

文章编号: 2095—0411 (2013) 04 - 0032 - 05

4-3 型六自由度并联机构的位置正逆解分析^{*}

朱帅帅, 沈惠平, 王 振, 李云峰, 马正华

(常州大学 机器人研究所, 江苏 常州 213016)

摘要: 在对 4-3 型六自由度进行机构拓扑结构分析得出其耦合度为 0 的基础上; 首先, 通过顺序求解该机构各个基本运动链的位置, 以求出输出平台的位置正向解析解表达式, 再通过求解机构的位置反解, 验证了全部正解的准确性。这种基于拓扑结构耦合度分析的位置求解方法, 无须通过复杂的数学方法来建立、求解机构位置方程的一元代数高次方程, 计算简易, 而导出的正逆解析解便于实时控制及其后续的工作空间、误差分析等研究。

关键词: 六自由度; 并联机构; 正解; 解析解

中图分类号: TH 11

文献标识码: A

doi: 10. 3969/j. issn. 2095—0411. 2013. 04. 006

Forward and Inverse Kinematics Solution for 4-3 Type 6-DOF Parallel Mechanism

ZHU Shuai-shuai, SHEN Hui-ping, WANG Zhen, LI Yun-feng, MA Zheng-hua

(Institute for Robot, Changzhou University, Changzhou 213016, China)

Abstract: On the basic of the coupling degree of topological structure analysis for 4-3 type 6-DOF parallel mechanism is 0, firstly, general expression of forward kinematics analytical solutions can be deduced by solving the position of each BKC (basic kinematic chain) in sequence, included in the parallel mechanism. Secondly, all the solutions are verified by performing inverse kinematics. This analytical method, based on the topological structure analysis, need not to establish, derivate and solve complex mathematical position equations of a Yuan algebraic equation of high degree and the calculation is easy. Meanwhile, its forward and inverse kinematics analytical solution is convenient for real time control and the analysis of work space and error in the future.

Key words: 6-DOF; parallel mechanism; forward kinematics; analytical solution

并联机构位置正解是研究机构运动学和动力学的基础。机构尺度综合、奇异位形分析、运动标定、输出误差分析和轨迹控制等, 都需要获得机构的位置正解。并联机构位置反解容易, 而位置正解需要求解一组强耦合非线性方程组。国内外学者采用数值法和封闭解析法^[1]对位置正解进行了研究。

数值法的特点是数学模型比较简单, 省去了烦琐的数学推导, 但这种方法的计算量大、速度慢, 可能得不到机构的所有位置解, 典型的数值算法有 Newton - Raphson 法、同伦连续法和齐次化法等^[2]; 解析法的特点是数学推导、消元过程复杂, 计算量大, 包括矢量代数法、几何法、矩阵法

^{*} 收稿日期: 2013 - 01 - 25

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51075045); 江苏省重大科技支撑与自主创新项目 (BE2010074, BE2010061)

作者简介: 朱帅帅 (1989—), 男, 江苏徐州人, 硕士生; 通讯联系人: 沈惠平。

等^[3]。

本文采用基于耦合度分析的机构正解求解方法,对 4-3 型 6-SPS 型六自由度并联机构进行位置求解。由分析知 4-3 型 6-SPS 型六自由度并联机构的耦合度为 0,因此,直接应用几何法的直角坐标的形式求出其位置正向解析解的通用表达式,又通过求解机构的位置反解,验证了全部正解的准确性。这种基于结构分析的解析方法无须通过复杂的数学方法来建立、推导、求解机构位置方程组的一元代数高次方程,具有计算简易、便于实时控制及其后续的工作空间、误差分析研究等优点。

