

文章编号: 2095—0411 (2012) 01—0069—04

# 一种快速散乱点自适应滤波方法<sup>\*</sup>

顾晓清, 马正华, 侯振杰, 倪彤光

(常州大学 信息科学与工程学院, 江苏 常州 213164)

**摘要:** 消除噪声是构造完美三维模型过程中必不可少的一步。梁新合提出基于自适应最优邻域的散乱点云降噪算法。但该算法效率较低, 为此提出用准柯西函数取代该算法所采用的高斯函数, 提高了算法效率。实验结果表明, 本文算法能在有效剔除点模型表面噪声的同时较好地保持表面的尖锐特征。

**关键词:** 点模型; 自适应; 高斯核函数; 柯西核函数; 降噪

**中图分类号:** TP 391.41

**文献标识码:** A

## Fast Self—Adaptive Method for Scatter Point Cloud Denoising

GU Xiao—Qing, MA Zheng—Hua, HOU Zhen—Jie, NI Tong—Guang

(School of Information Science & Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

**Abstract:** Denoising is an essential step in creating perfect point—sampled models. Liang Xinhe extends image mean—shift filtering to 3D surface smoothing by taking the vertex normal and curvature as range component and the vertex position as the spatial component, which is not efficient. For this reason, this paper proposes to use quasi—Cauchy kernel to replace the Gauss kernel used in the Guofei. Hu’ algorithm. Experiments show that our method can smooth the noise efficiently and preserve the sharp features of the surface effectively.

**key words:** point—sampled model; self—adaptive; gauss kernel; cauchy kernel; denosing

三维扫描仪的输出通常是模型的大量离散点云数据, 这些采样点包含了物体的几何表面特征信息, 可以方便地重建出物体的数字模型, 并可以进行编辑、绘制等操作。然而即使是高质量的扫描设备, 输出的采样点信息都会受到噪声的污染, 所以在对点模型做进一步操作之前必须进行降噪处理。去噪的目的是在获取离散曲面更高阶光滑性的同时, 尽量防止模型产生收缩和过光滑。

Fleishman 等人<sup>[1]</sup>在文献<sup>[2,3]</sup>的基础上, 将用于数字图像处理的双边滤波器扩展到三维网格模型

的降噪上, 此后, Choudhury 等人<sup>[4]</sup>又提出了三边滤波器算法, 把滤波窗口限制在梯度相近的区域, 三边平滑输出采样点, 取得了较好的滤波和特征保持效果。Sun 等<sup>[5]</sup>将滤波窗口限定在近似法向矢量区域内进行法向矢量滤波, 但因为采用固定的矢量角度阈值限定取样点的范围, 算法具有局限性。

梁新合等<sup>[6]</sup>提出了基于自适应最优邻域的散乱点云降噪技术。采用改进的自适应的三边滤波方法实现法向矢量滤波和位置滤波, 取得了更好的效果, 但算法运行速度较慢。

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2011—09—16

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61063021)

作者简介: 顾晓清 (1981—), 女, 江苏常州人, 讲师。

陈韶春等<sup>[7]</sup>采用准柯西函数和泰勒公式取代了双边滤波所采用的高斯函数, 改进了三角网格的去噪算法, 提高了效率和稳定性。

借鉴上述前人所做的工作, 本文提出了一种快速散乱点自适应滤波方法。首先, 采用自适应的角度阈值来限制邻域点的选取, 从而获得与表面特征有关的自适应最优邻域。法向矢量滤波与降噪点的位置滤波都在自适应最优邻域内进行。最后使用准柯西函数改进的自适应三边滤波方法进行法向矢量滤波和位置滤波, 完成去噪。

