

文章编号: 1673-9620 (2007) 02-0058-04

## 激光同步辐射源特性分析<sup>\*</sup>

杨燕舞, 邱红梅, 周 懿

(江苏工业学院 信息科学系, 江苏 常州 213164)

**摘要:** 激光同步辐射源 (Laser Synchrotron Source, 简称 LSS) 是利用强激光与相对论电子束散射, 产生准单色、能量可调的高质量 X 射线的新型 X 射线源, 具有一些现有 X 射线源所不具备的优点, 因而具有广泛的应用前景, 用康普顿散射原理分析了激光同步辐射源的原理特性, 推导了出射 X 射线的粒子通量, 分析了电子束和激光束的横向分布对粒子通量的影响。

**关键词:** 激光同步辐射源; 散射截面; 散射能谱; 角发散

中图分类号: O 432.1 文献标识码: A

## Preliminary Study of Laser Synchrotron Source

YANG Yan-wu, QIU Hong-mei, ZHOU Yi

(Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213164, China)

**Abstract:** Laser synchrotron source (LSS) is a novel X-ray source that can produce tunable intense monochromatic X-ray pulse. LSS have many advantages over the existing X-ray sources in some aspects and have broad applications. In this paper Compton scattering theory for analyzing LSS was reviewed. The formulas for X-ray flux were deduced. The nonideal factor of transverse distribution of electron and laser beams in the interaction area is discussed.

**Key words:** laser synchrotron source; scattering section; scattering energy spectrum; angle spread

近年来, 激光同步辐射源 (Laser Synchrotron Source, 简称 LSS) 作为新型 X 光源在国际上获得迅速发展。其基本思想是将汇聚的高功率脉冲激光束以一定的角度与相对论电子束相碰撞, 利用电子对光子的康普顿散射原理和电子高速运动时的相对论效应, 辐射出高亮度, 高方向性, 超短脉冲和近单色的 X 射线脉冲。它的优点符合人们对新一代光源的要求, 对 LSS 技术的研究具有深远意义。美国、日本和欧洲的一些著名实验室结合自身的需要, 纷纷提出了各种 LSS 研究计划<sup>[1~3]</sup>, 并在世界范围内形成了一股研制 LSS 光源的浪潮。

由于 LSS 的实验条件起点较高, 所以我国国

内在这一领域除去一些原理性计算工作以外, 尚无成功实验报道, 但已经具有相当的科研条件, 包括高功率激光技术, 上海光学精密机械研究所 (SIOM) 的强光学开放实验室在强激光领域内一直处于国内领先水平, 目前该实验室所采用的 Ti 宝石激光器, 可以提供功率为 5 TW, 脉冲宽度 50 fs, 非常适合开展 LSS 试验的研发。直线加速器技术以及激光器和加速器的同步技术在内的各项技术已经较为成熟, 上海应用物理研究所正在研制飞秒和皮秒电子直线加速器, 可以开展有关 LSS 的试验研究。拟建的上海同步辐射光源 (SSRF) 预注入器将是一台高性能多用途的直线加速器, 当

\* 收稿日期: 2006-05-19

作者简介: 杨燕舞 (1978-), 女, 江苏常州人, 硕士。

完成 300 MeV 储存环注束后, 也可开展 LSS 研究提供试验条件。

考虑散射 X 光脉冲长度主要受到电子束长度的限制, 近年来发展起来的超短脉冲电子直线加速器已经可以产生 100 fs 的超短电子束, 而电子束与激光束 180° 碰撞可以充分利用激光光子与电子, 产生更高通量的 X 光子, 因此 180° 的对头碰撞预期可以产生高通量的超短 X 射线, 所以本文主要讨论 180° 的对头碰撞情况, 应用康普顿散射理论分析 LSS 的特性, 推导 X 射线的粒子通量, 并讨论粒子束的横向分布对粒子通量的影响。

### 1 LSS 的康普顿散射理论

激光同步辐射源的理论依据是康普顿散射理论, 激光束的强弱可以用场的矢量势的归一化振幅来描述:

$$a_0 = eA_0 / m_e c^2 \approx 0.85 \times 10^{-9} \lambda_0 I_0^{1/2} \quad (1)$$

