

文章编号: 1673- 9620 (2008) 02- 0024- 04

螺杆挤出机矩形流道中的聚合物流动分析^{*}

李晓艳¹, 李 丽², 班书昊¹

(1 江苏工业学院 机械与能源工程学院, 江苏 常州 213016; 2 新疆吐哈油田公司勘探开发研究所, 新疆 哈密 839009)

摘要: 针对矩形流道中的聚合物流动问题, 提出了一种基于傅立叶级数展开的近似方法。该方法利用流体流动的 3 大基本方程, 建立了流体内部的速度场函数, 通过流动边界条件求解出速度场。利用傅立叶二阶近似和三阶近似, 分别忽略压力降和考虑压力降计算出 z 方向的速度场。结果表明该方法使用的模型简单, 对浅螺槽精度高。

关键词: 矩形流道; 傅立叶级数; 速度场; 压力降

中图分类号: O 337

文献标识码: A

Analysis of Polymeric Flowage in Rectangular Channel of Screw- Extruder

LI Xiao- yan¹, LI Li², BAN Shu- hao¹

(1. School of Mechanical and Energy Engineering, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213016, China; 2. Institute of Exploration in Xinjiang Tuha Oil Field Co., Hami 839009)

Abstract: An approximation method based on Fourier analysis was proposed for the problem of polymeric flowage in rectangular channel. A velocity field function in fluid was established using the three liquid flow equations, and obtained by fluid boundary conditions. Finally, the velocity for z direction was calculated using Fourier second- order or third- order approximation considering or ignoring pressure decreasing respectively. The experimental results show the presented method is simple and high precision for shallow channel.

Key words: rectangular channel; Fourier series; velocity field; pressure decreasing

随着我国塑料加工工业的迅速发展, 塑料制品广泛应用于工业、农业、交通运输、军工等各个领域, 因此塑料挤出成型备受关注。塑料挤出机作为塑料加工工业的一种重要设备, 它在加工工业中有相当重要的地位^[1]。尽管挤出机的螺槽流动在加工工业中广泛应用, 然而螺槽流道的截面尺寸与大小、聚合物的非牛顿特性以及雷诺数等各种因素的影响导致很难准确地描述流道中的流体流动情况, 因此, 探索与模拟聚合物加工工程中的流道流动特

征成了一个热门课题, 国内外很多学者都对此作了重要研究^[2~ 9]。

挤出流动的均匀性和平衡性是保证制品质量的前提和基础^[10, 11]。对于矩形流道, 它的尺寸偏离产生后果相对于开式通道要严重很多^[12]。本文研究螺槽流动时采用一定的数学假设, 给出熔体流动满足的 3 大基本方程, 并结合实际情况给出了定解条件, 提出了一种基于傅立叶展开的近似方法, 建立了流体内部的速度场函数, 并对主流动方向的速度

* 收稿日期: 2007- 09- 26

作者简介: 李晓艳 (1976-), 女, 山东临沂人, 硕士, 讲师。

度场进行了二阶和三阶近似。

1 原理与方法

1.1 问题提出

在聚合物加工过程中, 最典型的应用就是挤出机螺槽流动, 其中流道一般认为是等截面的, 通常情况下, 可以认为矩形流道更加符合实际情况。因此, 本文针对等截面矩形流道进行挤出流动分析。

假定一个展开的矩形流道如图 1 所示 (原点取在宽度对称面上), 螺槽中的熔体沿 z 方向挤出。 l 、 w 和 h 分别表示螺槽的长、宽和高。在物料挤出的过程中, 螺槽内各个点的速度 v 、温度 θ 以及压力 p 皆是时间 t 和空间 (x, y, z) 的函数。故可以把速度、温度和压力看作场函数, 即,

$$\begin{cases} v = (x, y, z, t) \\ \theta = (x, y, z, t) \\ p = (x, y, z, t) \end{cases} \quad (1)$$

