

文章编号: 1673-9620 (2007) 03-0050-04

复宗量双曲余弦平方—高斯光束在 单轴各向异性晶体中的传输^{*}

唐 斌, 蒋美萍

(江苏工业学院 信息科学系, 江苏 常州 213164)

摘要: 基于光束在单轴晶体中传输的角谱理论, 对复宗量双曲余弦平方—高斯光束在单轴各向异性晶体中的传输作了研究, 得到了一般的解析传输公式, 并用数值的方法讨论了晶体内源于复宗量双曲余弦平方—高斯光束的两偏振分量的传输特性, 结果表明, 在适当参数的条件下, 两偏振分量在晶体中的传输波形结构基本保持不变。

关键词: 双曲余弦平方—高斯光束; 单轴晶体; 各向异性; 传输

中图分类号: O 734

文献标识码: A

Propagating Behavior of Elegant Cosh—Squared—Gaussian Beams in Uniaxially Anisotropic Crystals

TANG Bin, JIANG Mei—ping

(Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213164, China)

Abstract: The propagation of elegant cosh—squared—Gaussian beams has been investigated and the analytic solutions have been obtained by means of an angular spectrum technique in uniaxially anisotropic crystals. In addition, the propagation properties of two polarized components which originate from elegant cosh—squared—Gaussian are discussed with numerical method in crystals. The results show that the wave shape of two components almost keep the same during the propagation in the conditions of proper parameters.

Key words: cosh—squared—Gaussian beams; uniaxial crystal; anisotropic; propagation

在 Casperson 等人引入了所谓的厄米—正弦类—高斯光束, 并证明了这类光束仍是波动方程在傍轴近似下的解之后^[1,2], 人们对这类光束的各种特殊情形引起了广泛的研究兴趣, 如双曲正(余)弦类—高斯光束, 在这些特殊情形中, 选取适当参数后可在特定截面上获取具有平顶的场强分布^[3,4], 这种具有平顶的激光束在许多领域诸如激光加工和激光核聚变中得到了应用。同时, 随着近些年来光

电通讯技术的飞速发展, 研究激光束在晶体中的传输特性同样具有重要意义^[5~8]。本文基于近轴矢量角谱理论导出了双曲余弦平方高斯光束在晶体中的传输公式, 并用数值的方法分析了该光束在晶体中两偏振分量的传输特性。

1 光束在单轴晶体中传输的角谱理论

取 z 轴为晶体光轴方向, 那么对于各向异性

* 收稿日期: 2006—06—08

作者简介: 唐斌 (1980—), 男, 湖南张家界人, 硕士。

单轴晶体, 其介电张量可表示为

$$\epsilon = \begin{pmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中 n_o 和 n_e 分别是正常光波与非常光波的折射率。基于 A. Ciattoni 等人的讨论^[9], 当入射单色光场在 $z=0$ 平面沿 z 轴方向入射到各向异性单轴晶体构成的介质时, 在 $z>0$ 区域的各向异性介质中的光场是正常光波与非常光波的线性迭加, 即

$$A_o(\mathbf{r}, z) = \int \frac{d^2\mathbf{k}}{k^2} \begin{pmatrix} k_y^2 & -k_x k_y \\ -k_x k_y & k_x^2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}) \exp\left[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \frac{ik^2}{2k_0 n_o} z\right] \quad (3)$$

$$A_e(\mathbf{r}, z) = \int \frac{d^2\mathbf{k}}{k^2} \begin{pmatrix} k_x^2 & k_x k_y \\ k_x k_y & k_y^2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}) \exp\left[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \frac{in_o k^2}{2k_0 n_e} z\right] \quad (4)$$

其中 $\mathbf{k} = k_x \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y$, 而 $\mathbf{E}(\mathbf{k})$ 是 $z=0$ 处入射横场的二维 Fourier 变换, 即

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\mathbf{r} \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, 0) \quad (5)$$

由此可知, 只要已知了在 $z=0$ 平面的初始边界光场 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, 0)$, 就可以根据式 (3)、(4) 计算出在单轴晶体中任意平面的光场分布情况。

2 双曲余弦平方—高斯光束在单轴晶体中的传输公式

考虑入射光场为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, 0) = E_0 \cosh^2[(\alpha_x + i\gamma_x)x] \cosh^2[(\alpha_y + i\gamma_y)y] \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right] \mathbf{e}_x \quad (6)$$