其中  $A_0$  是激光场矢势的幅度,  $m_e$  是电子静止质量,  $\lambda_0$  是激光波长,  $I_0$  是激光的功率密度,  $W/cm^2$ 。当  $a_0 \ll 1$  时, 康普顿散射发生在线性范围, 只有基频的 X 射线产生, 当  $a_0 \gg 1$  时, 发生非线性散射, 在基频和倍频处均产生散射辐射。在实际的 LSS 装置中, 激光功率一般达不到非线性康普顿散射效应明显的程度, 而且, 非线性康普顿散射主要贡献高次谐波的 X 射线, 在实际应用中, 主要利用 LSS 装置产生的单色波, 所以本文主要应用线性康普顿散射理论来分析 LSS 的一般特性。

根据康普顿散射理论, 当光子与静止的自由电子散射, 满足动量和能量守恒, 散射光能量和入射光能量满足以下的关系式:

$$E'_X = \frac{E'_L}{1 + \frac{E'_L (1 - \cos\theta')}{m_e c^2}} \quad (2)$$

即康普顿散射公式, 其中  $E'_L$ ,  $E'_X$  分别是电子静止参考系中入射光子和散射光子的能量,  $\theta'$  是散射角 (入射光方向和散射光方向之间的夹角), 它表明散射光能量一般不同于入射光能量, 即散射伴随着频率的变化, 从上式可见,  $E'_X < E'_L$ , 即在碰撞的过程中光子损失了能量, 转移给了电子, 但是当光子和相对论高能电子碰撞 (入射光子能量  $h\nu$  显著小于相对论电子能量  $\gamma m_e c^2$ ), 电子将部分能量转移给光子, 使散射光子的能量 (因而频率) 增加, 达到 X 射线波段。下面利用康普顿散射公式, 通过洛伦兹变换得到实验室坐标系中散射光子的能

量。

入射光子与散射光子能量分别为  $E_L$  和  $E_X$ , 散射光子与入射光子夹角为  $\pi - \theta$ , 应用康普顿散射公式结合洛伦兹变换关系:

$$E'_L = (1 + \beta) \gamma E_L \quad (3)$$

$$E'_X = \frac{E_X}{\gamma (1 - \beta \cos\theta')} \quad (4)$$

$$\cos\theta' = \frac{\cos\theta - \beta}{\beta \cos\theta - 1} \quad (5)$$

其中  $\beta = v/c$  为电子速度与光速之比,  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ , 得散射光子能量:

$$E_X = \frac{(1 + \beta) E_L}{(1 - \beta \cos\theta) \left[ 1 + \frac{E_L (1 + \beta) \gamma (1 - \cos\theta)}{m_e c^2} \right]} \approx \frac{(1 + \beta) E_L}{1 - \beta \cos\theta} \quad (6)$$

这里假设  $\gamma E_L \ll m_e c^2$ , 当  $\gamma \gg 1$  且  $(\gamma\theta)^2 \ll 1$  时, 上式可简化为:

$$E_X \approx \frac{E_M}{1 + \gamma^2 \theta^2} \quad (7)$$

其中  $E_M \approx 4\gamma^2 E_L$ , 是最大散射光子能量, 正比于电子能量的平方。

上面假设散射已经完成, 实际上任意一次电子与光子的碰撞散射并不是总会产生, 若发生散射, 散射和散射角成一定的几率分布, 下面推算散射截面, 在电子静止参考系中, 康普顿散射微分截面由克莱因-仁科公式给出:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2 E'^2_X}{2 E'^2_L} \left[ \frac{E'_X}{E'_L} + \frac{E'_L}{E'_X} - \sin^2\theta' \right] \quad (8)$$

其中  $r_e$  是电子经典半径,  $E'_L$ ,  $E'_X$ ,  $\theta'$  分别是电子静止参考系下的入射光子能量、散射光子能量和散射角。在实验室参考系下, 利用洛伦兹变换关系 (3) ~ (5) 式, 以及不同参考系下粒子数相同的原理 (9) ~ (11) 式:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega' = \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (9)$$

$$d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta \quad (10)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \frac{d\cos\theta'}{d\cos\theta} \quad (11)$$

得到如下关系式:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2 (1 - \beta E'_X)^2}{2 (1 + \beta E'_L)^2} \left[ \frac{1 - \beta \cos\theta E'_X}{1 + \beta E'_L} + \frac{1 + \beta E'_L}{1 - \beta \cos\theta E'_X} - \frac{(1 - \cos^2\theta) (1 - \beta^2)}{(1 - \beta \cos\theta)^2} \right] \quad (12)$$