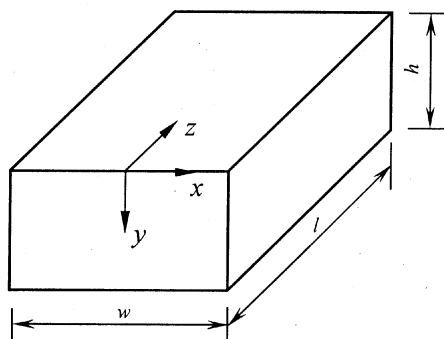


图 1 矩形流道示意图

Fig 1 Rectangular channel

首先, 场函数要满足连续性方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2)$$

式中, ρ —物料密度。

同时, 场函数还要满足动量守恒方程 (3) 和能量守恒方程 (4)。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j) = \\ - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho F_i \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rho C_v \frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) - \\ \theta \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \right)_p \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \left(\frac{\partial x_i}{\partial x_j} \right) + s \end{aligned} \quad (4)$$

其中, τ_{ij} —流体粘性切应力; F_i —体积力; C_v —等容比热; K —热传导系数; 下标 p —压力; s —外加热量; d —微分符号。下标 i 和 j 可以取值 1、2、

3, 分别表示 (x, y, z) 3 个坐标轴方向。当一个分式中出现重复的哑指标 i 或 j 时, 要满足爱因斯坦求和约定。

问题 (1) 转变为寻找适当的场函数, 在流体内部同时满足方程式 (2)、(3) 和 (4), 并在流体边界与螺槽接触面上满足特定的边界条件。

1.2 数学假设

由于连续性方程含有运动学参数速度 v_i ; 动量守恒方程中含有 ρ 、 p 、 τ_{ij} 和 F_i ; 能量守恒方程中含有 C_v 、 K 、 θ 和 s 。一般来说, F_i 和 s 是已知量, ρ 、 C_v 和 K 为常数, 需要求解的未知量分别为 v_i 、 p 、 τ_{ij} 和 θ 。

在物理数学问题中, 控制方程仅描述流体流动的一般规律, 问题的求解需要由初始条件或边界条件给出。考虑到未知量的个数多于方程的个数, 因此需要给出描述流体的力学响应的本构方程式。实际的流体非常复杂, 很难给出准确的本构方程, 在螺槽流动问题中, 本文选用非牛顿流体型本构方程, 即

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{-t/\lambda} \right) \quad (5)$$

式中, λ —松弛时间; E —弹性模量。

在实际情况, 由于雷诺数 Re 很小, 可以忽略流动过程中的流体惯性项 $F_i = 0$, 皮克莱特 (Peclet) 数和格里菲斯 (Griffith) 数很大, 说明流动过程中对流传热是热传递的主导形式, 流动粘性发热比边界温差作用更为重要。

由于实际的螺槽尺寸关系满足 $l \gg w \gg h$, 可以认为流体速度在长度方向是充分发展的, 即 $v_i = f$

(x, y) 或 $\frac{\partial v_i}{\partial x_z} = v_{i,z} = 0$ 。在热量传递上忽略 x 方向上的对流传热和热传导。为了解决求解上的困难, 假定 v_x 在 x 方向也是充分发展的, 即 $\frac{\partial v_x}{\partial x} =$

0, 对于深螺槽矩形流道流动问题, 条件 $w \gg h$ 能保证上述假设正确性。对聚合物熔体流动来说, 无滑移条件要求 $v_y = 0$ 。

由于忽略了惯性项和重力, 则压力

$$p = p(x, z) \quad (6)$$

求解非等温问题, 是很困难的。考虑到实际情况温差不大, 故可按等温流动进行求解, 并应用非牛顿流体本构方程。

1.3 控制方程和定解条件

在稳定挤出过程中, 矩形螺槽流道中的流动也是稳定的, 所有的场函数都不应该包括时间 t 。鉴于上述假设, 可以简化方程式 (2)、(3) 和 (4), 得到:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \mu \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \end{cases} \quad (8)$$

$$\rho C_p \left(v_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) = K \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i \partial x_i} + \mu \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right] \cdot \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right] \quad (9)$$

方程组 (7)、(8)、(9) 合称控制方程, 相应的边界条件为:

$$\begin{cases} v_x \left(\pm w/2, 0 \right) = v_{0x} \\ v_x (x, h) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} v_y (x, h) = 0 \\ v_y \left(\pm w/2, y \right) = 0 \\ v_z \left(\pm w/2, y \right) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} v_z (x, 0) = v_{0z} \\ v_z (x, h) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