## 1 采样点法向量计算

设  $P_j$  ( $j=1, 2, \dots, m$ ) 为原始测量点集  $P = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}$  的任一子集,  $p_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 为点集  $P_j$  中的数据点, 则点集  $P_i$  的协方差为:

$$C = \begin{bmatrix} p_1 & \cdots & \overline{p_j} \\ p_2 & \cdots & \overline{p_j} \\ \vdots & & \vdots \\ p_n & \cdots & \overline{p_j} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} p_1 & \cdots & \overline{p_j} \\ p_2 & \cdots & \overline{p_j} \\ \vdots & & \vdots \\ p_n & \cdots & \overline{p_j} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,  $\overline{p_j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i$  为点集  $P_j$  的重心。通过对局部邻域的协方差矩阵的分析可以估计局部曲面的内蕴几何量。以下考虑特征值问题:

$$C \cdot e_l = \lambda_l \cdot e_l, \quad l \in \{0, 1, 2\} \quad (2)$$

因为  $C$  为三阶正定对称矩阵, 所以特征值  $\lambda_l$  为实数, 特征向量  $e_l$  构成一个正交标架, 对应于点集  $\{p_i\}$  的主元。 $e_l$  沿相应的特征向量方向度量曲面的变分, 总的变分也就是采样点  $p_i$  到它的重心的欧氏距离的平方和, 由下式给出:

$$\sum_{\{p_i\}} |p_i - \overline{p_j}|^2 = \lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 \quad (3)$$

不妨设  $\lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2$ , 则平面  $\psi(p_i): (p_i - \overline{p_j}) \cdot e_0 = 0$  穿过  $\overline{p_j}$ , 并且到采样点  $p$  的邻域内点的距离的平方和最小。所以  $e_0$  可近似曲面在  $p$  点的法向量  $n_p$ , 即  $n_p = e_0$ 。

## 2 采样点法向量滤波

Sun 等<sup>[5]</sup>基于邻域点法向矢量与降噪点法向矢量的相似性提出一种最优邻域选择方法, 其滤波过程可表达为:

$$\begin{cases} n_i = (\sum_{j \in N_{k \in (p_i)}} h_j n_j) / \sum h_j \\ h_j = \begin{cases} f(n_i \cdot n_j - T) & n_i \cdot n_j > T \\ 0 & n_i \cdot n_j \leq T \end{cases} \\ f(x) = x^2 \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $h_j$  为权值函数或称最优邻域的选择函数, 采用固定的角度阈值  $T=0.75$ , 根据降噪点法向矢量与邻域点的法向矢量相似程度选择邻域点。该方法能够应用到点模型的法向矢量滤波中, 当降噪点与邻域点法向矢量相似性小于给定阈值时,  $h_j$  选择具有相同几何特性的点作为邻域点, 从而获得保持尖锐特征的光滑表面; 相反当点的法向相似性大于给定阈值时,  $h_j$  则难以区分不同的几何特性表面, 重建的模型边缘就变得模糊。由此可见, 角度阈值  $T$  的大小影响邻域点的选择。

为了改进具有复杂特征的离散点云降噪模型, 梁新合等<sup>[6]</sup>设计一个动态自适应的角度阈值  $T'$ , 以它来限制最优邻域的选择。设  $p_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) 为离散模型表面上的一般点, 其  $k$  个最近邻域点为  $p_{ij}$  ( $j=1, 2, \dots, k$ ),  $p_i$  的局部法向方差为  $\sigma_i$ , 法向矢量为  $n_{ij}$ , 则动态角度阈值定义为:

$$T_i' = T_{\min} + (T_{\max} - T_{\min}) g(\sigma_i) \quad (5)$$

其中,  $g$  为局部方差的函数, 将其定义为:

$$\begin{cases} g(\sigma_i) = \sigma_i / \sigma_{\max} \\ \sigma_i^2 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k ((p_{ij} - \overline{p_i}) \cdot n_i)^2 \\ \sigma_{\max} = \max \{\sigma_i, i=1, 2, \dots, N\} \\ \overline{p_i} = \sum_{j=1}^k p_{ij} / k \end{cases} \quad (6)$$