当  $\gamma \gg 1$  且  $(\gamma\theta)^2 \ll 1$  时, 上式可简化为:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2r_e^2 \gamma^2 \left[ \frac{E_X}{E_M} \right]^2 \left[ (1 + \gamma^2 \theta^2) \frac{E_X}{E_M} + \right]$$

$$\frac{1}{1 + \gamma^2 \theta^2} \left[ \frac{E_M}{E_X} - \frac{4\gamma^2 \theta^2}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^2} \right] = \frac{4r_e^2 \gamma^2 (1 + \gamma^4 \theta^4)}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^4} \quad (13)$$

即得 X 射线微分散射截面和发散角  $\theta$  的关系。

利用公式 (7), 上式可表示为:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 4\gamma^2 r_e^2 \left[ 2 \left( \frac{E_X}{E_M} \right)^4 - 2 \left( \frac{E_X}{E_M} \right)^3 + \left( \frac{E_X}{E_M} \right)^2 \right] \quad (14)$$

即得散射光子能量和微分散射截面的关系。则相应的能谱公式为:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE_X} = \frac{8\gamma^2 r_e^2}{E_M} \left[ 4 \left( \frac{E_X}{E_M} \right)^3 - 3 \left( \frac{E_X}{E_M} \right)^2 + \frac{E_X}{E_M} \right] \quad (15)$$

综合 (7) 式、(13) 式、(14) 式可知 X 射线光子主要集中在  $\gamma\theta < 1$  的光锥中, 具有非常好的方向性, 如图 1 所示。

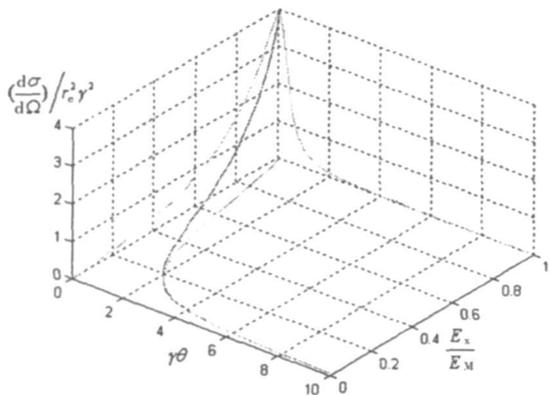


图 1 X 射线微分散射截面与发散角和能量的关系曲线

Fig 1 The radiated section per unit solid angle in terms of emitting angle and energy

## 2 散射 X 射线的通量

假设电子束和激光束是高斯分布的, 先不考虑电子束和激光束的横向发散对激光同步辐射源的影响, 计算 X 射线的通量, 设激光束和电子束以  $180^\circ$  对头碰撞, 电子束团的中心位置和激光脉冲的中心位置在时间  $t=0$  时在光束束腰处重合, 则与时间相关的电子数和光子数空间分布如下:

$$n_e(r, z, t) = \frac{N_e}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{er}^2 \sigma_{ez}^2} \exp \left[ -\frac{r^2}{2\sigma_{er}^2} - \frac{(z - \beta ct)^2}{2\sigma_{ez}^2} \right] \quad (16)$$

$$n_p(r, z, t) = \frac{N_p}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{pr}^2 \sigma_{pz}^2} \exp \left[ -\frac{r^2}{2\sigma_{pr}^2} - \frac{(z + ct)^2}{2\sigma_{pz}^2} \right] \quad (17)$$

其中,  $N_e$ 、 $N_p$  分别为单个电子束团和激光脉冲中

的总粒子数,  $\sigma_{er}$ 、 $\sigma_{ez}$  和  $\sigma_{pr}$ 、 $\sigma_{pz}$  分别为电子束和激光束横向和纵向分布幅度。

单个电子在  $dt$  时间内被光子散射的次数为  $n_p \sigma_c (1 + \beta) c dt$  ( $\sigma_c$  是康普顿散射的总积分截面) 在空间  $dV$  中的电子数为  $n_e dV$ , 单个 X 射线脉冲中的总光子通量  $N_X$  为:

$$N_X = \int (1 + \beta) c \sigma_c n_e(r, z, t) n_p(r, z, t) 2\pi r dr dz dt = \frac{N_e N_p \sigma_c}{2\pi (\sigma_{er}^2 + \sigma_{pr}^2)} \quad (18)$$