1 并联机构的耦合度计算

4-3 型六自由度并联机构简图如图 1 所示,该机构由 3 条支路及上下两个平台构成,3 支路的拓扑结构由一个单开链和两个混合单开链构成,上平台为等腰三角形,腰长为 e ,底边边长为 f ,下平台为正方形,边长为 a ,简单开链 (SOC_1) 支路为 $\{-S_4-P_6-S_{56}-\}$,第一混合链 ($HSOC_1$) 支路为 3 条 $\{-S-P-S-\}$ 支链重合于动平台上的一个三重球副 S_{12} ,第二混合链 ($HSOC_2$) 支路为 2 条 $\{-S-P-S-\}$ 支链重合于动平台上的一个二重球副 S_{34} ,其中 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 、 P_5 与 P_6 为主动副。

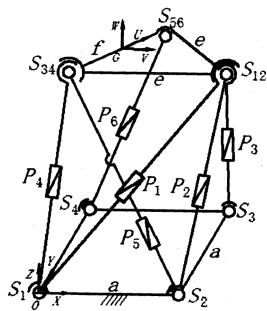


图 1 4-3-SPS 六自由度机构图

Fig. 1 Structure diagram of 4-3 SPS 6-DOF parallel mechanism

由基于序单开链的机构结构理论可知^[4-5],图 1 所示并联机构共有 5 个独立回路,其独立位移方程数 $\zeta_i=6$ ($i=1\sim 5$),其约束度 Δ_i ($i=1\sim 5$) 及机构耦合度 k 计算如下:

取 $SOC_1 \{-S_1-P_1-S_{12}-P_2-S_2-\}$,

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_1 = 8 - 2 - 6 = 0, k_1 = 0$$

取 $SOC_2 \{-R^{(S_1-S_2)}-S_{12}-P_3-S_3-\}$,

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_2 = 7 - 1 - 6 = 0, k_2 = 0$$

取 $SOC_3 \{-S_1-P_4-S_{34}-P_5-S_2-\}$,

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_3 = 8 - 2 - 6 = 0, k_3 = 0$$

取 $SOC_4 \{-R^{(S_1-S_2)}-S_{12}-S_{34}-\}$,

$$\Delta_4 = \sum_{i=1}^{m_4} f_i - I_4 - \xi_4 = 6 - 0 - 6 = 0, k_4 = 0$$

取 $SOC_5 \{-R^{(S_{12}-S_{34})}-S_{56}-P_6-S_4-\}$

$$\Delta_5 = \sum_{i=1}^{m_5} f_i - I_5 - \xi_5 = 7 - 1 - 6 = 0, k_5 = 0$$

这样,该机构包含 5 个基本运动链 (BKC),且 $k_i=0$ ($i=1\sim 5$)。机构耦合度 k ($k\geq 0$) 揭示了机构结构的复杂程度^[6], k 值越大,机构的结构越复杂,而对于 $k=0$ 的机构,可直接得到运动学正向解析解。

2 位置正解分析

位置正解是已知 6 个驱动杆长度 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 、 l_5 、 l_6 ,求机构末端的位置和姿态。

为不失一般性,建立静坐标系 $O-XYZ$, O 为球副 S_1 的中心, X 轴沿轴线 S_1S_2 的方向, Y 轴沿轴线 S_1S_4 的方向, Z 轴由右手坐标系法则确定,则 S_1 的坐标为 $(0,0,0)$, S_2 的坐标为 $(a,0,0)$, S_3 坐标为 $(a,a,0)$, S_4 的坐标为 $(0,a,0)$ 。在平面 $S_{12}S_{34}S_{56}$ 中建立动坐标系 $G-UVW$, G 为动平台的中心, U 轴沿轴线 $S_{34}S_{56}$ 方向, V 轴垂直于轴线 $S_{34}S_{56}$, W 轴由右手坐标系法则确定,如图所示,则: G 在动坐标系中坐标为 $(0,0,0)$, S_{56} 在动坐标系中的坐标为 $(\frac{f}{2},0,0)$, S_{12} 在动坐标系中的坐标为 $(0,\sqrt{e^2-(\frac{f}{2})^2},0)$, S_{34} 在动坐标系中坐标为 $(-\frac{f}{2},0,0)$,由已知条件可知从动坐标系 $G-UVW$ 到静坐标系 $O-XYZ$ 的变换矩阵 Q 为:

$$Q = [R_{\alpha_0,x} R_{\beta_0,y} R_{\gamma_0,z}] =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_0 & -s\alpha_0 \\ 0 & s\alpha_0 & \alpha_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\beta_0 & 0 & s\beta_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta_0 & 0 & c\beta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\gamma_0 & -s\gamma_0 & 0 \\ s\gamma_0 & c\gamma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

=

$$\begin{bmatrix} c\beta_0 c\gamma_0 & -c\beta_0 s\gamma_0 & s\beta_0 \\ s\alpha_0 s\beta_0 c\gamma_0 + \alpha_0 s\gamma_0 & -s\alpha_0 s\beta_0 s\gamma_0 + \alpha_0 c\gamma_0 & -s\alpha_0 c\beta_0 \\ -\alpha_0 s\beta_0 c\gamma_0 + s\alpha_0 s\gamma_0 & \alpha_0 s\beta_0 s\gamma_0 + s\alpha_0 c\gamma_0 & \alpha_0 c\beta_0 \end{bmatrix}$$

式中: α_0 , $s\alpha_0$, $c\beta_0$, $s\beta_0$, $c\gamma_0$, $s\gamma_0$ 分别为 $\cos\alpha_0$, $\sin\alpha_0$, $\cos\beta_0$, $\sin\beta_0$, $\cos\gamma_0$, $\sin\gamma_0$ 的缩写; $R_{\alpha_0,x} R_{\beta_0,y} R_{\gamma_0,z}$ 基本旋转矩阵; α_0 , β_0 , γ_0 运

动坐标系相对于 X 轴、 Y 轴、 Z 轴的旋转角; X_{Si} 点的位置在动、静坐标之间的坐标变换可由下式表达:

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{Q}\mathbf{S}_{i'} + \mathbf{p} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{S}_i = [X_{Si} \ Y_{Si} \ Z_{Si}]^T$ 为 \mathbf{S}_i 在静坐标系中的坐标; $\mathbf{S}_{i'} = [U_{Si} \ V_{Si} \ W_{Si}]^T$ 为 \mathbf{S}_i 在动坐标系中的坐标; $\mathbf{p} = [X_G \ Y_G \ Z_G]^T$ 为动坐标系 G - UVW 的中心点 G 在静坐标系 O - XYZ 中的坐标。

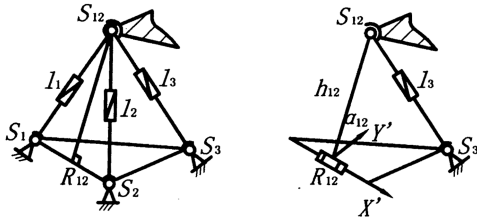


图 2 第一混合链 ($HSOC_1$) 计算模型

Fig. 2 The calculation model of the first hybrid chain ($HSOC_1$)

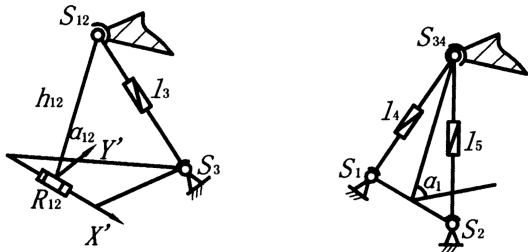


图 3 第二混合链 ($HSOC_2$) 计算模型

Fig. 3 The calculation model of the second hybrid chain ($HSOC_2$)