这样新的法向矢量滤波函数改写为:

$$\begin{cases} n_i' = (\sum_{j \in N_{k \in (p_i)}} G_1 G_2 n_j) / \sum G_1 G_2 \\ G_1 = \exp(-\|p_i - p_{ij}\|^2 / \sigma_1^2) \\ G_2 = \begin{cases} \exp(-\|p_i - p_{ij}\|^2 / \sigma_2^2) & n_i \cdot n_j > T_i' \\ 0 & n_i \cdot n_j \leq T_i' \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

(7) 式中,  $G_1$  为空间域的高斯核函数, 它随着邻域点与降噪点距离的增大而减小;  $G_2$  为法向域的高斯核函数, 它随着邻域点与降噪点法向矢量相似程度的增大而非线性增大;  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  分别为空间域和法向域的滤波尺度。

由式 (7) 可以看出, 对于局部区域为特征丰富的区域或棱边, 由于其局部方差  $\sigma_i$  较大, 因此动态角度阈值  $T_i'$  增大, 滤波函数将邻域点限制在与法向矢量更相似的范围内, 提高了细节特征保持的能力; 对于平坦的表面滤波, 由于其局部方差  $\sigma_i$  较小, 因此动态角度阈值  $T_i'$  较小, 滤波函数采用更多的相似邻域点进行滤波, 所以能够获得更加光顺的表面。这里取  $T_{\max}=0.9$ ,  $T_{\min}=0.65$ 。

3 采样点的位置滤波

Choudhury 等<sup>[4]</sup>提出的三边滤波算法在法向矢量滤波的基础上,沿着点的法向调整点的位置,其过程描述为:

$$\begin{cases} p_i = p_i + r_i n_i \\ r_i = \sum_j^k p_i - p_{ij} \cdot n_i G_1 G_3 G_4 / f(p_i) \\ G_3 = \exp(-((p_i - p_{ij}) \cdot n_i) / \sigma_3^2) \\ G_4 = \begin{cases} 1 & n_i \cdot n_j > T_i \\ 0 & n_i \cdot n_j \leq T_i \end{cases} \\ f(p_i) = \sum G_1 G_3 G_4 \end{cases} \quad (8)$$

上式中,  $r_i$  为权值函数;  $G_4$  为最优邻域限制函数;  $f(p_i)$  为正则化因子。

三边滤波法较好地解决了点的噪声平滑与特征保持之间的矛盾,在获得光滑的模型表面的同时较好地保持了表面的尖锐特征,但该方法同样也存在采用固定角度阈值选择最优邻域带来的弊端。为此,梁新合等<sup>[6]</sup>也采用动态的角度阈值,将最优邻域限制函数改造为:

$$G_4 = \begin{cases} 1 & n_i \cdot n_j > T_i' \\ 0 & n_i \cdot n_j \leq T_i' \end{cases} \quad (9)$$

法向矢量滤波与位置滤波可以采用多种组合方式,比如进行  $n_1$  次法向矢量滤波后再进行  $n_2$  次位置滤波,或者依次滤波后进行多次迭代。实验表明采用前者的方式更加有效。

4 核函数的改进

在上述文献<sup>[6]</sup>采用改进的三边滤波方法实现法向矢量滤波和位置滤波,实验验证了该方法的可行性,与其他滤波方法相比,算法能更有效地保持细节特征,同时获得光顺的离散表面。但在采样点法向矢量滤波和位置滤波时都使用了高斯核函数,算法执行时间较长,见表 2。

一个适用于去噪算法中加权因子的核函数  $k(r)$  因改符合以下几点要求: (1) 连续、光滑; (2) 当  $r < 0$  时,单调递增,  $r > 0$  时,单调递减; (3) 在距离中心点一定距离之外,其值减小到可以忽略的程度,且在此时斜率接近于零<sup>[7]</sup>。高斯分布函数就是符合上述条件的经典核函数之一,但由于它是非线性的,其在众多可供选择的核函数中是效率相对较低的一种,因此本文在点模型的去噪算法中考虑选择一个更为高效的核函数来代替高斯函数。

