

文章编号: 1673 - 9620 (2007) 02 - 0038 - 04

一种新型并联运动振动筛主机构及其运动学分析^{*}

张会芳¹, 沈惠平¹, 杨廷力², 黄秀芹³

(1. 江苏工业学院 江苏省油气井口设备工程技术研究中心, 常州 213016; 2. 金陵石油化工股份公司, 江苏 南京 210037; 3. 常州工学院)

摘要: 提出并设计了一种新型空间 3 自由度并联运动振动筛主机构, 该机构的运动平台具有 1 个移动自由度和 2 个转动自由度, 适合于物料筛分运动; 建立了该机构的运动学正逆解数学模型, 并建立了运动仿真模型, 为今后对该并联运动振动筛进行尺度设计及运动控制等工作奠定了基础。

关键词: 并联机构; 位置正解; 位置反解; 振动筛

中图分类号: TH 112; TP 242 **文献标识码:** A

A Novel Main Mechanism of Parallel Kinematic Sieve and Kinematics

ZHANG Hui - fang¹, SHEN Hui - ping¹, YANG Ting - li², HUANG Xiu - qing³

(1. Jiangsu Oil and Gas Head Well Equipment Technology Research Center, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213016; 2. Jinling Petrochemical Company, Nanjing 210037, China; 3. Changzhou Institute of Technology)

Abstract : A new type of parallel mechanism with one translation and two rotations was presented. The forward and reverse solution of the position of this mechanism was also set up. Based on this new - type mechanism, a new type of sieve was also created. At last, the velocity analysis of the mechanism was also presented in this paper. All these analyses are very useful for the dimension design and movement control of this type of sieve. A simulation model of this main mechanism is also built.

Key words : parallel mechanism; forward solution; reverse solution; vibration sieve

1 并联运动振动筛的提出

振动筛是一种广泛应用于将物料分成两种或多种粒度级别的设备。随着采矿、冶金、煤炭、石油、化工、水利电力、轻工、建筑等工业部门的迅速发展, 振动筛在近 20 年也得到了突飞猛进的发展, 先后出现了摇动筛、直线振动筛、圆振动筛、共振筛。

传统的振动筛主要有直线振动筛、圆振动筛及

共振筛, 在结构上是弹簧加偏心重或偏心轴模式。直线振动筛物料在筛面上作一维直线运动, 物料基本上不从筛面上抛起, 容易使物料卡在筛孔中, 出现筛孔阻塞现象; 圆振动筛虽然克服了筛孔阻塞的不足, 但在振动过程中, 当激振器速度接近于共振速度时, 可能引起共振, 缩减设备寿命, 而且使振动筛分不稳定; 共振筛结构复杂, 限制了其应用^[1]。

众所周知, 并联机构以结构刚度大、承载能力

^{*} 收稿日期: 2006 - 09 - 25

基金项目: 江苏省“六大人才”高峰资助项目 (06 - D - 040); 常州市科技攻关项目 (CE2006063)

作者简介: 张会芳 (1977 -), 女, 山东青岛人, 硕士研究生。

强、定位和运动精度高, 以及惯性低等特点, 引起了各国学者的广泛关注^[2]。而少自由度并联机构因驱动单元少、结构紧凑, 而具有较高的实用价值, 因此在工业生产中不断地得到应用。

本文提出了基于并联运动机构振动筛 (简称: 并联运动振动筛) 的新概念, 即提出一种新型一平移两转动 3 自由度并联机构^[3], 而固定于运动平台的筛箱能产生复杂空间轨迹, 适合于振动筛物料的筛分。其两个转动能使物料充分翻转, 有利于细粒级物料从筛孔筛出, 提高筛分效率, 也使与筛孔尺寸相差不大的颗粒容易跳起, 防止筛孔被“难筛粒”卡住; 其平动使物料不断前进, 由入料端向出料端运动, 提高了生产能力。通过调节电机转速, 使筛面达到较为理想的运动频率: 在垂直方向上, 入料端的振幅大于出料端的振幅; 沿长度方向上, 从入料端到出料端物料运动速度递减, 从而确保透筛环境。

