\omega_0 = 0.754$ 振动相图

Fig 5 The phase image of oscillation at $\omega_0 = 0.754$

4 结 论

通过以上的研究可以看出, 随着周期驱动力频率的不断变化, 偏心摆轮的振动存在分岔与混沌的特性, 即由简单的单周期振动通过倍周期分岔通向混沌振动状态。本文所选参数值均在实际实验可选范围之内, 并且计算机计算所需时间不长, 相信无论对实验演示还是工程模拟均有所裨益。

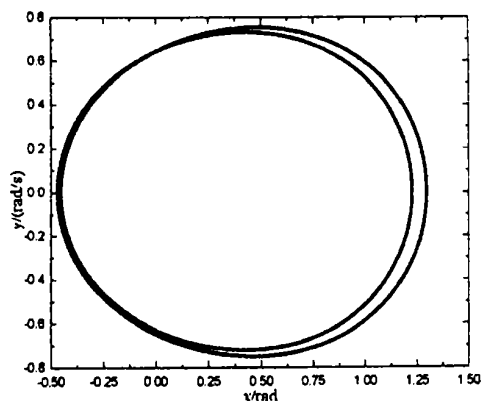
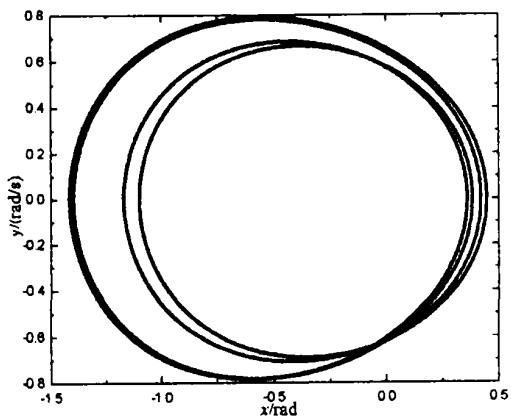
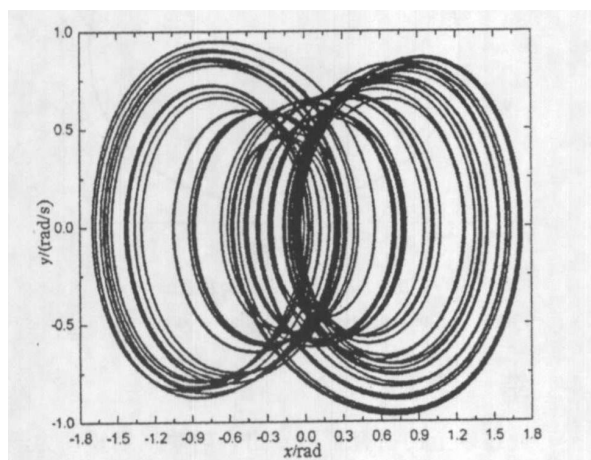
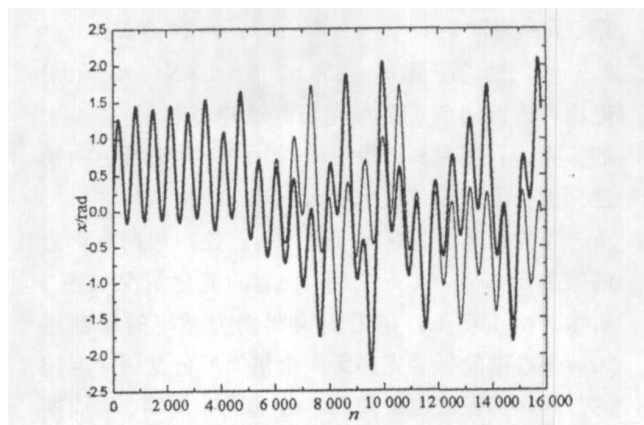
图 6 $\omega_0 = 0.8694$ 振动相图Fig 6 The phase image of oscillation at $\omega_0 = 0.8694$ 图 7 $\omega_0 = 0.89$ 振动相图Fig 7 The phase image of oscillation at $\omega_0 = 0.89$ 图 8 $\omega_0 = 0.9695$ 振动相图Fig 8 The phase image of oscillation at $\omega_0 = 0.9695$ 

图 9 两个邻近初值条件的时序图

Fig 9 The two time series at the closer initial values

参考文献:

- [1] 刘秉正, 彭建华. 非线性动力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [2] 黄润生. 混沌及其应用 [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2005.
- [3] 陈立宏, 彭建华, 夏彬, 等. 倒摆运动的混沌行为 [J]. 大学物理, 2005, 4 (9): 44-47.
- [4] 徐士良. C 常用算法程序集 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.