其中 $\alpha_x + i\gamma_x = \frac{\Omega_x}{2}$, $\alpha_y + i\gamma_y = \frac{\Omega_y}{2}$, 上式的 Fourier 变换通过公式 (5) 可求得为

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}) = \frac{E_0 w_0^2}{16\pi} \exp\left[-\frac{k^2 w_0^2}{4}\right] \left[\exp\left[\frac{\beta_x \Omega_x}{2}\right] \cos(\beta_x k_x) + \exp\left[\frac{\beta_y \Omega_y}{2}\right] \cos(\beta_y k_y) + \exp\left[\frac{\beta_x^2 + \beta_y^2}{w_0^2}\right] \cos(\beta_x k_x) \cos(\beta_y k_y) + 1 \right] \mathbf{e}_x \quad (7)$$

式中 $\beta_i = \frac{w_0^2 \Omega_i}{2}$, $i = x, y$ 。再将 (7) 式代入 (3) 和 (4) 式并利用 Fourier 变换的微分性质, 可求得

$$\begin{aligned} E(x, y, z) = & \frac{1}{4} \left[\exp\left[\frac{\beta_x \Omega_x}{2}\right] \cos\left[i\beta_x \frac{\partial}{\partial x}\right] + \exp\left[\frac{\beta_y \Omega_y}{2}\right] \cos\left[i\beta_y \frac{\partial}{\partial y}\right] + \right. \\ & \left. \exp\left[\frac{\beta_x^2 + \beta_y^2}{w_0^2}\right] \cos\left[i\beta_x \frac{\partial}{\partial x}\right] \cos\left[i\beta_y \frac{\partial}{\partial y}\right] + 1 \right] E^G(x, y, z) \end{aligned} \quad (8)$$

上式中 $E^G(x, y, z)$ 是 $\beta_i = 0$, $i = x, y$ 时即 Gaussian 光束在单轴各向异性晶体中的场分布^[5]

$$\begin{aligned} E^G(x, y, z) = & \frac{E_0 w_0^2}{x^2 + y^2} \left[\left(\frac{y^2}{Q_o(z)} + \frac{y^2 - x^2}{2(x^2 + y^2)} \right) \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{Q_o(z)}\right] + \left(\frac{x^2 - y^2}{2(x^2 + y^2)} \right) \right. \\ & \left. \frac{-xy}{Q_o(z)} - \frac{xy}{x^2 + y^2} \right] \exp(ik_0 n_o z) + \\ & \frac{E_0 w_0^2}{x^2 + y^2} \left[\left(\frac{x^2}{Q_e(z)} + \frac{x^2 - y^2}{2(x^2 + y^2)} \right) \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{Q_e(z)}\right] - \left(\frac{x^2 - y^2}{2(x^2 + y^2)} \right) \right. \\ & \left. \frac{xy}{Q_e(z)} + \frac{xy}{x^2 + y^2} \right] \exp(ik_0 n_o z) \end{aligned}$$

其中 $Q_\eta(z) = w_0^2 + \frac{2in_0 z}{k_0 n_\eta^2}$, $\eta = o, e$, 利用关系式

$$\exp\left[\beta \frac{\partial}{\partial x}\right] f(x) = f(x + \beta) \quad (9)$$

最后得到

$$E(x, y, z) = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2} \exp\left(\frac{\beta_x \Omega_x}{2}\right) \sum_{\beta_x \pm} E^G(x + \beta_x, y, z) + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{\beta_y \Omega_y}{2}\right) \sum_{\beta_y \pm} E^G(x, y + \beta_y, z) + \frac{1}{4} \exp\left(\frac{\beta_x^2 + \beta_y^2}{w_0^2}\right) \sum_{\beta_x \pm} \sum_{\beta_y \pm} E^G(x + \beta_x, y + \beta_y, z) + E^G(x, y, z) \right] \quad (10)$$