该机构运动输入-输出具有全解耦性, 有利于运动控制。本文对该机构进行了结构与运动学分析, 建立了其位置分析、速度分析的正逆解数学模型, 为其动力分析、尺度综合优化、轨迹控制等奠定了基础。

2 主机机构结构分析及运动学分析

如图 1 所示, 该机构由混合支链 ($R_1 - R_2 - R_5 - R_4 - R_3$) - R_6 及 $R_7 - S_1 - S_2$ 支链连接上动平台 1 与下静平台 0 组成。

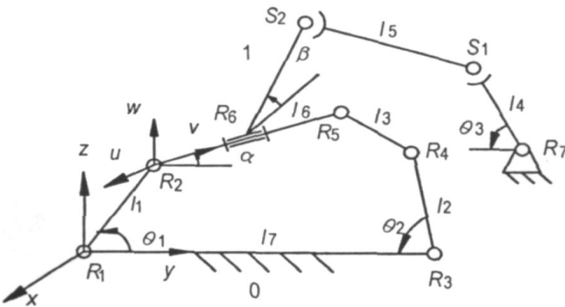


图 1 并联运动振动筛主机机构

Fig. 1 Main mechanism of the parallel vibration screen

混合支链末端构件 1 的输出量为沿 z 轴的移动量 z 、绕 x 轴的转动量 θ_1 以及绕连杆 $R_2 - R_5$ 的转动量 α , 共 3 个独立分量, 而其余方向输出量为非独立分量, 于是动平台 1 的输出运动方程表示为

$$M_{pa} = \begin{bmatrix} t^1 (z) \\ r^2 (x, y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{t^3}{r^3} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{t^1 (z)}{r^2 (x, y)} \end{bmatrix}_{pa}$$

其中: $t^1 (z)$ - 表示沿平行于 z 轴方向的一维移动, $r^2 (x, y)$ - 表示绕平行于 x 轴与 y 轴所在平面的二维转动。

2.1 机构分解及耦合度 k 计算

SOC1: $R_1 - R_2 - R_5 - R_4 - R_3$, 其独立位移方程 $f_{i1} = 3$, 主动输入 $I_1 = 2$, 因此 $f_{i1} - I_1 - 1 = 5 - 2 - 3 = 0$, $k_1 = 0$

SOC2: $R_7 - S_1 - S_2$, 其独立位移方程 $f_{i2} = 6$, 主动输入 $I_2 = 1$, 因此 $f_{i2} - I_2 - 1 = 6 - 1 - 6 = 0$, $k_2 = 0$

因此, 该机构是由二个耦合度为零的基本运动链组成, 所以, 运动学分析较容易, 能得到正、逆解析解^[4]。

2.2 自由度计算

$$F = \sum_{i=1}^9 f_i - \sum_{j=1}^2 j = (5 + 7) - (3 + 6) = 3$$

其中, 7 个转动副有 7 个自由度, 2 个球副有 5 个自由度 (其中绕两个球副中心连线的转动自由度为局部自由度, 已去除)。

2.3 运动学分析

由于 $R_7 - S_1 - S_2$ 为一般空间支链, 为设计与制造方便, 取转动副 R_7 的轴线与 R_1 、 R_2 的轴线相平行。在固定平台上建立静坐标系 $o - xyz$, 原点 o 与转动副 R_1 重合, 且 x 轴过 R_1 的轴线, y 轴与 l_7 重合。建立动坐标系 $o - uvw$, 圆点 o 与转动副 R_2 重合, v 轴与 l_6 重合, w 轴垂直于上动平台平面。设 3 个曲柄杆长为: l_1 、 l_2 、 l_3 , 其转动输入量分别为: θ_1 、 θ_2 、 α , 则运动分析如下。