2.1 由 $HSOC_1$ 求 S_{12} 点的位置

$HSOC_1$ 支路的结构如图 2 (a) 所示, 当主动输入 l_1 和 l_2 给定后, S_{12} 到 S_1 - S_2 轴线的垂直距离 h_{12} 为定值, 点 S_{12} 的轨迹是以点 R_{12} 为圆心以长度 h_{12} 为半径的圆, 如图 2 (b) 所示, 其中 α_{12} 为平面 $S_1S_2S_{12}$ 与静平台的夹角。同理, 如图 3 所示, 点 S_{34} 的轨迹是以点 R_{34} 为圆心以长度 h_{34} 为半径的圆, α_1 为平面 $S_1S_2S_{34}$ 与静平台的夹角。

于是, 根据 $\triangle S_1S_2S_{12}$ 几何关系得

$$h_{12} = \sqrt{l_1^2 - \left(\frac{l_2^2 - l_1^2 - a^2}{2a}\right)^2} \quad (2)$$

S_{12} 的坐标:

$$\text{即, } S_{12} \left(-\frac{l_2^2 - l_1^2 - a^2}{2a}, h_{12} \cdot \cos\alpha_{12}, h_{12} \cdot \sin\alpha_{12} \right)$$

由 $\overline{S_{12}S_3} = l_3$ 得到关系如下关系, 并代入数据得:

$$l_3^2 = \left[a + \frac{l_2^2 - l_1^2 - a^2}{2a} \right]^2 + [a - h_{12} \cos\alpha_{12}]^2 + [h_{12} \sin\alpha_{12}]^2 \quad (3)$$

$$\alpha_{12} =$$

$$\arccos \left\{ \frac{2a^2 + \left(\frac{l_2^2 - l_1^2 - a^2}{2a} \right)^2 + (l_2^2 - l_1^2 - a^2) + h_{12}^2 - l_3^2}{2ah_{12}} \right\} \quad (4)$$

2.2 由 $HSOC_2$ 求 S_{34} 点的位置

如图 3 所示, 根据 $\triangle S_1S_2S_{34}$ 几何关系得 h_{34} 为

$$h_{34} = \sqrt{l_4^2 - \left(\frac{l_5^2 - l_4^2 - a^2}{2a} \right)^2} \quad (5)$$

S_{34} 的坐标为:

$$S_{34} \left(-\frac{l_5^2 - l_4^2 - a^2}{2a}, h_{34} \cdot \cos\alpha_1, h_{34} \cdot \sin\alpha_1 \right)$$

由 $\overline{S_{34}S_{12}} = e$ 并简化为:

$$C_1 \cdot \cos\alpha_1 + C_2 \cdot \sin\alpha_1 + C_3 = 0 \quad (6)$$

其中:

$$C_1 = 2h_{12}h_{34}\cos\alpha_{12}$$

$$C_2 = 2h_{12}h_{34}\sin\alpha_{12}$$

$$C_3 = e^2 - \left(\frac{a^2 - l_5^2 + l_4^2}{2a} \right)^2 - \left(\frac{l_2^2 - l_1^2 - a^2}{2a} \right)^2 - 2 \left(\frac{a^2 - l_5^2 + l_4^2}{2a} \right) \left(\frac{l_2^2 - l_1^2 - a^2}{2a} \right) - h_{12}^2 - h_{34}^2$$

由式 (6) 得:

$$\alpha_1 = 2\arctan \frac{-C_2 \pm \sqrt{C_2^2 + C_1^2 - C_3^2}}{C_3 - C_1} \quad (7)$$

由式 (7) 可以解出 α_1 , 从而得到 S_{34} 点的坐标。

2.3 由单开链 (SOC) 支路求 S_{56} 点的位置

由 $\overline{S_{56}S_{12}} = e$, $\overline{S_{56}S_{34}} = f$, $\overline{S_{56}S_4} = l_6$ 得到关系式:

$$\begin{cases} e^2 = (X_{S_{56}} - X_{S_{12}})^2 + (Y_{S_{56}} - Y_{S_{12}})^2 + (Z_{S_{56}} - Z_{S_{12}})^2 \\ f^2 = (X_{S_{56}} - X_{S_{34}})^2 + (Y_{S_{56}} - Y_{S_{34}})^2 + (Z_{S_{56}} - Z_{S_{34}})^2 \\ l_6^2 = (X_{S_{56}} - X_{S_4})^2 + (Y_{S_{56}} - Y_{S_4})^2 + (Z_{S_{56}} - Z_{S_4})^2 \end{cases} \quad (8)$$

