

文章编号：2095—0411（2012）04—0053—05

# 亚像素边缘检测算法<sup>\*</sup>

刘 伟，薛国新

（常州大学 信息科学与工程学院，江苏 常州 213164）

**摘要：**针对传统边缘检测算法的定位精度低、对噪声敏感等缺点，提出了 Susan—Zernike 亚像素边缘检测方法。首先使用 Susan 边缘检测算法实现边缘粗定位，然后用 Zernike 算子实现边缘重定位。实验表明该算法能够很好地实现亚像素定位，且运行时间较短，效率较高。

**关键词：**Susan 边缘检测；Zernike 矩；亚像素边缘；边缘检测

**中图分类号：**TP 391

**文献标识码：**A

## Susan—Zernike Subpixel Edge Detection Algorithm

LIU Wei, XUE Guo—xin

（School of Information Science and Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China）

**Abstract:** The traditional edge detection algorithm is low precision and sensitive to noise. In view of this, Susan—Zernike subpixel edge detection method is put forward. First, Susan edge detection algorithm was used to determine coarse position of edge, and then to relocate edge with the Zernike operator. The experiment showed that the proposed algorithm well realized subpixel edge detection, ran faster and had higher efficiency.

**Key words:** Susan edge detection; Zernike moments; sub—pixel accuracy edge; edge detection

边缘是图像的一个基本特征，对边缘的检测一直是图像处理技术中非常重要的问题。传统的边缘检测算子，通常对噪声比较敏感，且检测一般为像素级，精度较低。而在许多实际应用中，要求检测出的图像边缘达到亚像素级。例如，在计算机视觉测量领域，被测件边缘点的精度往往直接影响到整个测量结果的精度，因此，研究图像的亚像素边缘检测算法有着重要的实际意义。国内外很多学者对该问题进行了广泛的研究，提出了很多亚像素边缘检测方法。

亚像素边缘检测方法是指在硬件条件一定的情况下，用软件的方法来提高边缘的定位精度，使边

缘能定位到像素内部更精确的位置。目前学术界对亚像素边缘检测尚无统一的定义，一般可以理解为一种提高边缘定位精度的方法，或者是一种可以使分辨率小于一个像素的图像处理技术。目前研究的亚像素边缘检测算法，大致可以归纳为 3 种类型：矩方法、插值法和拟合法。Tabatabai 等<sup>[1]</sup>首先提出一种利用前三阶灰度矩对边缘进行亚像素边缘定位的算法。随后基于空间矩<sup>[2]</sup>、Zernike 正交矩<sup>[3]</sup>的方法也相继被提出。但是，这些方法都是针对理想边缘模型提出的。Shan 等<sup>[4]</sup>对矩方法进行了改进，使用了模糊边缘模型，更能真实反映边缘信息。矩方法的优点是计算简便且可以得到解析解。

<sup>\*</sup> 收稿日期：2012—10—30

作者简介：刘伟（1987—），男，湖南耒阳人，硕士生；通讯联系人：薛国新。

插值法的基本思想是使用插值方法, 增加像素点的灰度值或灰度值导数的信息, 以实现亚像素边缘检测。其中, 二次插值<sup>[5]</sup>、B 样条插值<sup>[6]</sup>和切比雪夫多项式插值等研究的比较多。插值类的主要优点是运算时间短, 计算过程简单, 适合在线检测。当光学系统的线扩散函数对称时, 插值边缘检测能获得较高的精度。缺点是容易受噪声的影响<sup>[7]</sup>。

拟合方法的基本思想是拟合假设边缘模型灰度值来获得亚像素的边缘定位。Nalwa 等<sup>[8]</sup>给出一种边缘模型为双曲正切函数的最小二乘拟合算法; Ye 等<sup>[9]</sup>提出的算法所用的边缘模型是高斯型边缘函数, 它由理想边缘模型与高斯函数卷积而来。这两种算法都能提供较高的亚像素边缘定位精度。由于拟合方法不需要数值微分, 因此拟合方法对噪声不敏感。但是由于拟合模型复杂, 其求解速度慢。