边界条件 (10)、(11) 和 (12) 构成问题 (1) 的定解条件。

1.4 场函数的解

对于速度分量 $v_x = v_x (y)$, 由边界条件 (10) 及方程式 (8) 中第一式, 可得

$$v_x (y) = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial p}{\partial x} \right] y^2 + A y + B \quad (13)$$

$$\text{式中, } A = - \left[\frac{h}{2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{v_x}{h} \right], \quad B = v_x.$$

速度分量 $v_y = 0$; 对于速度分量 $v_z = v_z (x, y)$, 可采用分离变量法求解, 设 $v_z = f (x) \cdot g (y)$, 边界条件 (12) 可转换为:

$$\begin{cases} f (\pm w/2) = 0 \\ g (0) = v \\ g (h) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

对于函数 $g (y)$ 可作傅立叶分析, 即

$$g (y) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos \left[\frac{(2m-1)\pi}{2h} \cdot y \right] \quad (15)$$

式中系数满足 $\sum_{m=1}^{\infty} A_m = v$ 。

最后求得速度分布结果:

$$v_z = v \sum_{m=1}^{\infty} 2^{-m} \cos \left[\frac{(2m-1)\pi}{2h} \cdot y \right] \cdot \cos \left[\frac{\pi x}{w} \right] + \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \cdot y^2 + C y + D \quad (16)$$

$$\text{其中, 常数 } C = - \left[\frac{h}{2\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{v_z}{h} \right], \quad D = V_0.$$

v_z 对矩形面积积分可得流量 Q

$$Q = \int_A v_z dA = \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \cdot \frac{wh}{(2m-1)\pi^2} 2^{2-m} + w \left[\frac{h^3}{6\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + C \cdot \frac{h^2}{2} + D \cdot h \right]$$

同理可求得温度场 $\theta = \theta (x, y)$ 。

2 结果与讨论

由式 (13) 速度场可知, v_x 在 x 方向是充分发展的, 这与实际情况符合的比较好。因为矩形流道中流体流动受到截面尺寸的影响比较大, l 是远远大于 w 的, 结果致使流道中流体的速度 v_x 分布不受槽宽的影响。在流道底面上速度恒等于 0, 在流道表面上速度恒等于 v_0 。而且最大速度发生在 y_0 处, 即 $\frac{d}{dy} v_x = 0$, 这说明流体受到压力降的影响, 最大速度并不发生在流道的表面。

由 $v_y = 0$ 可知, 在高度方向上, 流体基本不发生流动, 对于浅槽确实如此; 对于深槽, 真实的流体在高度上是发生流动的, 这时可以近似假设 v_y 关于 $y = h/2$ 对称抛物线分布。

由式 (16) 速度场可知, v_z 是坐标 x 、 y 的函数; 由傅立叶分析可知它主要由低频构成, 故实际计算可取有限项就足够逼近真实情况。 z 方向上的压力降产生抛物线形式的速度分布, 如果保证压力降为常数, 则 v_z 的分布将变得十分规律。

考虑一个真实的螺槽流动: $h = 6 \text{ mm}$, $w = 100 \text{ mm}$, $l = 3200 \text{ mm}$, $v = 600 \text{ mm/s}$, $\mu = 10^4 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\frac{\partial p}{\partial z} = 10^4 \text{ Pa/m}$ 。分别计算前两阶、三阶低频求和, 结果说明 (见图 2、图 3): 二阶低频模拟 v_z 的速度分布时, 压力降影响明显, 三阶低频模拟的速度分布时, 压力降影响不明显; 当压力降较小时, 速度分布近似如图 2 (a) 所示, 最小速度发生在 $y = 6 \text{ mm}$ 处, 最大速度发生在 $y = 0$ 处, 即

矩形流道的表面, 这与实验结果非常吻合。当压力降较大时, 速度分布近似如图 3 (b) 所示, 最大速度仍然发生在矩形流道的表面, 但数值较无压力降时大, 这主要是由于压力降所致。

3 结 论

针对挤出机的挤出过程, 分析了螺槽中的物料流动。考虑到矩形流道的截面尺寸相对关系, 认为 v_x 仅仅是深度的函数, 得到该速度分量抛物线分布, 与实际情况符合的较好; 并求得浅螺槽的 $v_y = 0$, 讨论了深螺槽情况, 可取二次函数近似 v_y 。