考虑准柯西函数:  $k(r) = 1 / (1 + s^2 r^2)^2$ ,

其原型来自于柯西分布函数。Sherstyuk 改造了该函数,使它在形状上更加贴近高斯分布,其中  $s^2$  可用于调整函数宽度。研究表明,准柯西函数在解析卷积曲面造型中具有重要价值。在本文中,取  $s^2 = \pi/8$ ,使得准柯西函数在  $(-\infty, +\infty)$  内,并对  $r$  的积分值与高斯函数的积分值相等。准柯西函数简化后的形式为  $k(r) = (6.484\ 555\ 8 / 2.546\ 479\ 1 + r^2)^2$ 。通过实验比较了高斯分布函数与准柯西函数见图 1,并对比了两种核函数作为加权函数的去噪效果,如图 2 所示。

从图 1 可以看出,准柯西函数比高斯函数显得略“窄”,其收敛于零的速度也稍慢一点。图 2 分别是上述核函数作用于 Squirrel 模型、Bunnyih 模型和 Maneki 模型时的效果对比。可以看到,在运行参数相同的情况下,这两个核函数在形状上的偏差并没有给它们的运行结果带来明细的区别。而且本文通过大量的实例测试也进一步证实了这一点。

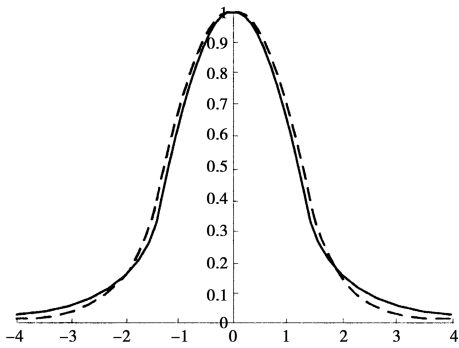


图 1 高斯分布函数(实线)和准柯西函数(虚线)曲线  
Fig. 1 Curves of Gauss distribution function (solid line) and quasi-Cauchy distribution function (dotted line)

表 1 和表 2 分别统计了高斯分布函数和准柯西函数的步骤和在算法中的运行速度,其中表 2 的算法运行速度所使用的模型分别是图 2 中(a) — (d) 的 Squirrel 模型、图 3 (a) — (d) 的 Bunnyih 模型,可以看出准柯西函数的效率要高于高斯分布函数,因此使用准柯西函数作为核函数可以提高点模型曲噪算法的效率。