光子通量与电子束团和激光脉冲的长度无关, 与电子束和激光束的横截面面积成反比。

实际上由于电子束的发散度和激光波长的限制, 电子束和激光束的横向分布幅度是传播方向  $z$  的函数, 对于激光束  $\sigma_{pz} = \sigma_{p0} (1 + (z/z_R)^2)^{1/2}$ , 其中  $\sigma_{p0}$  是束腰处的光束分布幅度,  $z_R$  是瑞利长度,  $z_R = 4\pi \sigma_{p0}^2 / \lambda$ ,  $\lambda$  是激光波长,  $\lambda / 4\pi$  可看成激光束横向发散度  $\epsilon_p$ 。类似与激光束, 可以定义电子束的“瑞利长度”  $z_{eR}$ ,  $z_{eR} = \sigma_{e0}^2 / \epsilon_e$ ,  $\epsilon_e$  为电子束横向的发散度,  $\sigma_{e0}$  是电子束束腰的横向分布幅度, 则有  $\sigma_{er} = \sigma_{e0} (1 + (z/z_{eR})^2)^{1/2}$ 。

上式先后对  $r$ ,  $t$ ,  $z$  在范围  $(-\infty, \infty)$  内积分, 得到单个脉冲散射光的总光子数:

$$N_X = \frac{N_e N_p \sigma_c (1 + \beta)}{(2\pi)^{3/2} (\sigma_{pz}^2 \beta^2 + \sigma_{ez}^2)^{1/2}} \int \frac{1}{\sigma_{er}^2 + \sigma_{pr}^2} \exp \left[ -\frac{(1 + \beta)^2 z^2}{2(\sigma_{pz}^2 \beta^2 + \sigma_{ez}^2)} \right] dz = \frac{N_e N_p \sigma_c}{4\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sigma_{e0}^2 + \sigma_{p0}^2} f(\zeta) \quad (19)$$

其中:  $f(\zeta) = \zeta \cdot \exp(-\zeta^2) \cdot [1 - \Phi^2(\zeta)]$

$\Phi(\zeta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\zeta e^{-t^2} dt$  即误差函数,  $\zeta = z_R / \sigma_z$ ,

$$z_R = \frac{\sqrt{\sigma_{e0}^2 + \sigma_{p0}^2}}{\sqrt{(\sigma_{e0}/z_{eR})^2 + (\sigma_{p0}/z_R)^2}} \quad \sigma_z = \frac{\sqrt{2(\sigma_{pz}^2 \beta^2 + \sigma_{ez}^2)}}{1 + \beta}$$

$\sigma_z$  是衡量电子束与激光脉冲重叠长度的量,  $z_R$  可看成是“等效瑞利长度”。下面讨论两种特殊情况。

当  $\epsilon_p \gg \epsilon_e$  的情况, 电子束的发散度非常小时, 此时电子束的“瑞利长度”远大于激光瑞利长度, 忽略 (19) 式中与  $\epsilon_e$  有关的项, 令  $\sigma_{p0} = X \sqrt{\sigma_z \epsilon_p}$ ,  $\sigma_{e0} = Y \sqrt{\sigma_z \epsilon_p}$ , 散射光通量与电子束和激光束的横向分布尺寸的关系如图 2 所示。

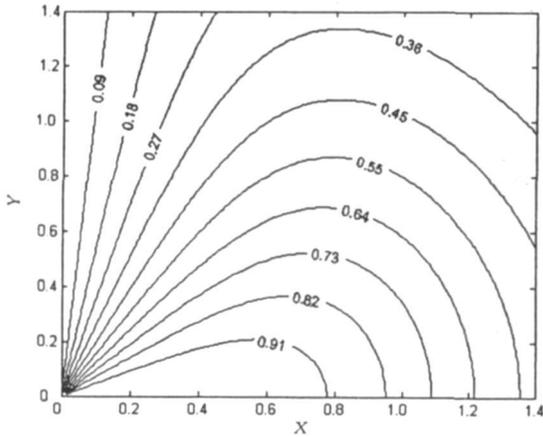


图2 散射 X 射线通量与电子束和激光束横向尺寸的关系

Fig 2 Relationship between scattered X-ray flux and the transverse size of electron and laser bunches

从图2可知, 在电子束发散度很小的情况下, 激光束横向尺寸固定时, 电子束半径越小, X 射线通量越大, 但是对于固定的电子束半径, 并不是激光束腰越小 X 射线通量越大, 因为激光发散度远远大于电子束的, 激光束聚焦尺寸减小将使其横向发散增加, 实际与电子散射的粒子数反而降低。

