第 20 卷 第 2 期
2008 年 6 月

江 苏 工 业 学 院 学 报
JOURNAL OF JIANGSU POLYTECHNIC UNIVERSITY

Vol. 20 No. 2
Jun. 2008

文章编号: 1673 - 9620 (2008) 02 - 0053 - 03

双自动寻权灰色预测法在波动经济序列中的应用*

吴春青, 马金旺
(江苏工业学院 数理学院, 江苏 常州 213164)

摘要: 根据灰色预测模型的特点, 提出了双自动寻权的灰色预测法。并对波动幅度较大的经济序列进行预测, 表明该方法可以有效地提高预测精度。

关键词: 灰色预测; 双自动寻权; 经济序列; 预测精度

中图分类号: N 941. 5　　**文献标识码**: A

Method of Bi - Auto - Seeking - Weight Grey Forecasting with Application to Economic Sequence

WU Chun - qing, MA Jin - wang
(School of Physics and Mathematics, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213164, China)

Abstract: According to the properties of model in grey forecasting theory, bi - auto - seeking - weight method was proposed and applied to forecast the economic sequences which rise and fall by a wide margin. The result shows that the method can improve the forecasting precision effectively.

Key words: grey forecasting; bi - auto - seeking - weight; economic sequence; forecasting precision

在企业的经济活动中, 往往需要知道企业各项业务的后续发展情况。从数学的角度看, 这个问题就是利用已知的数据序列去预测以后的发展趋势。在预测方面, 数学上常用的方法有灰色预测法, 时间序列预测法和神经网络预测法。在这 3 种预测法中, 灰色预测法具有需要知道的已知数据少, 模型简单易操作, 同时预测结果较精确的特点。因此, 灰色预测法在包括企业经济领域在内的各个方面得到了广泛的应用[1]。

如果企业在某项业务上的发展是不断上升或呈现越来越不景气的状况, 表现在原始数据上为一组单调增加或单调减少的数列, 这时用灰色预测法能得到较高的预测精度。但是如果企业的某项业务发展已较充分, 更多地是受到淡旺季、政策性等不确定性因素的影响, 表现在原始数据上为一组波动较大的数据序列, 这时用 GM (1,1) 模型去预测发展趋势时, 往往预测精度不高。这种波动较大的数据序列称为波形数据序列。

如何对波形数据序列进行灰色预测, 提高预测精度, 从而对企业的经济活动提供决策上的理论依据, 给企业资源的合理配置, 企业的协调发展提供有效的信息, 成为一个具有实际意义的问题。这篇文章的目的就是要建立对波形数据序列预测具有较高精度的灰色 GM (1,1) 模型, 称之为双自动寻权灰色预测。

1　双自动寻权灰色预测法

* 收稿日期: 2007 - 04 - 09
作者简介: 吴春青 (1972 -), 男, 安徽歙县人, 副教授, 在职博士生。

1.1 基本 GM (1,1) 模型与发展

最基本的 GM (1,1) 模型，是将原始数据序列 $X^{(0)}$ 进行累加生成，从而得到一组呈指数函数增加的数据序列 $X^{(1)}$。设 $X^{(0)}$ 满足 $\frac{dX^{(1)}}{dt}+aX^{(1)}=b$，令 $\boldsymbol{\alpha}=(a,b)^{\mathrm{T}}$，利用最小二乘法，有

$$\boldsymbol{\alpha}=(B^{\mathrm{T}}B)^{-1}B^{\mathrm{T}}Y,$$

$$B=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\\ -Z(2) & -Z(3) & \cdots & -Z(n)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}。$$

这里 $Y=[X^{(0)}(2),X^{(0)}(3),\cdots,X^{(0)}(n)]^{\mathrm{T}}$，$Z(k)=(X^{(1)}(k)+X^{(1)}(k-1))/2$。拟合出 $\boldsymbol{\alpha}$ 后，解出微分方程，离散化后有：

$\hat{X}^{(1)}(k+1)=\left(X^{(0)}(1)+\frac{b}{a}\right)e^{-ak}+\frac{b}{a}$。而后对序列 $\hat{X}^{(1)}$ 进行累减生成即可得预测序列 $\hat{X}$。从这个模型可以看出，将原始数列进行累加生成是为了使生成的数列呈指数函数增加，从而给建立 $X^{(1)}$ 的微分方程带来理论依据。将原始数据处理为有指数增加的规律性是 GM (1,1) 模型的特点之一。