2.3.1 位置正解

已知 θ_1 、 θ_2 、 α , 求 z 、 θ_1 、 α 。

(1) 求 z

$$z = l_1 \sin \theta_1 \quad (1)$$

(2) 求

$$\begin{cases} l_1 \sin \theta_1 + l_6 \sin \alpha = l_2 \sin \theta_2 + l_3 \sin \theta_2 \\ l_1 \cos \theta_1 + l_6 \cos \alpha + l_3 \cos \theta_2 = l_7 \end{cases}$$

整理有:

$$A \sin \alpha + B \cos \alpha + C = 0 \quad (2)$$

解得:

$$\alpha = 2 \arctan \frac{A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B - C} \quad (3)$$

其中: $A = 2l_6 (l_1 \sin \alpha_1 - l_2 \sin \alpha_2)$

$B = 2l_6 (l_1 \cos \alpha_1 + l_2 \cos \alpha_2 - l_7)$

$C = l_1^2 + l_2^2 + l_6^2 + l_7^2 - l_3^2 + 2l_1 l_2 \cos (\alpha_1 + \alpha_2) - 2l_1 l_7 \cos \alpha_1 - 2l_2 l_7 \cos \alpha_2$

(3) 求

动坐标系和定坐标系之间得坐标变换为:

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} = T \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{Bmatrix}$$

其中: T 为变换矩阵

$\{x_i, y_i, z_i\}$ - 点在定坐标系中的坐标

$\{X_i, Y_i, Z_i\}$ - 点在动坐标系中的坐标

根据欧拉公式:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_2 & 0 & \sin \alpha_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_2 & 0 & \cos \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_2 & 0 & \sin \alpha_2 \\ \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 & \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ -\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{bmatrix}$$

则 S_2 点的绝对坐标为:

$$\begin{Bmatrix} x_{S_2} \\ y_{S_2} \\ z_{S_2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ l_1 \cos \alpha_1 \\ l_1 \sin \alpha_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \alpha_2 & 0 & \sin \alpha_2 \\ \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 & \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ -\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{S_2} \\ v_{S_2} \\ w_{S_2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{S_2} \cos \alpha_2 + w_{S_2} \sin \alpha_2 \\ l_1 \cos \alpha_1 + u_{S_2} \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + v_{S_2} \cos \alpha_1 - w_{S_2} \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ l_1 \sin \alpha_1 - u_{S_2} \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + v_{S_2} \sin \alpha_1 + w_{S_2} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{Bmatrix}$$

S_1 点的绝对坐标为:

$$\begin{Bmatrix} x_{S_1} \\ y_{S_1} \\ z_{S_1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{R_7} \\ y_{R_7} - l_4 \cos \alpha_3 \\ l_4 \sin \alpha_3 \end{Bmatrix}$$

其中, $u_{S_2}, v_{S_2}, w_{S_2}$ 为球副 S_2 在 $o-uvw$ 中的坐标; x_{R_7}, y_{R_7} 为运动副 R_7 在 $o-xyz$ 中的坐标。

由机构运动的几何同性条件:

$$(x_{S_2} - x_{S_1})^2 + (y_{S_2} - y_{S_1})^2 + (z_{S_2} - z_{S_1})^2 = l_5^2 \quad (4)$$

设 $R_1 R_3 = k, R_3 R_7 = p, R_1 R_7 = m, S_2 S_6 = n$, 连杆 $S_2 S_6$ 垂直于连杆 $R_2 R_5, R_2 R_6 = R_5 R_6$, 则 $x_{R_7} = -m \sin \alpha_3, y_{R_7} = l_3 \cos \alpha_3, u_{S_2} = -n \cos \alpha_2, v_{S_2} = l_6/2, w_{S_2} = n \sin \alpha_2$, 其中 $\alpha_2 = \arccos \frac{l_7^2 + m^2 - p^2}{2 l_7 m}$ 。