在使用亚像素边缘检测算法时, 为了减少计算量, 常常先用传统边缘检测算法进行粗定位, 再以粗定位边缘像素为中心, 给一定大小的窗口, 获得补充的灰度值信息, 用来进行亚像素边缘检测。文献 [10] 利用 Sobel 算子与 Zernike 矩算子结合进行亚像素精度定位。文献 [11] 提出了一种 canny 算子与 Zernike 矩算子结合的亚像素边缘检测方法, 也得到了很好的定位效果。为了进一步减少计算量, 提高检测速度。本文提出了 Susan-Zernike 亚像素边缘检测方法。

## 1 算法原理介绍

### 1.1 Susan 边缘检测原理

最小核同值吸收区<sup>[12]</sup> (Susan, Small Univalent Segment Assimilating Nucleus) 是英国牛津大学的 Smith 和 Brady 博士提出的一种基于灰度的特征点获取方法。它简单而有效, 适用于图像中边缘的检测, 可以去除图像中的部分噪声。其基本原理如下:

给定大小为  $N \times N$  圆形模板, 让其在待测图像  $I$  上移动。 $r$  为图像中的一点,  $I(r)$  为该像素点亮度值。与模板中心的像素点重合的  $r$ , 称之为核心点, 记为  $r_0$ 。在圆形模板内比较  $I(r)$  与  $I(r_0)$ 。可将圆形邻域中的像素可以划分为两个区域: 核同值吸收区和非核同值吸收区。比较函数  $c(r, r_0)$  定义如式 (1):

$$c(r, r_0) = \begin{cases} 1, & \text{if } |I(r) - I(r_0)| \leq t \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $t$  为亮度差的阈值。

核同值吸收区的面积, 可由式 (2) 计算:

$$N(r_0) = \sum c(r, r_0) \quad (2)$$

比较核同值吸收区的面积与阈值, 从而判断中心点是否为边缘点。如式所示:

$$e(r_0) = \begin{cases} 1, & \text{if } |N(r_0)| < g \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

式中  $g$  为判断边缘点的阈值, 本文研究中选择  $g = 3n_{\max}/4$  ( $n_{\max}$  为核同值吸收区的最大面积)。

SUSAN 边缘检测算法直接利用图像灰度相似性的比较, 而不需计算梯度, 具有算法简单、定位准确、抗噪声能力强等特点。因此, 非常适合噪声图像或低对比度灰度图像的边缘检测。为提高运算速度, 本研究中采用  $3 \times 3$  的模板, 亮度差的阈值  $t$  定为 20,  $e$  为边缘粗定位后的输出结果。

### 1.2 Zernike 亚像素边缘检测

#### 1.2.1 Zernike 矩定义

Zernike 在 1963 年引入了一组在单位圆 ( $x^2 + y^2 = 1$ ) 内的由复数多项式表示的完全正交基, 图像  $f'(x, y)$  的  $n$  阶  $m$  次 Zernike 矩定义为:

$$A_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f(x, y) V_{nm}^*(\rho, \theta) dx dy \quad (4)$$

式 (4) 中  $n, m$  都为整数且满足以下条件:  $n \geq 0$ ,  $n - |m|$  为偶数且  $n \geq |m|$ 。  $V_{nm}(\rho, \theta)$  是积分核函数, 且可由式 (5) 表示,

$$V_{nm}(x, y) = R_{nm}(\rho) \exp(jm\theta), (x^2 + y^2 \leq 1, \rho = \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (5)$$

其中:

$$R_{nm} = \sum_{l=0}^{(n-|m|)/2} (-1)^l \cdot \frac{(n-1)!}{l! \left(\frac{n+|m|}{2} - l\right)! \left(\frac{n-|m|}{2} - l\right)!} \rho^{n-2l} \quad (6)$$