GM (1,1) 模型的相对误差由 $\frac{\hat{X}-X^{(0)}(k)}{X^{(0)}(k)}\times 100\%$，$k=1,2\cdots$ 给出。模型精度 P 由 $P=(1-e^{(0)}(\mathrm{avg}))\times 100\%$ 给出，这里 $e^{(0)}(\mathrm{avg})=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\hat{X}-X^{(0)}(k)}{X^{(0)}(k)}\times 100\%$。

用于 GM (1,1) 建模的原始数列必须为非负的等间距序列。定义 $\sigma^{(0)}(k)=\frac{X^{(0)}(k-1)}{X^{(0)}(k)}$，$k\geq 3$ 为原始数据的级比偏差，原始数据个数为 n，只有 $\sigma^{(0)}(k)\in\left(e^{\frac{-2}{n+1}},e^{\frac{2}{n+1}}\right)$，$3\leq k\leq n$ 时，GM (1,1) 模型才能有较高的精度[1]。这称为 GM (1,1) 模型的适用性。

在基本的 GM (1,1) 模型中，B 中的 $Z(k)$ 实际上是紧邻等权生成，文献 [2] 中，作者采用了非等权生成，即令 $Z(k)=u\times X^{(1)}(k)+(1-u)\times X^{(1)}(k-1)$，$0\leq u\leq 1$，$u$ 值可通过计算机自动搜索，可以得到具有最高精度 GM (1,1) 模型的 u 值。

1.2 波形数据序列的模型

对波形数据序列，若直接用 GM (1,1) 模型，得不到较高的预测精度[3]。这是由于对波形数据序列累加生成后，$X^{(1)}$ 不一定呈指数函数增加。在文献 [3] 中，作者将原始序列 $X^{(0)}$ 先进行处理，使处理后数据呈指数函数增加更明显，然后对处理后序列用紧邻等权生成的 GM (1,1) 模型，可提高预测精度。其中的原始数据处理过程为：令 $d(1)=0$；对任给的 $2\leq i\leq n$，当 $X^{(0)}(i-1)>X^{(0)}(i)$ 时，令 $d(i)=d(i-1)+2(X^{(0)}(i-1)-X^{(0)}(i))$；当 $X^{(0)}(i-1)<X^{(0)}(i)$ 时，令 $d(i)=d(i-1)$。在这里，$d(i)$ 的引入即是为了使处理后的序列呈指数函数增加。但其中的‘2’倍不一定是最好的，即这个倍数对于不同的原始序列也应有所不同。另外，在还原预测值时，如果要预测的值是在原始序列外的，则文献 [3] 只能得到它的一个预测区间。这也不方便。基于 1.1 节和 1.2 节的讨论，下面提出对波形数据序列的双自动寻权灰色预测法。

1.3 双自动寻权灰色预测法

双自动寻权即是模型中有两次自动寻权，其中一次是在 B 中的 $Z(k)$ 的权 u，这在 1.1 节中已讨论。另一次自动寻权即是在处理波形数据序列时，令 $d(1)=0$；对任给的 $2\leq i\leq n$，当 $X^{(0)}(i-1)>X^{(0)}(i)$ 时，令 $d(i)=d(i-1)+c\times(X^{(0)}(i-1)-X^{(0)}(i))$；当 $X^{(0)}(i-1)<X^{(0)}(i)$ 时，令 $d(i)=d(i-1)$。这里的 c 即是要寻找的第二次权。不同于文献 [3] 中 c 直接取为 2，在这里要处理的是找到 c 值，使得对原始序列进行灰色预测时，预测精度高。实际上该 c 值理论上是存在的。首先，由于在处理波动原始数据时，要使处理后的 $X^{(1)}$ 成为单调不减的，因此 $c\geq 1$，再者 c 也不可无限增大。由于最终是要将波形数据序列处理后的 $X^{(1)}$ 进行 GM (1,1) 模型预测，因此根据 GM (1,1) 模型的适用性必须

$\sigma^{(1)}(k)\in\left(e^{\frac{-2}{n+1}},e^{\frac{2}{n+1}}\right)$，$3\leq k\leq n$。于是使预测精度最高的 c 值（记为 $c_{\max}$）是存在的。这样 c 应在 $[1,c_{\max}]$ 内取值，对 c 具体取什么值能使建立的预测模型精度最大，可通过计算机在 $[1,c_{\max}]$ 上搜索解决。

以下是双自动寻权灰色预测法在预测波形数据序列时的步骤：

①波形数据序列处理。对波形数据序列 $X^{(0)}$，求出 $c_{\max}$，取 c 初始值为 1。令 $d(1)=0$，当 $X^{(0)}(i-1)>X^{(0)}(i)$ 时，$d(i)=d(i-1)+c\times(X^{(0)}(i-1)-X^{(0)}(i))$；当 $X^{(0)}(i-1)<X^{(0)}(i)$ 时，$d(i)=d(i-1)$，$1<i\leq n$。再令 $X^{(0)}$

