

文章编号: 2095—0411 (2011) 01—0052—04

# 含色散左手材料非对称 5 层平板波导的模式特性<sup>\*</sup>

郑泽林<sup>1</sup>, 蒋美萍<sup>1</sup>, 夏 冬<sup>2</sup>, 陈婷婷<sup>1</sup>

(1. 常州大学 数理学院, 江苏 常州 213164; 2. 常州交通技师学院 基础部, 江苏 常州 213024)

**摘要:** 系统研究了含色散左手材料作为芯层的非对称 5 层平板波导 TE 波的传输特性, 重点讨论了芯层色散、芯层厚度和覆盖层折射率对波导的影响, 并与无色散 5 层平板波导做了比较。研究表明, 导波和表面波都可以在这种波导中传播; TE<sub>0</sub> 模只有表面波, TE<sub>*m*</sub> (*m* > 1) 模只有导波, TE<sub>1</sub> 模既有导波又有表面波; TE<sub>*m*</sub> (*m* ≥ 1) 各模均存在双模现象。

**关键词:** 左手材料; 色散关系; 平板波导; 导波与表面波

中图分类号: TN 252

文献标识码: A

## Propagation Properties of a Left—Handed Material Five—Layer Slab Waveguide Containing Dispersion

ZHENG Ze—lin<sup>1</sup>, JIANG Mei—ping<sup>1</sup>, XIA Dong<sup>2</sup>, CHEN Ting—ting<sup>1</sup>

(1. School of Physics and Mathematics, Changzhou University, Changzhou 213164, China; 2. Department of Foundation, Changzhou Communication Technician College, Changzhou 213024, China)

**Abstract:** Propagation properties of the TE mode for asymmetrical five—layer slab waveguide with left—handed materials containing dispersion as core layer was studied. The influences on core layer's dispersion, thickness and cover refractive index for waveguide were concentrated. And the results were compared with five—layer slab waveguide with left—handed dispersionless material. The results prove that guided and surface waves can both propagate in the waveguide; TE<sub>0</sub> mode only has surface waves, TE<sub>*m*</sub> (order *m* > 1) are guided waves, TE<sub>1</sub> modes not only have guided modes, but also the surface modes, and there exist two—mode phenomena. In all TE<sub>*m*</sub> (order *m* ≥ 1) modes exist two—mode phenomena.

**Key words:** left—handed materials; dispersion relation; slab waveguide; guided waves and surface waves

1968 年, 前苏联物理学家 Veselago 根据介电常数和磁导率取值的正负, 将材料分为 4 类, 在理论上提出了可能存在着和同时为负值的材料<sup>[1]</sup>即左手材料, 这种材料具有一些奇异的电磁特性<sup>[2]</sup>。2000 年 Smith 等人将金属丝板和开口谐振环 (SRR) 周期性排列, 制作了世界上第一块在某频段等效介电常数和等效磁导率同时为负值的介质,

并进一步观察到了负折射现象<sup>[3]</sup>。将负折射率材料与传统介质组合可制作含负折射介质波导, 这种波导具有众多与传统介质波导相异的特性, 如基模消失、支持表面波传播, 甚至存在涡旋能流现象等<sup>[4—8]</sup>。含左手材料波导的出现拓展了材料的应用, 吸引了众多学者们的极大兴趣, 但这些研究对象中左手材料均为无色散介质, 且为对称波导结

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2010—11—08

基金项目: 常州大学科技基金资助 (ZMF02020042)

作者简介: 郑泽林 (1983—), 男, 河南信阳人, 硕士生; 通讯联系人: 蒋美萍。

构，而对 5 层平板波导的研究更是鲜有报道。本文研究对象是芯层为含色散（即  $\epsilon$  和  $\mu$  与频率有关）左手材料非对称 5 层平板波导，覆盖层和衬底都是常规介质，系统研究了这种波导的传输特性。

## 1 模型与理论

5 层平板波导的结构如图 1 所示，中间一层为含色散左手材料，折射率为  $n_1$ ，厚度为  $2d$ ，相对介电常数  $\epsilon_1$ 、相对磁导率  $\mu_1$  和折射率  $n_1 = -\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$  均为负值，它淀积在折射率为  $n_{-2}$  的衬底上。芯层上方是折射率为  $n_2$  的覆盖层，最上与最下层介质折射率分别为  $n_3$  和  $n_{-3}$ 。为了构成真正的波导，要求  $|n_1| > n_2 > n_3$ ， $|n_1| > n_{-2} > n_{-3}$ 。如果  $n_{-2} \neq n_{-3}$ ，或者则波导是非对称的。