当  $\epsilon_p = \epsilon_e$  时, 同样令  $\sigma_{p0} = X \sqrt{\sigma_z \epsilon_p}$ ,  $\sigma_{e0} = Y \sqrt{\sigma_z \epsilon_p}$ , X 射线通量的相对值和激光束和电子束的横向尺寸的关系如图3所示。

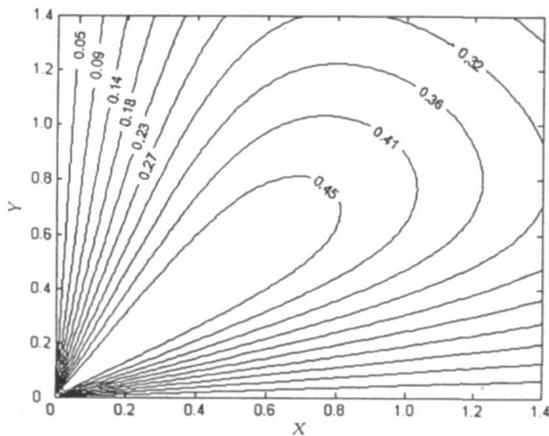


图3 散射 X 射线通量与激光束和电子束的横向尺寸的关系

Fig 3 Relationship between scattered X-ray flux and the transverse size of electron and laser bunches

电子发散度为  $\epsilon_e = \lambda / 4\pi$ , 代入公式(19)中,  $z_R = \sigma_{e0} \sigma_{p0} / \epsilon_e$ ,  $\zeta = \sigma_{e0} \sigma_{p0} / \epsilon_e \sigma_z$ , 对于特定的  $\zeta$ , 即  $\sigma_{e0}$  和  $\sigma_{p0}$  的乘积为常数时,  $\sigma_{e0}^2 + \sigma_{p0}^2$  得到最小的条件是  $\sigma_{e0} = \sigma_{p0}$ , 这时散射 X 射线通量最大:

$$N_x = \frac{\sqrt{\pi} N_e N_p \sigma_c}{2 \sigma_z \lambda \zeta} \cdot f(\zeta) \quad (20)$$

从上面两种特殊情况中可以了解, 对于特定的电子束发散度和激光波长, 由于激光束和电子束的横向发散, 能得到的最大 X 射线通量和  $\sigma_z$  反比, 即电子束团和激光脉冲越短, X 射线通量越大。而在  $\sigma_z$  确定的情况下, 电子束和激光束聚焦的很小, 射线通量越大, 趋近最大值, 但是电子束聚焦尺寸减小将使电子束角发散增加, 从而使 X 射线带宽增加, 对于最为单色光源应用的 LSS 来说, 谱通量(单位带宽中的 X 射线通量)可能比总通量更有意义, 这也对电子束聚焦提出限制。

### 3 总结

本文利用激光同步辐射源的理论依据康普顿散射原理分析了散射光子的特性, 推导了散射光子的粒子通量, 以及粒子束的横向发散对它的影响, 除了粒子束的发散以外, 实验探测器的接收角、电子束和激光束的发散度、能散等非理想因素使得散射光子的能谱变宽, 粒子通量减少, 这些因素相互牵连, 错综复杂, 但又是得到高品质散射 X 光必须解决的问题, 而且目前基于 CPA 技术的小型商用高功率激光器的功率密度已可以达到  $10^{18} \text{ W/cm}^2$ , 大型激光器输出则更高, 所以  $a_0$  可以达到 1 以上, 散射波中的高次谐波强度高于基波, 散射以高次谐波为主, 这些将都是下一步研究的内容。

### 参考文献:

[1] Kashiwagi A, Washio M, Kobuki T, et al. Observation of high-intensity X-rays in inverse Compton scattering experiment [J]. Nucl Instr Meth Phys Res A, 2000, 455 (1): 36-40.

[2] Pogorelsky I V, Ben-Zvi I, Wang X Y, et al. Femtosecond laser synchrotron sources based on Compton scattering in plasma channels [J]. Nucl Instr Meth Phys Res A, 2000, 455 (1): 176-180.

[3] Ting A, Fischer R, Fisher A, et al. Demonstration experiment of a laser synchrotron source for tunable monochromatic X-rays at 500 eV [J]. Nucl Instr Meth Phys Res A, 1996, 375 (1-3): ABS68-ABS70.