表 1 核函数的步骤比较

核函数	浮点操作				特殊操作
	+	-	×	/	
高斯分布函数		1		1	exp
准柯西函数	1		1	1	

由图 2 可以看出,本文方法和采用的高斯核函数的散乱点云降噪算法的去噪效果基本相同,基本保留了 Squirrel 模型的基本特征。

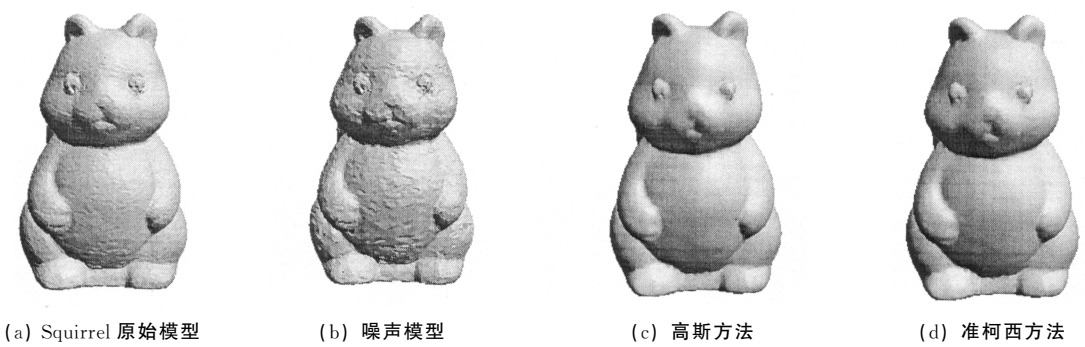


图 2 Squirrel 经去噪处理后的效果对比

Fig. 2 Comparison of denoising effects of Squirrel

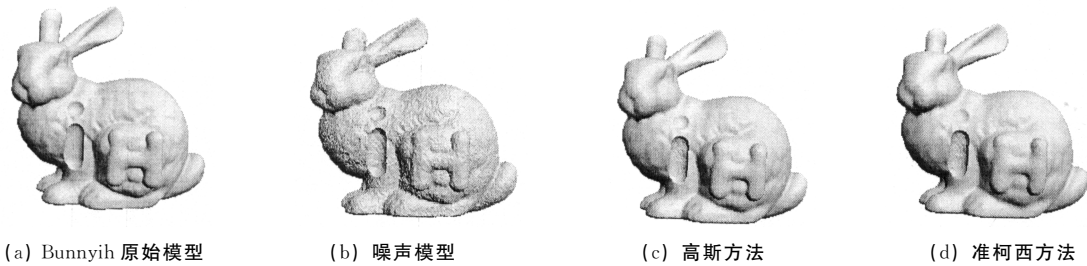


图 3 Bunnyih 经去噪处理后的效果对比

Fig. 3 Comparison of denoising effects of Bunnyih

表 2 核函数的速度比较 (不计  $r^2$  的计算)

Table 2 Comparison of consuming time of kernel functions

核函数	核函数耗时/ms	
	Face	Monk
高斯分布函数	3.1	5.2
准柯西函数	0.9	13

5 实验结果与分析

为了检验本文方法处理各种复杂程度模型的能力, 选用了顶点数不同的 3 个模型, 如表 3。本文中 使用 kd 树来寻求  $k$  个最近邻域点, 在图 2 中, 选取初始参数  $k=10$ , 动态角度阈值范围在 0.65 和 0.9 之间, 分别使用文献 6 和本文方法为模型进行滤波, 表 1 与表 2 分别统计了两种核函数的步骤与运行速度。实验表明本文算法的去噪效率较高, 而且随着模型复杂程度的提升, 效果越明显。由图 3 可以看出, Bunnyih 模型比 Squirrel 模型的表面细节特征要明显增多。

表 3 模型的基本信息和不同模型不同参数下的运算时间比较

Table 3 Basic information of the models and comparison of operation time using different parameters

点模型	图示	顶点数	$k$	迭代次数	文献 6 方法总耗时/s	本文方法总耗时/s
Squirrel	图 2 (a)	9 995	10	5	3.2	1.2
Bunnyih	图 2 (e)	34 834	10	5	5.5	1.4

6 结 论

在基于自适应最优邻域的散乱点云降噪算法基础上, 本文用准柯西函数改良了其关键步骤, 实现了一种快速散乱点自适应滤波方法。在去噪效果不逊色的前提下, 本文方法具备了较快的速度。

参考文献:

[1] FLEISHMAN S, DRORI I, COHEN—OR D. Bilateral mesh denoising [J]. ACM Transactions on Graphics, 2003, 22 (3): 950 — 953.

[2] SMITH S M, BRADY J M, Susan. A new approach to low—level image processing [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 23 (1): 45 — 78.

[3] TOMASI C, MANDUCHI R. Bilateral filtering for gray and color images [A]. International Conference on Computer Vision [C]. Bombay, India: IEEE, 1998: 836 — 846.

[4] CHOUDHURY P, TUMBLIN J. The trilateral filter for high contrast images and meshes [A]. Proceedings of Eurographics Symposium on Rendering [C]. Leuven, Belgium: ACM SIG—GRAPH, 2003: 186 — 196.

[5] SunXianfang, Rosin P L. Random walks for feature—preserving mesh denoising [J]. Computer Aided Geometric Design, 2010, 25 (7): 437—456.

[6] 梁新合, 梁晋, 郭成, 等. 基于自适应最优邻域的散乱点云降噪技术研究 [J]. 中国机械工程, 2010, 21 (6), 639—641.

[7] 陈韶椿, 金小刚, 冯结青, 等. 快速网格去噪算法 [J]. 中国图象图形学报, 2004, 9 (8): 1 320—1 325.