根据式 (5) 和式 (6) 可以得出  $V_{00} = 1$ ,  $V_{11} = x + jy$ ,  $V_{20} = 2x^2 + 2y^2 - 1$ 。

#### 1.2.2 Zernike 亚像素边缘检测原理

基于 Zernike 矩的亚像素边缘定位原理是由 Ghosal 和 Mehrotra 首次提出<sup>[3]</sup>, 其原理是通过图像的 3 个不同阶次 Zernike 矩计算模型的 4 个参数, 再将参数与设定的阈值进行比较, 从而精确定位图像的边缘。

理想的阶跃边缘模型如图 1。理想采样区域为单位圆，其圆心位于图像的某个像素点上。图中  $h$  为背景灰度， $k$  为阶跃高度，边缘法线与  $x$  轴方向的夹角为  $\varphi$ ，单位圆中心到边缘的垂直距离为  $l$ 。

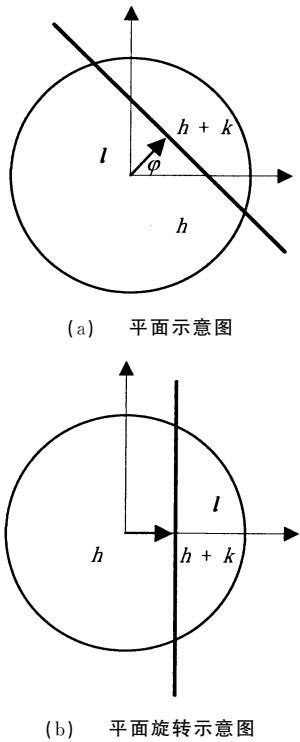


图 1 理想的阶跃边缘模型示意图  
Fig. 1 Ideal model for step edge

设旋转后的图像为  $f^{\circ}(x, y)$ ，则由于旋转后的图像关于  $x$  轴对称，则

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} f^{\circ}(x, y) y dx dy = 0 \tag{7}$$

式 (7) 就是  $A_{11}$  的虚部，所以存在以下关系：

$$\begin{aligned} \text{Im} [A_{11}] &= \sin (\varphi) \text{Re} [A_{11}] - \\ \cos (\varphi) \text{Im} [A_{11}] &= 0 \end{aligned}$$

即可求得图像旋转角度：

$$\varphi = \tan^{-1} (\text{Im} [A_{11}] / \text{Re} [A_{11}]) \tag{8}$$

Zernike 矩的一个重要性质是旋转不变性。若一幅图像旋转  $\varphi$  角，则旋转前后的 Zernike 矩只有相角改变，幅值仍保持不变，即：

$$A'_{nm} = A_{nm} e^{-j m \varphi} \tag{9}$$

根据此理想模型，可以推导出旋转后图像的各阶 Zernike 矩：

$$\begin{aligned} A'_{00} &= A_{00} = h \pi + \frac{k}{2} \pi - k \sin^{-1} (l) - k l \\ &\quad \sqrt{1-l^2} \end{aligned} \tag{10}$$

$$A'_{11} = A_{11} e^{j \varphi} = \frac{2k}{3} (1-l^2)^{\frac{3}{2}} \tag{11}$$

$$A'_{20} = A_{20} = \frac{2k}{3} l (1-l^2)^{\frac{3}{2}} \tag{12}$$

由式 (10) — (12) 子可以得出：

$$l = (A_{20}) / (A'_{11})$$

$$k = (3A'_{11}) / (2 (1-l^2)^{3/2})$$

$$h = (A'_{00} - (k \pi / 2) + k \sin^{-1} (l) + k l \sqrt{1-l^2}) / \pi \tag{13}$$

在离散情况下，矩的计算可以采用模板与图像灰度的卷积。考虑到模板效应，若采用单位圆进行采样，在  $N \times N$  像素区域内，当模板在图像上移动进行卷积时，模板覆盖的是模板中心周围  $N^2$  个像素，此时单位半径变为  $N/2$ ，因此需要把单位圆上计算出来的垂直距离放大  $2/N$  倍，故像素点的亚像素坐标的计算式 (14)：