$(i) = X^{(0)}(i) + d(i)$，$1 < i \leq n$；

②对 $X^{(1)}$ 进行累加生成得 $X^{(2)}$；

③取 $u = 0.01$，对 $X^{(2)}$ 进行基本 GM（1，1）预测，得预测序列 $\hat{X}^{(2)}$；

④$\hat{X}(k+1) = X^{(2)}(k+1) - X^{(2)}(k) - d(k)$；$\hat{X}$ 即为 $X^{(0)}$ 的预测序列，计算精度；

⑤u 增加适合步长，返回③，在到 $u = 1$；

⑥c 增加适当步长，返回①，直到 $c = c_{max}$；

⑦取具有最高精度的 u 和 c 及预测序列 $\hat{X}$。

这样就可得到波形数据序列预测精度最高的预测序列。对于原始序列之后的预测，可以先将 $d(k)$ 作基本 GM（1，1）预测（由于 $d(k)$ 为单调不减序列，预测精度已经很高），这样对原始序列给出数据后面数据的预测，也可得到一个预测值，而不是像文献［3］，为一个区间。

2　在波形数据序列中的应用

现在有某企业的一项业务收入，经初始化后，得原始序列为 $X^{(0)} = (0.92, 2.27, 0.75, 1.61, 1.44, 1.00, 0.37, 0.82, 1.84, 1.60, 2.02, 1.95)$。$X^{(0)}$ 的波动幅度较大。用 $X^{(0)}(1)$，$X^{(0)}(2)$，…，$X^{(0)}(11)$ 建立文献［2］，文献［3］的 GM（1，1）模型及双自动寻权灰色预测法的 $X^{(0)}(12)$ 模型来预测。计算结果如表 1。

表 1　预测结果的比较

Table 1　Comparison of forecasting results

t	$X(t)$	文献［2］结果		文献［3］结果		双自动寻权法结果	
		$a = -0.101029$	$b = -0.027019$	$a = -0.027019$	$b = 1.146810$	$a = -0.095371$	$b = 2.595940$
		$u = 1.00$		$c = 2.00$		$u = 0.63$	$c = 1.51$
		$\hat{X}(t)$	相对误差	$\hat{X}(t)$	相对误差	$\hat{X}(t)$	相对误差
1	0.92	0.92	0	0.92	0	0.92	0
2	2.27	1.187 640	0.476 810	3.431 320	-0.511 593	2.815 820	-0.290 510
3	0.75	1.220 170	-0.626 291	0.756 294	-0.008 339	0.802 393	-0.069 857
4	1.61	1.253 570	0.221 375	1.160 080	-0.279 451	1.112 360	0.309 094
5	1.44	1.287 920	0.105 611	1.266 820	0.120 262	1.196 640	0.168 999
6	1.00	1.323 190	-0.323 193	0.881 077	0.118 923	0.907 345	0.092 655
7	0.37	1.359 420	-2.674 140	0.167 904	0.546 207	0.368 684	0.003 557
8	0.82	1.396 660	-0.203 250	0.772 892	0.057 448	0.822 614	-0.003 188
9	1.84	1.434 920	0.220 154	1.442 230	0.216 174	1.312 197	0.281 539
10	1.60	1.474 220	0.078 615	1.202 760	-0.064 221	1.508 890	0.056 944
11	2.02	1.514 590	0.250 202	2.522 060	-0.248 544	2.113 180	-0.046 130
模型精度/%		48.361 4		80.264 5		88.432 6	

可以看出，双自动寻权灰色预测法处理波形数据序列时的模型精度最高。对 $X^{(0)}(12)$ 的预测，用双自动寻权灰色预测法得到预测结果为 1.953 1，以文献［2］的方法建立模型预测结果为 1.556 07，以文献［3］方法建立模型预测结果为一个区间［0.611 5，3.428 5］，而实际数据为 1.95。可见不论从精度还是实用性，双自动寻权法有一定的优势。

参考文献：

［1］邓聚龙．灰色预测与决策［M］．武汉：华中理工大学出版社，2002.

［2］樊新害，苗卿敏，王华民．灰色预测模型的改进与应用［J］．装甲兵工程学院学报，2003，17（2）：21-23.

［3］魏宝刚，张文治，国振双．BX 数据生成灰色预测方法及其在环境预测中的应用［J］．齐齐哈尔大学学报，2000，16（4）：59-61.