其中:

$$X_{S_{56}} = u_1 Y_{S_{56}} + k_1$$

$$Y_{S_{56}} = \frac{A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B + C}$$

$$Z_{S_{56}} = u_2 Y_{S_{56}} + k_2$$

$$A = u_1^2 + u_2^2 + 1$$

$$B = 2u_1 (k_1 - X_{S_{12}}) - 2Y_{S_{12}} + 2u_2 (k_2 - Z_{S_{12}})$$

$$C = (k_1 - X_{S_{12}})^2 + Y_{S_{12}}^2 + (k_2 - Z_{S_{12}})^2 - e^2$$

$$M = X_{S_{12}}^2 + Y_{S_{12}}^2 + Y_{S_{12}}^2 - (X_{S_{34}}^2 + Y_{S_{34}}^2 + Y_{S_{34}}^2)$$

$$N = X_{S_{12}}^2 + Y_{S_{12}}^2 + Y_{S_{12}}^2 - (X_{S_4}^2 + Y_{S_4}^2 + Y_{S_4}^2)$$

$$u_1 =$$

$$\frac{-(Y_{S_{12}} - Y_{S_{34}})(Z_{S_{12}} - Z_{S_4}) - (Y_{S_{12}} - Y_{S_4})(Z_{S_{12}} - Z_{S_{34}})}{(X_{S_{12}} - X_{S_{34}})(Z_{S_{12}} - Z_{S_4}) - (X_{S_{12}} - X_{S_4})(Z_{S_{12}} - Z_{S_{34}})}$$

$$k_1 =$$

$$\frac{(M - e^2 + f^2)(Z_{S_{12}} - Z_{S_4}) - (N - e^2 + l_6^2)(Z_{S_{12}} - Z_{S_{34}})}{(X_{S_{12}} - X_{S_{34}})(Z_{S_{12}} - Z_{S_4}) - (X_{S_{12}} - X_{S_4})(Z_{S_{12}} - Z_{S_{34}})}$$

$$u_2 =$$

$$\frac{(Y_{S_{12}} - Y_{S_{34}})(X_{S_{12}} - X_{S_4}) - (Y_{S_{12}} - Y_{S_4})(X_{S_{12}} - X_{S_{34}})}{(Z_{S_{12}} - Z_{S_{34}})(X_{S_{12}} - X_{S_4}) - (Z_{S_{12}} - Z_{S_4})(X_{S_{12}} - X_{S_{34}})}$$

$$k_2 =$$

$$\frac{(M - e^2 + f^2)(X_{S_{12}} - X_{S_4}) - (N - e^2 + l_6^2)(X_{S_{12}} - X_{S_{34}})}{(Z_{S_{12}} - Z_{S_{34}})(X_{S_{12}} - X_{S_4}) - (Z_{S_{12}} - Z_{S_4})(X_{S_{12}} - X_{S_{34}})}$$

由式 (8) 可以求出 S_{56} 点的坐标。

已知动平台上 S_{12} 、 S_{34} 、 S_{56} 3 点的坐标, 即可以求出动平台中心 G 的坐标如下:

$$\begin{cases} X_G = \frac{1}{2} (X_{S_{34}} + X_{S_{56}}) \\ Y_G = \frac{1}{2} (Y_{S_{34}} + Y_{S_{56}}) \\ Z_G = \frac{1}{2} (Z_{S_{34}} + Z_{S_{56}}) \end{cases} \quad (9)$$