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \frac{2}{N} l \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix} \tag{14}$$

$Z_{nm}$  使用的卷积模板  $M_{nm}$  根据式 (15) 计算：

$$M_{nm} = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} V_{nm}^*(\rho, \theta) dx dy \tag{15}$$

式中： $V_{nm}^*$  为  $V_{nm}$  的共轭。

根据式 (15) 分别计算  $Z_{00}$ ， $Z_{11}$ ， $Z_{20}$   $7 \times 7$  模板系数，结果见表 1—表 4。

表 1  $M_{00}$  模板

Table 1  $M_{00}$  mask

0	0.028 7	0.068 6	0.080 7	0.068 6	0.028 7	0
0.028 7	0.081 5	0.081 6	0.081 6	0.081 6	0.081 5	0.028 7
0.068 6	0.081 6	0.081 6	0.081 6	0.081 6	0.081 6	0.068 6
0.080 7	0.081 6	0.081 6	0.081 6	0.081 6	0.081 6	0.080 7
0.068 6	0.081 6	0.081 6	0.081 6	0.081 6	0.081 6	0.068 6
0.028 7	0.081 5	0.081 6	0.081 6	0.081 6	0.081 5	0.028 7
0	0.028 7	0.068 6	0.080 7	0.068 6	0.028 7	0

表 2  $M_{11}$  实数模板

Table 2  $M_{11}$  real mask

0	-0.015	-0.019	0	0.019	0.015	0
-0.022 4	-0.046 6	-0.023 3	0	0.023 3	0.046 6	0.022 4
-0.057 3	-0.046 6	-0.023 3	0	0.023 3	0.046 6	0.057 3
-0.069	-0.046 6	-0.023 3	0	0.023 3	0.046 6	0.069
-0.057 3	-0.046 6	-0.023 3	0	0.023 3	0.046 6	0.057 3
-0.022 4	-0.046 6	-0.023 3	0	0.023 3	0.046 6	0.022 4
0	-0.015	-0.019	0	0.019	0.015	0

表 3  $M_{11}$  虚数模板

Table 3  $M_{11}$  imaginary mask

0	-0.022 4	-0.057 3	-0.069	-0.057 3	-0.022 4	0
-0.015	-0.046 6	-0.046 6	-0.046 6	-0.046 6	-0.046 6	-0.015
-0.019	-0.023 3	-0.023 3	-0.023 3	-0.023 3	-0.023 3	-0.019
0	0	0	0	0	0	0
0.019	0.023 3	0.023 3	0.023 3	0.023 3	0.023 3	0.019
0.015	0.046 6	0.046 6	0.046 6	0.046 6	0.046 6	0.015

0	0.022 4	0.057 3	0.069	0.057 3	0.022 4	0
---	---------	---------	-------	---------	---------	---

表 4  $M_{20}$ 模板  
Table 4  $M_{20}$  mask

0	0.022 5	0.039 4	0.039 6	0.039 4	0.022 5	0
0.022 5	0.027 1	−0.012 8	−0.026 1	−0.012 8	0.027 1	0.022 5
0.039 4	−0.012 8	−0.052 8	−0.066 1	−0.052 8	−0.012 8	0.039 4
0.039 6	−0.026 1	−0.066 1	−0.079 4	−0.066 1	−0.026 1	0.039 6
0.039 4	−0.012 8	−0.052 8	−0.066 1	−0.052 8	−0.012 8	0.039 4
0.022 5	0.027 1	−0.012 8	−0.026 1	−0.012 8	0.027 1	0.022 5
0	0.022 5	0.039 4	0.039 6	0.039 4	0.022 5	0

1.3 Susan—Zernike 算法

Susan 边缘检测方法能够有效的抑制噪声，但只能检测出的像素级边缘，而 Zernike 矩能够检测亚像素边缘，但因涉及到多个模板运算，因此运算速度很慢。特别对于大的图像，边缘却很少。因此，本文结合 2 种方法的特点，提出了 susan—zernike 亚像素边缘检测方法。其算法步骤如下：