上述公式 (8) ~ (10) 即是本文得到的主要解析结果, 利用这些公式可以计算出双曲余弦平方高斯光束在单轴晶体中任意位置处的场分布。

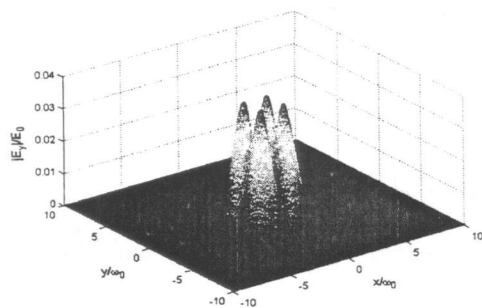
3 数值计算和分析

利用本文得到的公式 (8) ~ (10) 可对双曲余弦平方—高斯光束在单轴晶体中的传输作数值计算。首先, 为了验证所得结果的正确, 在 (10) 式中令 $z=0$ 即可得到在入射面的场分布, 其结果与 (6) 式一致。此外也可以证明当 $n_o = n_e$ 时, 入射光场的偏振态不变。

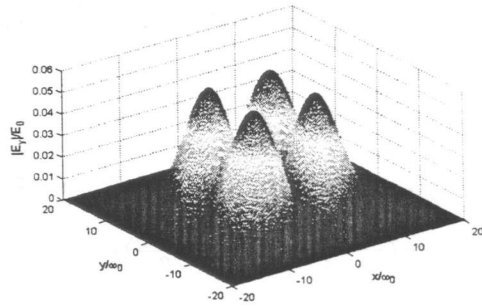
本文以金红石晶体为例, 其正常光和非常光的折射率分别为 $n_o = 2.616$, $n_e = 2.903$, 计算中 λ

$= 0.6328 \mu\text{m}$, $w_0 = 20 \mu\text{m}$, 光束在晶体中传输的距离单位为 $z_{R_0} = 2\pi w_0^2 n_0 / \lambda$, 它是正常光在折射率为 n_o 的均匀介质中的 Rayleigh 长度。此外, 为简单起见, 在计算中总是取 $\beta_x = \beta_y = \beta$ 。图 1 ~ 图 3 给出了在晶体中光束在不同传输距离不同参数 β 情况下两偏振分量的场分布图。

由 (10) 式计算表明, 在入射面 $z=0$ 上, 沿 y 方向的偏振分量处处为零, 而在 $z > 0$ 平面中, 即晶体内部的其他面上, 由于晶体的各向异性, 仅沿 x 方向偏振的入射光场诱导出了沿 y 方向偏振分量, 在较小参数情况下, 场强分布与余弦高斯光束的情形类似, 均由 4 个光斑组成, 且随着传输距离的增大, 光斑逐渐弥散变大 (如图 1)。



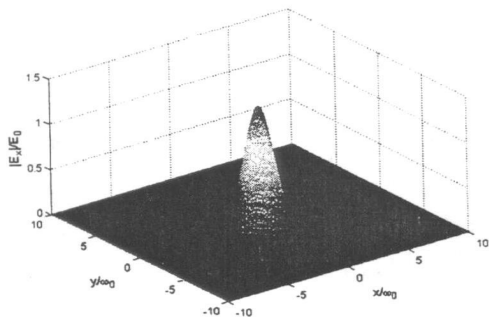
(a) $z = z_{R_0}$



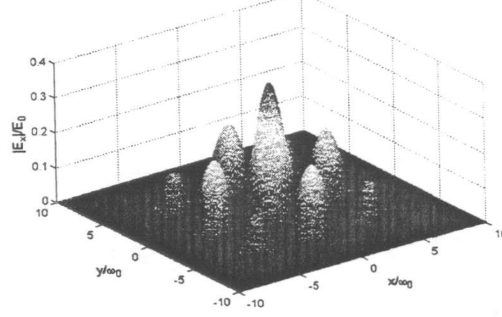
(b) $z = 10z_{R_0}$

图 1 $\beta = 0.5$ 在不同衍射距离处 y 偏振分量 $|E_y|/E_0$ 的横向分布

Fig 1 Distribution of y component $|E_y|/E_0$ for $\beta = 0.5$ at different diffraction distance



(a) $\beta = 0.5$



(b) $\beta = 4.5$

图 2 x 偏振分量在 z_{R_0} 处 $|E_x|/E_0$ 的横向分布

Fig 2 Distribution of x component $|E_x|/E_0$ for different parameters β at z_{R_0}