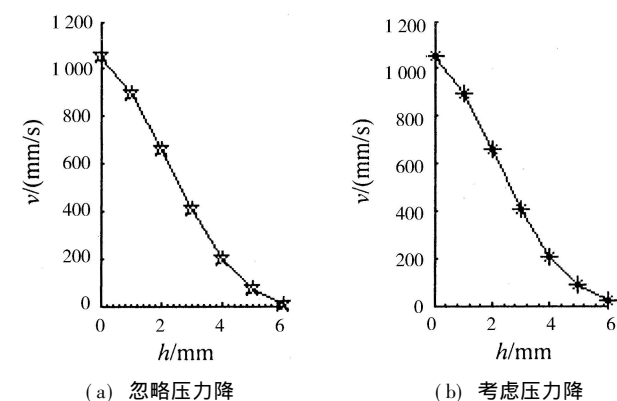


图 2 二阶近似的沿槽深分布

Fig 2 The distribution of a second-order approximation along channel's depth

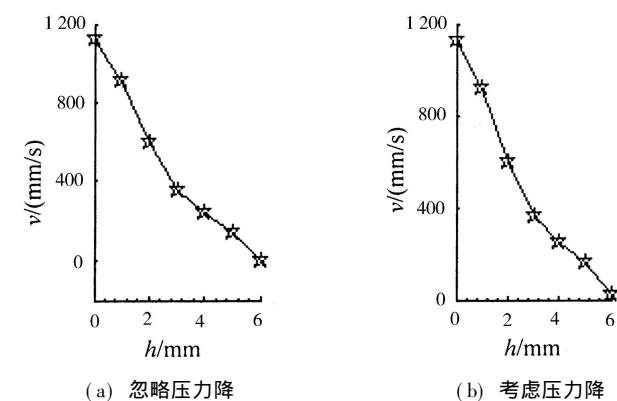


图 3 三阶近似的沿槽深分布

Fig 3 The distribution of a third-order approximation along channel's depth

研究了 v_z 并进行了数值模拟实验, 实验结果表明: v_z 与压力降关系密切, 但当压力降较小时, 可以取二阶低频三角函数模拟速度分布; 当压力降较大时, 它严重影响 v_z 的大小, 此时可取三阶低频三角函数模拟速度分布; 整个流道中的速度分布受边界条件和压力降共同作用。

参考文献:

- [1] 陆宜清, 杨松华. 塑料异型材挤出流动的一种数值模拟方法 [J]. 河南科技大学学报, 2005, 26 (5): 11-14
- [2] 潘良明, 辛明道, 冉景煜, 等. 不同加热方式下狭窄垂直矩形流道中的近壁情况 [J]. 热科学与技术, 2003, 2 (3): 34-37
- [3] 刘斌. 塑料挤出流动数值分析及其模具结构设计优化研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2003
- [4] 刘斌, 江开勇, 郑清娟, 等. 分隔板结构对挤出流动影响的数值分析 [J]. 大连理工大学学报, 2005, 45 (2): 206-209
- [5] 张杰, 王鹏驹. 塑料流变性能及其数据库的研究 [J]. 中国塑料, 1997, 11 (4): 59-64
- [6] 柳和生, 涂志刚, 孙燕萍, 等. 聚合物口模挤出流动分析方法 [J]. 高分子通报, 2001, 2: 43-49
- [7] Tanner R I, Simmons J M. Combined simple and sinusoidal shearing in elastic liquids [J]. Eng Sci, 1967, 22 (12): 1803-1815
- [8] Rahaman K D, Ramkissoon H. The effect of oscillation on the drainage of an elastic-viscous liquid [J]. J Non-Newtonian Fluid Mech, 1994, 54: 449-464
- [9] Isayev A I, Wong C M, Zeng X. Effect of oscillations during extrusion on rheology and mechanical properties of polymers [J]. Advances in Polymer Technology, 1990, 10 (1): 31-45
- [10] 申长雨. 塑料模具计算机辅助工程 [M]. 郑州: 河南科学技术出版社, 1998.
- [11] 韩宝仁, 朱元吉, 冯连勋, 等. 塑料异型材制造原理与技术 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2001
- [12] 陈炳德, 熊万玉. 矩形通道几何尺寸偏差对热加工水力特性的影响 [J]. 核动力工程, 2000, 21 (4): 294-297