- (1) 计算  $7\times7$  模板  $\{M_{00}, M_{11}, M_{20}\}$ ；
- (2) 使用 Susan 算子检测出像素级边缘；
- (3) 用模板  $\{M_{00}, M_{11}, M_{20}\}$  对 (2) 中检测出的边缘进行卷积运算，得到  $\{A_{00}, A_{11}, A_{20}\}$ ；
- (4) 取一像素点，根据公式 (8)，计算边缘角度  $\varphi$ ；
- (5) 根据式 (14) 计算亚像素坐标；
- (6) 如果没有边缘点，结束；否则，返回第 (4) 步，取下一像素点计算。

2 实验结果与分析

本文设计 2 个实验来验证所提算法的性能。主要验证亚像素边缘定位精度以及算法的运行效率。实验所用计算为 AMD Phenom(tm) II X4 955 Processor，主频 3.20GHz，内存 3.252G，Windows XP 操作系统，程序采用 Matlab 7.6.0 编程实现。

2.1 理想直线边缘定位

采用文献 [13] 中提出的理想边缘产生方法，生成大小为  $400\times400$  直线边缘图像。如图 2 所示，理想直线的倾角  $\theta=\pi/4$ ，直线经过点 (100, 200)，所以直线的方程为  $x-y+100=0$ 。

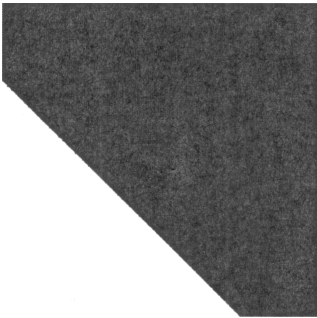


图 2 理想直线边缘

Fig. 2 Ideal line edge image

以亚像素点到理想直线的平均距离为评价标准。平均距离越小说明亚像素坐标越精确。表 5 为 3 种算法求出的亚像素边缘到理想直线的平均距离。从表 5 可看出 3 种算法都是基于 Zernike 矩, 因此得出的精度相差不大, 本文的方法更精确。