由式 (1) 得:

$$\begin{cases} S_{12} = QS_{12'} + p \\ S_{34} = QS_{34'} + p \\ S_{56} = QS_{56'} + p \end{cases}$$

代入数据得:

$$[X_{S_{12}}, Y_{S_{12}}, Z_{S_{12}}] =$$

$$\begin{bmatrix} -\sqrt{e^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2} c\beta_0 s\gamma_0 + X_G \\ \sqrt{e^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2} (-s\alpha_0 s\beta_0 s\gamma_0 + c\alpha_0 c\gamma_0) + Y_G \\ \sqrt{e^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2} (c\alpha_0 s\beta_0 s\gamma_0 + s\alpha_0 c\gamma_0) + Z_G \end{bmatrix}^T$$

$$[X_{S_{34}}, Y_{S_{34}}, Z_{S_{34}}] =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{f}{2} c\beta_0 c\gamma_0 + X_G \\ -\frac{f}{2} (s\alpha_0 s\beta_0 c\gamma_0 + c\alpha_0 s\gamma_0) + Y_G \\ -\frac{f}{2} (-c\alpha_0 s\beta_0 c\gamma_0 + s\alpha_0 s\gamma_0) + Z_G \end{bmatrix}^T$$

$$[X_{S_{56}}, Y_{S_{56}}, Z_{S_{56}}] =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{f}{2} c\beta_0 c\gamma_0 + X_G \\ \frac{f}{2} (s\alpha_0 s\beta_0 c\gamma_0 + c\alpha_0 s\gamma_0) + Y_G \\ \frac{f}{2} (-c\alpha_0 s\beta_0 c\gamma_0 + s\alpha_0 s\gamma_0) + Z_G \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

由上式得:

$$\gamma_0 = \arctan \frac{f (X_{S_{12}} - X_G)}{-2 \sqrt{e^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2} (X_{S_{56}} - X_G)}$$

$$\beta_0 = \arccos \frac{2 (X_{S_{56}} - X_G)}{f \cos \gamma_0}$$

$$\alpha_0 = 2 \arctan$$

$$\frac{\sin \beta_0 \sin \gamma_0 - \sqrt{(\cos \gamma_0)^2 + (\sin \beta_0 \sin \gamma_0)^2 - \left(\frac{Y_G - Y_{S_{12}}}{\sqrt{e^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2}} \right)^2}}{\frac{Y_G - Y_{S_{12}}}{\sqrt{e^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2}} - \cos \gamma_0}$$

3 位置逆解分析

逆解求解归结为: 已知上平台位置 $G (X_G, Y_G, Z_G)$ 和姿态 $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ 求 6 个移动副的移动量 $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6$ 。由式 (10) 计算的各点坐标如下:

由式 $\overline{S_{12}S_1}$ 得:

$$l_1 = \sqrt{X_{S_{12}}^2 + Y_{S_{12}}^2 + Z_{S_{12}}^2} \quad (11)$$

由 $\overline{S_{12}S_2} = l_2$

$$l_2 = \sqrt{(X_{S_{12}} - a)^2 + Y_{S_{12}}^2 + Z_{S_{12}}^2} \quad (12)$$

由 $\overline{S_{12}S_3} = l_3$

$$l_3 = \sqrt{(X_{S_{12}} - a)^2 + (Y_{S_{12}} - a)^2 + Z_{S_{12}}^2} \quad (13)$$

由 $\overline{S_{34}S_1} = l_4$

$$l_4 = \sqrt{X_{S_{34}}^2 + Y_{S_{34}}^2 + Z_{S_{34}}^2} \quad (14)$$

由 $\overline{S_{34}S_2} = l_5$

$$l_5 = \sqrt{(X_{S_{34}} - a)^2 + Y_{S_{34}}^2 + Z_{S_{34}}^2} \quad (15)$$

由 $\overline{S_{56}S_4} = l_6$

$$l_6 = \sqrt{X_{S_{56}}^2 + (Y_{S_{56}} - a)^2 + Z_{S_{56}}^2} \quad (16)$$

4 位置正逆解算例

取 $a = 50, e = 80, f = 40, l_1 = 60, l_2 = 50, l_3 = 70, l_4 = 60, l_5 = 50, l_6 = 70$, 并代入正解计算公式 (2) ~ (10), 得到动平台末端执行器的坐