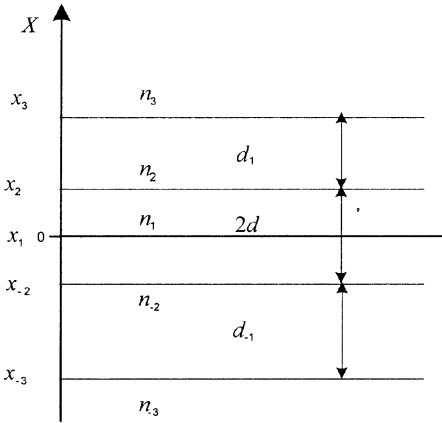


图 1 介质 5 层平板波导结构

Fig. 1 Structure of five layer slab

利用经典的麦克斯韦方程，结合边界连续性条件，推导得 TE 模的色散方程为：

$$2kd = m\pi +$$

$$\arctan\left[C_{01}\frac{p_{+1}}{k} \cdot \tanh\left(\operatorname{artanh}C_{12}\frac{p_{+2}}{p_{+1}} + p_{+1}d_{+1}\right)\right] + \arctan\left[C_{0-1}\frac{p_{-1}}{k} \cdot \tanh\left(\operatorname{artanh}C_{-1-2}\frac{p_{-2}}{p_{-1}} + p_{-1}d_{-1}\right)\right] \quad (1)$$

$C_{01} = \mu_0/\mu_1$ ， $C_{12} = \mu_1/\mu_2$ ， $C_{0-1} = \mu_0/\mu_{-1}$ ， $C_{-1-2} = \mu_{-1}/\mu_{-2}$ ， $\mu_1 = \mu_2 = \mu_{-1} = \mu_{-2} = 1$  覆盖层和衬底的横向衰减系数  $q = \frac{\omega}{c}\sqrt{N^2 - \epsilon_r\mu_r}$ ， $r = -2, 2, -3, 3$ ，芯层的导波系数  $k =$

$\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_1\mu_1 - N^2}$ ，传播常数  $\beta = k_0N$ ， $N$  为有效折射率，真空波数  $k_0 = \frac{\omega}{c}$ ， $m$  取整数  $0, 1, 2, \dots$ ，对应于不同阶数的波导模式。与传统介质波导不同，

这种含色散左手介质的平板波导亦支持表面波的传播，此时  $N > \sqrt{\epsilon_1\mu_1}$ ，芯层中  $k$  取虚数的情况，相当于 (1) 式中  $k = i\kappa$ ， $\kappa = \frac{\omega}{c}\sqrt{N^2 - \epsilon_1\mu_1}$ ，将其代入 (1) 式后，可得到表面波得到仅限于  $m = 0, 1$  的色散方程：

$$2i\kappa d = m\pi -$$

$$i\operatorname{arctanh}\left[C_{01}\frac{p_{+1}}{\kappa} \cdot \tanh\left(\operatorname{artanh}C_{12}\frac{p_{+2}}{p_{+1}} + p_{+1}d_{+1}\right)\right] - i\operatorname{arctanh}\left[C_{0-1}\frac{p_{-1}}{\kappa} \cdot \tanh\left(\operatorname{artanh}C_{-1-2}\frac{p_{-2}}{p_{-1}} + p_{-1}d_{-1}\right)\right] \quad (2)$$

本文将重点研究 TE 模，对其的研究方法同样适用于 TM 模。

## 2 分析与讨论

### 2.1 含色散左手材料平板波导的色散曲线

色散左手材料的基本特性，即  $\epsilon_1$  和  $\mu_1$  与电磁波传播频率  $\omega$  有关。无损耗条件下取  $\epsilon_1(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ ， $\mu_1(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2}$ ，其中有效等离子体频率  $\omega_p = 10\text{GHz}$ ，带缝金属环 (SRRS) 的本征频率  $\omega_0 = 4\text{GHz}$ ，系数  $F = 0.56^{[7]}$ 。由  $\epsilon_1(\omega)$  和  $\mu_1(\omega)$  的色散关系得到电介质常数和磁导率同时为负的频率范围为  $25.13 - 32.67\text{GHz}^{[8]}$ 。