表 5 3 种方法求出的平均距离比较

Table 5 The mean distance comparison of algorithms

方法	平均距离
Canny—Zernike	0.341 7
Sobel—Zernike	0.342 5
本文方法	0.339 1

2.2 实际图像边缘定位

给定实际应用中的一张零件图, 如图 3 (a) 所示。用 3 种方法对图 3 (a) 进行边缘提取, 得到的结果如图 3 (b) —图 3 (d) 所示。

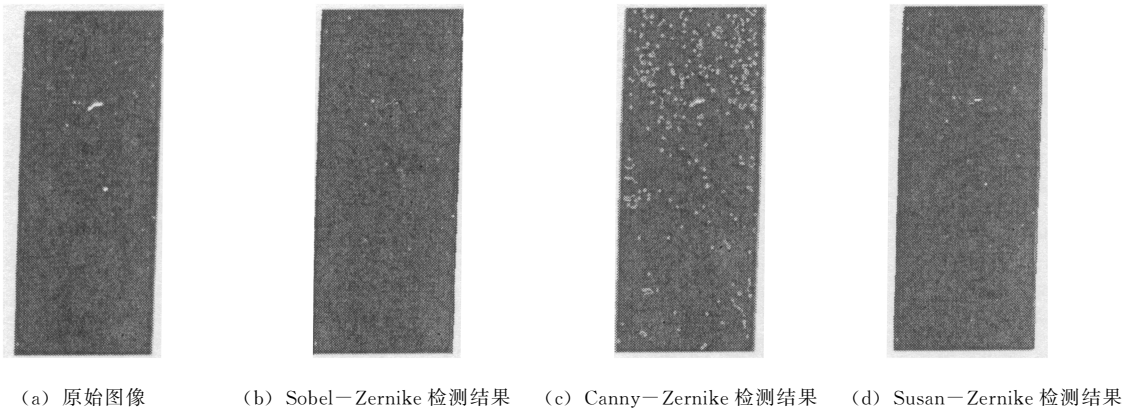


图 3 零件图亚像素边缘检测

Fig. 3 The edge detection result compare of parts image

从图 3 可以看出, 本文提出的方法, 对噪声有很好的抑制性能。提取的边缘也较完整, 没有出现断裂的情况, 能提取比较完整的直线边缘。Sobel—Zernike 的结果与本文方法的结果比较接近, 但是会出现直线断裂的情况。而 Canny—Zernike 会出现较多的小边缘。因此本方法依然优于传统的 2 种方法。

为了比较 3 种算法的运行效率, 列出了 3 种方法处理图 3 (a) 所用的时间。如表 6 所示:

表 6 3 种方法处理时间比较

Table 6 Running time of the algorithms

方法	运行时间/ms
Canny—Zernike	250
sobel—Zernike	78
本文方法	16

从表 6 可知, 本文提出的方法比其他两种方法, 速度更快。可以达到实时要求。

3 结 论

本文提出了一种亚像素边缘检测方法。与传统的基于 Zernike 矩的亚像素边缘检测的方法类似, 本文也是采用先粗定位, 然后使用 Zernike 矩细分方法得到亚像素坐标。由于 Susan 边缘检测为积分

形式, 而传统的边缘检测方法需要用到梯度, 因此, 本文的方法对噪声不敏感。运行效率的比较也说明本文的方法检测速度快。从定位精度还是运行效率来看, 本文的方法都要优于其他两种算法。

参考文献:

[1] Tabatabai A J, Mitchell O R. Edge location to subpixel values in digital imagery [J]. PAMI, 1984, 6 (2): 188—201.

[2] Lyvers E P, Mitchell O R, Akey M L, et al. Subpixel measurements using a moment—based edge operator [J]. PAMI, 1989, 11 (12): 1293—1309.

[3] Chosal S, Mehrotra R. Orthogonal moment operators for sub—pixel edge detection [J]. Pattern Recognition, 1993, 26 (2): 295—306.

[4] Shan Y, Boon G W. Sub—pixel location of edges with non—uniform blurring: a finite closed—form approach [J]. Image and Vision Computing, 2000, 18 (13): 1015—1023.

[5] Li Y S, Young T Y, MAGERL J A. Subpixel edge detection and estimation with a microprocessor—controlled line scan camera [J]. IEEE Transaction on Industrial Electronics, 1988, 35 (1): 105—112.

[6] Truchetet F, Nicolier F, Lalignant O. Subpixel edge detection for dimensional control by artificial vision [J]. Journal of Electronic Imaging, 2001, 10 (1): 234—239.

[7] Baba M, Ohtani K. A novel subpixel edge detection system for

dimension measurement and object localization using an analogue-based approach [J]. J Opt A: Pure Appl Opt, 2001, 3 (4): 276-283.

[8] Nalwa V S, Binford T O. On detecting edges [J]. IEEE Transactions on PAMI, 1986, 8 (6): 699-714.

[9] YE J, FU G K, Poudel U P. High-accuracy edge detection with blurred edge model [J]. Image and Vision Computing, 2005, 23 (5): 453-467.

[10] 曲迎东, 崔成松, 陈善本, 等. 利用 Sobel-Zernike 矩算子的快速亚像素边缘检测方法 [J]. 光电工程, 2003, 30 (5): 59-61.

[11] Zhang B j, Bai L F, Zeng X J. A novel subpixel edge detection based on the Zernike moment [J]. Information Technology Journal, 2010, 9 (1): 41-47.

[12] Smith S M, Brady J M. SUSAN-a new approach to low level image processing [J]. Journal of Computer Vision, 1997, 23 (1): 45-78.

[13] 贺忠海, 王宝光, 廖怡白. 理想边缘产生方法的研究 [J]. 光学精密工程, 2002, 10 (1): 89-93.