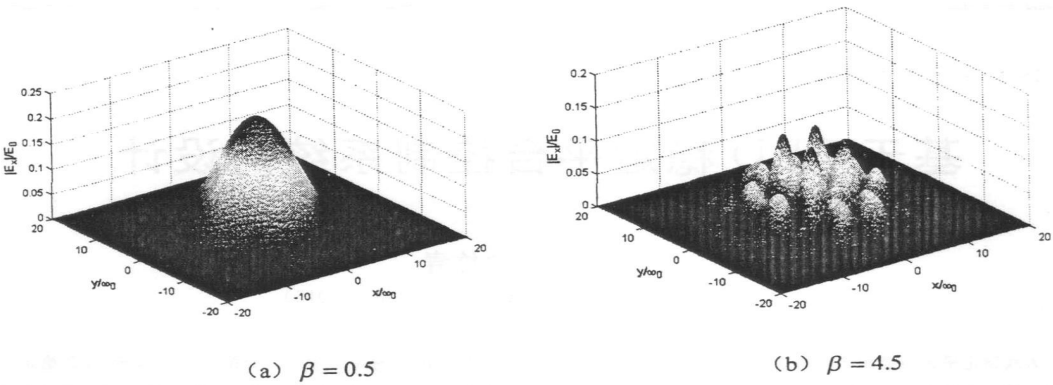


图 3 x 偏振分量在 $10z_{R_0}$ 处 $|E_x|/E_0$ 的横向分布

Fig 3 Distribution of x component $|E_x|/E_0$ for different parameters β at $10z_{R_0}$

图 2、图 3 表明，在晶体中，对于给定的初始光场及介质参数，沿 x 方向偏振的场分量在较小参数条件下，位形结构基本保持不变，均由一个单峰或光斑组成（如图 2a 和图 3b），这类似于基模高斯光束在晶体中的场分布情形；而在较大参数的条件下，在较小的传输距离时，图像呈现出多个强度不同、对称分布的单峰结构，这说明在晶体中沿 x 方向偏振的场分量可看成是多束强度不同的基模高斯光束的叠加，同时由于晶体中正常光和非常光的衍射距离不同，随着光束传输距离的增大，图像演变为有结构的多峰结构（如图 3b）。

4 结 论

本文对沿光轴方向入射的复宗量双曲余弦平方—高斯光束在晶体中的传输作了研究，得到了解析的传输公式，并作了数值计算。结果表明，由于晶体的各向异性，仅沿 x 方向偏振的入射光场在晶体中诱导出了沿 y 方向的偏振分量，并且在适当参数的条件下，两偏振分量在晶体中的传输波形结构基本保持不变。

参考文献:

[1] Tovar A A, Casperson L W. Production and propagation of Hermite—sinusoidal—Gaussian beam [J] . J Opt Soc Am, A, 1998, 15 (9): 2 425—2 432.

[2] Casperson L W, Tovar A A. Hermite—sinusoidal—Gaussian beams in complex optical systems [J] . J Opt Soc Am A, 1998, 15 (4): 954—961.

[3] 朱开成, 朱正和, 唐慧琴. 双曲余弦平方—高斯光束的传输特性研究 [J] . 激光技术, 2002, 26 (3): 192—197.

[4] 孔瑞露, 王莉, 王喜庆. 复变量双曲余弦平方—高斯光束的束腰宽度及其位置 [J] . 激光杂志, 2004, 25 (1): 41—42.

[5] Cincotti G, Ciattoni A, Palma C. Hermite—Gauss beams in uniaxially anisotropic crystal [J] . IEEE J Quantum Electronics, 2001, 37 (12): 1 517—1 524.

[6] Cincotti G, Ciattoni A, Palma C. Laguerre—Gauss and Bessel—Gauss beams in uniaxial crystals [J] . J Opt Soc Am A, 2002, 19 (8): 1 680—1 688.

[7] 唐慧琴, 唐斌, 朱开成. Cos—Gaussian 光束在单轴晶体衍射的偏振特性 [J] . 光电子·激光, 2004, 15 (3): 365—368.

[8] Lv B, Luo S. Propagation properties of three—dimensional flattened Gaussian beams in uniaxially anisotropic crystals [J] . Optics & Technology, 2004, 36: 51—56.

[9] Ciattoni A, Crosignani B, Palma C. Vectorial theory of propagation in uniaxially anisotropic media [J] . J Opt Soc Am A, 2001, 18 (7): 1 656—1 661.