#### 2.1.1 芯层厚度的影响

取  $n_2 = 1.15$ ， $n_{-2} = 1.10$ ， $n_3 = 1.05$ ， $n_{-3} = 1.08$ ， $d_1 = 0.01\text{m}$ ， $d_{-1} = 0.009\text{m}$  芯层左手材料厚度分别为  $d = 0.005, 0.010, 0.020\text{m}$ ，则 5 层平板波导的  $\text{TE}_m$  模的色散曲线如图 2 所示， $N$  是有效折射率， $\omega$  是频率，单位为 GHz。虚线对应导模，实线对应表面模。图中点线 A、B 是不同类型模式的分界线，在点线 A 的上侧是波导的表面模区，点线 B 的下侧是波导的辐射模区，中间为导模区。点线 A 满足条件  $k = 0$ ，点线 B 是模折射率等于 1.15 的直线。

与传统介质波导不同的是， $\text{TE}_0$  模只有表面模，且随着频率的增大模折射率单调减小。 $\text{TE}_1$  模既有导模也有表面模。 $m \geq 1$  的所有波导模式均呈 “)” 形状，即对于同一电磁波频率，波导中存在着两个不同传播常数的传播模式。

对比 3 种不同厚度的色散曲线，可以发现：①  $d$  越小，高阶的 TE 导模越密积在一起；随着  $d$  的

增大, 导模将逐渐分开; 更高阶次的模存在的频率更接近 25GHz; ②随着  $d$  的增大, 较小有效折射率对应的  $TE_0$  模越来越接近点线  $A$ , 表面模区  $TE_1$  与  $TE_0$  双模简并的有效折射率  $N$  值越来越小; ③同一频率的电磁波在波导中可以有两种不同的传播常数, 即具有双模现象。 $d < 0.010\text{m}$  时,  $TE_1$  双模消失的极值点在表面模区;  $d = 0.010\text{m}$  时,  $TE_1$  双模消失的极值点在表面模与导模分界线上;  $d > 0.010\text{m}$  时,  $TE_1$  双模消失的极值点位于导模区。随着左手介质层厚度的增大,  $TE_1$  双模消失的极值点对应的频率增大, 且由表面模区向导模区过渡, 相应的有效折射率  $N$  值减小。

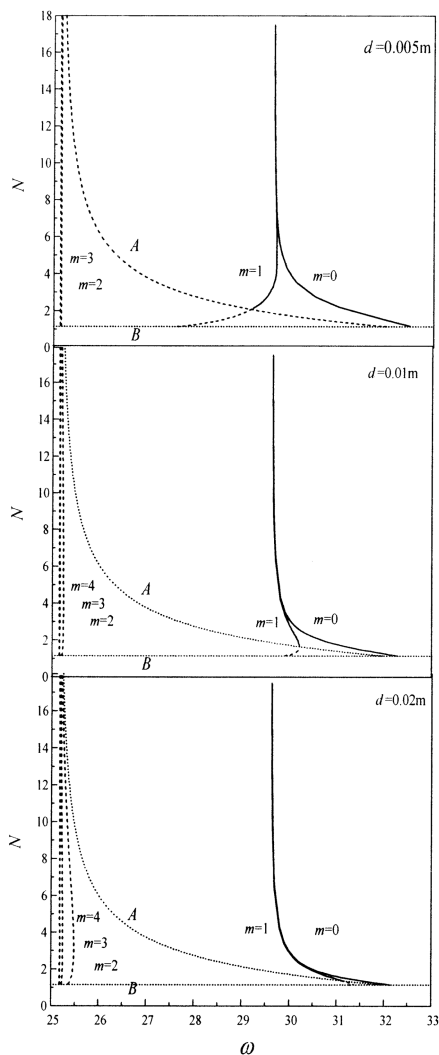


图 2 含色散不同厚度 5 层平板波导的色散曲线

Fig. 2 The dispersion curve of five slabs LHM Waveguide containing dispersion with different thickness

### 2.1.2 $TE_1$ 模的双模特性

$TE_1$  模是唯一既有导模又有表面模的一种模式。研究发现, 导模或表面模双模现象消失的极值点对应的有效折射率  $N$  和角频率均与芯层厚度  $d$

有关, 图 3 绘出了极值点  $(\omega, N)$  与  $d$  的关系。可见, 随着  $d$  的减小, 该极值点对应的  $N$  单调增大, 而相应的频率  $\omega$  却在单调减小, 直至趋于共振频率  $\omega_0 = 29.619\ 3\text{GHz}$ 。芯层厚度  $d$  减小时, 各阶表面模和导模整体向高频方向移动。