将 S_2, S_1 点的坐标代入 (4) 式并整理有:

$$D_1 \sin 2\alpha_2 + E_1 \cos 2\alpha_2 + F_1 = 0 \quad (5)$$

解得:

$$\alpha_2 = \arctan \frac{D_1 \pm \sqrt{D_1^2 + E_1^2 - F_1^2}}{E_1 - F_1} \quad (6)$$

其中: $D_1 = 2 n l_1 \sin (\alpha_1 - \alpha_3) - 2 n l_4 \sin (\alpha_1 + \alpha_3) + 2 n l_1 l_4 \sin \alpha_3$

$E_1 = -2 m n \sin \alpha_1$

$F_1 = n^2 + m^2 + l_1^2 + l_4^2 - l_5^2 + \frac{1}{4} l_6^2 + l_1 l_6 \cos (\alpha_1 - \alpha_3) + 2 l_1 l_4 \cos (\alpha_1 + \alpha_3) + l_4 l_6 \cos (\alpha_1 + \alpha_3) - m \cos \alpha_3 (2 l_1 \cos \alpha_1 + l_6 \cos \alpha_1 + 2 l_4 \cos \alpha_1)$

2.3.2 位置逆解

已知 z, α_1, α_3 , 求 $\alpha_2, \alpha_4, \alpha_5$ 。

(1) 求 α_1

$$\alpha_1 = \arcsin z / l_1$$

(2) 求 α_2

由式 (2) 整理有:

$$M \sin \alpha_2 + N \cos \alpha_2 + L = 0 \quad (7)$$

解得:

$$\alpha_2 = \arccos \frac{M \pm \sqrt{M^2 + N^2 - L^2}}{N - L} \quad (8)$$

其中: $M = -2 l_2 (l_1 \sin \alpha_1 + l_6 \sin \alpha_1)$

$N = 2 l_2 (l_1 \cos \alpha_1 + l_6 \cos \alpha_1 - l_7)$

$L = 2 l_1 l_6 \cos (\alpha_1 - \alpha_3) - 2 l_7 (l_1 \cos \alpha_1 + l_6 \cos \alpha_1) + l_1^2 + l_2^2 + l_6^2 + l_7^2 - l_3^2$

(3) 求 α_3

由式 (5) 整理有:

$$P \cos^2 \alpha_3 + Q \cos \alpha_3 + R = 0 \quad (9)$$

将 $x_{R_7}, y_{R_7}, z_{R_7}$ 及 $u_{S_2}, v_{S_2}, w_{S_2}$ 的值代入

(9) 式, 整理有:

$$\alpha_3 = 2 \arctan \frac{P_1 \pm \sqrt{P_1^2 + Q_1^2 - R_1^2}}{Q_1 - R_1} \quad (10)$$

其中: $P_1 = -l_4 (2 n \sin 2\alpha_2 \cos \alpha_1 + l_6 \sin \alpha_1 + 2 l_1 \sin \alpha_1)$

$Q_1 = l_4 (2 l_1 \cos \alpha_1 - 2 n \sin 2\alpha_2 \sin \alpha_1 + l_6 \cos \alpha_1 - 2 m \cos \alpha_1)$

$R_1 = n^2 + m^2 + l_1^2 + l_4^2 - l_5^2 + \frac{1}{4} l_6^2 - 2 m n (\sin 2\alpha_2 \sin \alpha_1 \cos \alpha_3 - \cos 2\alpha_2 \sin \alpha_1) + 2 l_1 n \sin 2\alpha_2 \sin (\alpha_1 - \alpha_3) + l_1 l_6 \cos (\alpha_1 - \alpha_3) - m \cos \alpha_3 (2 l_1 \cos \alpha_1 - l_6 \cos \alpha_1)$

由 (3) 式、(6) 式、(8) 式、(10) 式知, 该机构具有正解 4 组, 逆解 4 组。由正解表达式可知, 输出变量关于输入变量的函数关系为 $z = z(\alpha_1), \alpha_2 = (\alpha_1, \alpha_2), \alpha_3 = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 。该机构具有典型的三角化解耦性, 对应于完全解耦,