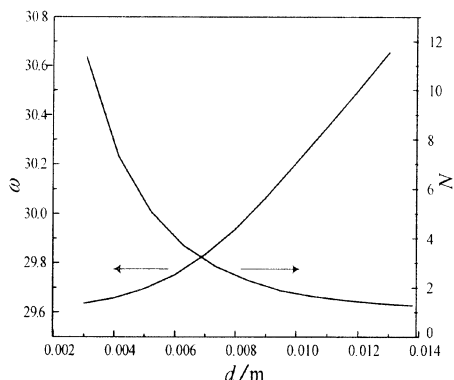


图 3 双模消失极值点频率和有效折射率随厚度的变化

Fig. 3 Frequency and effective refractive index  $N$  vs thickness  $d$

### 2.1.3 覆盖层折射率的影响

图 4 所示的是  $d = 0.040\text{m}$  时,  $|n_1| > n_2$ ,  $|n_1| > n_{-2}$  时, 覆盖层折射率  $n_2 = 1.75$  与  $n_2 = 1.09$  的  $TE$  导模的色散曲线, 可以发现: ①折射率  $n_2 = 1.09$  的  $TE$  导模的色散曲线的双模特性比  $n_2 = 1.75$  的显著, 也就是随着覆盖层折射率  $n_2$  的增大,  $TE$  导模曲线存在双模特性的频率范围缩小; ②伴随着折射率  $n_2$  的增大,  $TE$  导模曲线还会向更高频率范围移动, 但移动量较小; ③因为要求  $|n_1| > n_2 > n_3$ , 覆盖层折射率  $n_2 = 1.75$  的最小有效折射率  $N$  也比  $n_2 = 1.09$  的大; ④随着阶数的升高,  $TE$  导模曲线存在双模特性的频率范围缩小, 而且导模曲线更加密集。

图 5 所示的是  $d = 0.040\text{m}$ ,  $|n_1| < n_2$ ,  $|n_1| < n_{-2}$  时, 覆盖层折射率  $n_2 = 3.95$  与  $n_{-2} = 3.90$  的  $TE$  导模的色散曲线, 可以发现: ①随着导模阶数的升高,  $TE$  导模曲线曲线更加陡直, 高阶导模也更加密集在一起; ②这种模式下  $TE$  导模曲线随着频率的增大折射率单调增大, 且不存在双模特性。

### 2.2 无色散此种材料的 $N-\omega$ 曲线

对相同模型的无色散 (即  $\epsilon$ 、 $\mu$  与频率无关) 5 层平板波导, 取  $\epsilon_1 = -3.386$ ,  $\mu_1 = -0.878$ ,  $n_1 = -1.724$ ,  $d = 0.005\text{m}$ , 计算了含无色散左手介质 5 层平板波导的色散曲线, 如图 6 所示。图中  $B$ 、 $C$  两水平点线间为导模区,  $B$  点线上方是表面模区,

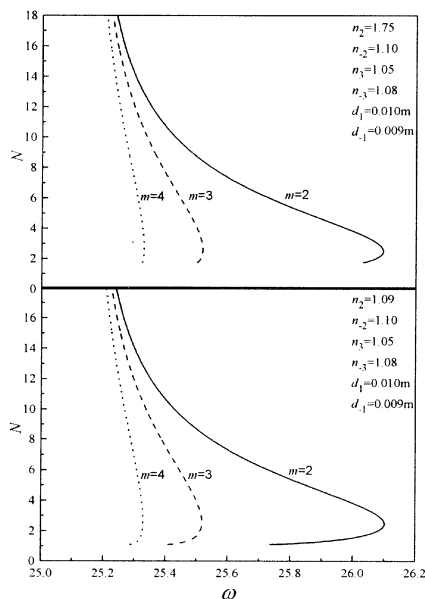


图 4 不同覆盖层折射率的 TE 模曲线

Fig. 4 The curve of TE mode with different cover's index of refraction

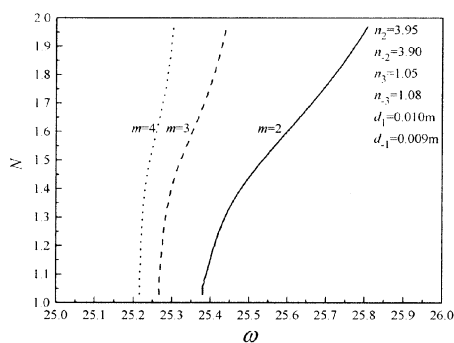


图 5 覆盖层折射率大于芯层折射率的 TE 模曲线

Fig. 5 The curve of TE mode with cover's index of refraction greater than core layer's

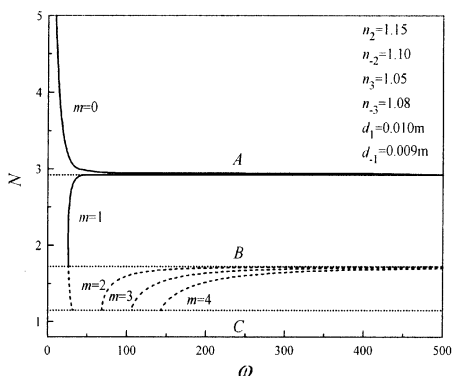


图 6 无色散波导的色散曲线

Fig. 6 The dispersion curve of LHM waveguide

C 点线下方为辐射模区。从图 6 可以看出无色散 5 层平板波导的  $TE_0$  模的有效折射率随频率的增大而减小,  $TE_0$  只有表面模,  $TE_1$  既有导模又有表面模, 具有“(”型特征, 这一点与有色散时的模式弯曲方向相反。 $TE_0$  与  $TE_1$  模式的表面波有效

折射率  $N$  趋于 1 个定值, 经数值计算约为 2.919 9, 为图 6 中的点划线 A; 导模区域为  $1.15 < N < 1.724$ , 即图中 B、C 两点线之间区域。所有导模 ( $m=2, 3, 4, \dots$ ) 均有双模特性且具有“(”型特征, 与 5 层有色散时的 TE 导模的弯曲方向相反。

### 3 结 论

研究了含色散左手材料作为芯层的非对称 5 层平板波导中 TE 模的传输特性, 有以下一些特点: ①既支持导波的传播, 又支持表面波的传播; ②不存在  $TE_0$  导波; ③对  $TE_1$  模, 既有表面模, 又有导模, 且具有双模特性,  $TE_m$  ( $m>1$ ) 模只有导波, 呈“)”型, 亦存在双模特性; ④ $TE_1$  模双模消失的极值点频率随厚度的增大而增大, 有效折射率随厚度的增大而减小; ⑤当  $|n_1| > n_2$ ,

$|n_1| > n_{-2}$  时, 随着覆盖层折射率  $n_2$  变大,  $TE_2$  导模的色散曲线存在双模特性的频率范围缩小, 导模向更高频率范围移动, 而  $|n_1| < n_2$ ,  $|n_1| < n_{-2}$  时, TE 导模曲线随着频率的增大折射率单调增大, 且不存在双模特性; ⑥无色散时  $TE_0$ 、 $TE_1$  表面波在高频时有效折射率将趋于一定值,  $TE_0$  模只有表面模。 $TE_1$  既有表面模, 又有导模, 具有“(”型特征, 即具有双模特性。 $TE_2$ 、 $TE_3$ 、 $TE_4$ 、 $\dots$  导模模式均为“(”型曲线。对含色散左手材料非对称 5 层层平板波导的研究, 对波导的理论研究和实际应用以及制备具有一定的指导意义。

### 参考文献:

- [1] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$  [J]. Sov Phys Uspekhi, 1968, 10: 509—514.
- [2] Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens [J]. Phys Rev Lett, 2000, 85 (18): 3 966—3 969.
- [3] Smith D R, Padilla, Vier D C. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity [J]. Phys Rev Lett, 2000, 84 (18): 4 184—4 188.
- [4] Shelby R A, Smith D R, Schuhs S. Experimental verification of a negative index of refraction [J]. Science, 2001, 292: 77—99.
- [5] 余守宪. 导波光学物理基础 [M]. 北京: 北方交通大学出版社, 2002: 18—79.
- [6] 蒋美萍, 陈宪锋, 王叶芸. 含左手材料对称三层平板空气波导的模式特性 [J]. 光子学报, 2009, 38 (4): 832—836.
- [7] 蒋美萍, 陈宪锋, 倪重文. 左手材料平板波导的传输特性 [J]. 中国激光, 2009, 36 (1): 193—197.
- [8] 夏冬, 蒋美萍, 郑泽林. 含色散左手材料平板波导的模式特性 [J]. 江苏工业学院学报, 2009, 21 (4): 1—4.