表明该机构解耦程度很高, 其运动学, 动力学分析较易, 对控制十分有利。

2.3.3 机构的速度分析

令 $\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_{it}$ ($i = 1, 2, 3$), 其中 $\dot{\theta}_i$ 为第 i 个常规电动机的转速。

对 (1) 式两边求导有:

$$\dot{z} = l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \quad (11)$$

对 (2) 式两边求导有:

$$\dot{A} \sin \theta_1 + A \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + \dot{B} \cos \theta_2 - B \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 + \dot{C} = 0$$

整理有:

$$\dot{\theta}_1 = \frac{\dot{A} \sin \theta_1 + \dot{B} \cos \theta_2 + \dot{C}}{A \cos \theta_1 - B \sin \theta_2} \quad (12)$$

其中: $\dot{A} = 2 l_6 (l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 - l_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2)$

$\dot{B} = -2 l_6 (l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2)$

$\dot{C} = -2 l_1 l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin (\theta_1 + \theta_2) + 2 l_1 l_7 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + 2 l_2 l_7 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2$

对 (5) 式两边求导有:

$$\dot{D}_1 \sin 2\theta_1 + 2 D_1 \dot{\theta}_1 \cos 2\theta_1 + \dot{E}_1 \cos 2\theta_2 - 2 E_1 \dot{\theta}_2 \sin 2\theta_2 + \dot{F}_1 = 0$$

整理有:

$$\dot{\theta}_2 = -\frac{\dot{D}_1 \sin 2\theta_1 + \dot{F}_1}{2 D_1 \cos 2\theta_2} \quad (13)$$

其中: $\dot{D}_1 = 2 l_1 n (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \cos (\theta_1 - \theta_2) - 2 l_4 n (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_3) (\cos \theta_1 + \cos \theta_3) + 2 l_4 n \dot{\theta}_2 \cos \theta_3$

$\dot{F}_1 = l_1 l_6 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \sin (\theta_1 - \theta_2) - 2 l_1 l_4 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_3) \sin (\theta_1 + \theta_3) - l_4 l_6 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_3) \sin (\theta_1 + \theta_3) + m \cos (2 l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + l_6 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) + 2 l_4 \dot{\theta}_3 \sin \theta_3$

运用上述运动学数学模型 (1) ~ (13), 就可以分析机构的尺度参数的合理性, 以达到振动筛筛

分工艺要求。应选择产生较大振幅的一端为入料端, 产生较小振幅的一端为出料端, 从而保证良好的透筛环境; 同时, 根据不同筛分物料的性质及物料的松散程度, 适当调节电动机转速的大小, 从而达到既节约能源又可以使物料充分筛分的目的。

3 结 论

(1) 传统直线振动筛的透筛效率低、圆振动筛易引起共振以及共振筛结构复杂, 针对传统振动筛的这些缺点和不足, 提出了基于 3 自由度一平移两转动并联运动振动筛新概念, 理论初步分析表明该种筛较传统筛筛分能力强、筛分效率高。

(2) 对并联运动振动筛的并联主机机构进行了结构分析, 表明运动输入-输出具有完全解耦性, 运动控制容易。

(3) 建立了该并联主机机构的位置正逆解、速度正解数学模型以及运动仿真模型。

本文工作为其运动学尺度优化、机械结构设计、运动等后续研究工作奠定了基础。

参考文献:

- [1] 王峰, 王皓. 筛分机械 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.
- [2] 张曙, Heisel U. 并联运动床 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.
- [3] 沈惠平, 张会芳, 何宝祥, 等. 一种新型并联运动振动筛及其运动学研究 [J]. 机械设计, 2007, 24 (6): 34-36.
- [4] 杨廷力, 金琼, 刘安心, 等. 基于单开链单元的三平移并联机器人机构型综合的一般方法 [J]. 机械科学与技术, 2001, 20 (3): 311-325.