标和动坐标系相对于静坐标系的转角, 见表 1。

分别将上述算得的 8 组正解值依次代入逆解表达式 (11) ~ (16), 由 matlab 编程可计算出机构对应的 8 组逆解实数解, 如表 2 所示, 且有

$$l_1=60\pm\Delta l_1, l_2=60\pm\Delta l_2, l_3=60\pm\Delta l_3,$$
$$l_4=60\pm\Delta l_4, l_5=60\pm\Delta l_5, l_6=60\pm\Delta l_6,$$
$$|\Delta l_i|\leqslant 10^{-3} \quad (i=1\sim 6),$$
从而验证了正逆解求解的正确性。

表 1 4-3 型 6-SPS 正运动学数值算例

Table 1 The forward position numerical solutions of 4-3 type 6-SPS parallel mechanism

序号	X_G	Y_G	Z_G	$\alpha_0/ (^{\circ})$	$\beta_0/ (^{\circ})$	$\gamma_0/ (^{\circ})$
1	52.928 0	49.090 3	10.326 5	237.636 4	330.945 7	14.477 5
2	52.928 0	49.090 3	− 10.326 5	122.363 6	29.054 3	14.477 5
3	29.030 1	−26.906 3	23.931 6	124.751 1	291.095 6	194.477 5
4	29.030 1	−26.906 3	− 23.931 6	235.248 9	68.904 4	194.477 5
5	24.901 4	−28.712 4	22.678 6	124.751 1	304.968 6	194.477 5
6	24.901 4	−28.712 4	− 22.678 6	235.248 9	55.031 4	194.477 5
7	40.625 6	25.263 3	25.426 3	237.636 4	76.180 5	14.477 5
8	40.625 6	25.263 3	− 25.426 3	122.363 6	283.819 5	14.477 5

表 2 4-3 型 6-SPS 逆运动学数值算例

Table 2 The inverse position numerical solutions of 4-3 type 6-SPS parallel mechanism

序号	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6
1	59.999 9	49.999 9	70.000 0	60.000 0	50.000 0	69.999 9
2	59.999 9	49.999 9	70.000 0	60.000 0	50.000 0	69.999 9
3	59.999 9	49.999 9	69.999 9	59.999 9	49.999 9	70.000 0
4	59.999 9	49.999 9	69.999 9	59.999 9	49.999 9	70.000 0
5	59.999 9	49.999 9	69.999 9	59.999 9	49.999 9	70.000 0
6	59.999 9	49.999 9	69.999 9	59.999 9	49.999 9	70.000 0
7	59.999 9	49.999 9	70.000 0	59.999 9	49.999 9	70.000 0
8	59.999 9	49.999 9	70.000 0	59.999 9	49.999 9	70.000 0

5 结 论

(1) 基于分析计算机构的耦合度 k 值大小, 来判断位置正解的难易程度, 对 $k=0$ 的机构可直接求解出机构位置正解, 分析过程简明, 物理意义明晰。

(2) 分析计算出 4-3 型六自由度并联机构的耦合度为 0, 因此, 直接通过依次求解各个基本运动链的位置求出了机构位置正解的解析表达式, 并通过求解位置反解及算例, 验证了位置正解的准确性。

本文工作为该机构的工作空间、误差分析、实时控制等后续研究奠定了基础。

参考文献:

[1] 杨永刚. 6 - PRRS 并联机器人关键技术的研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008.

[2] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.

[3] Raghavan M. The stew art platform of general geometry has 40 configurations [J]. ASME J Mech Des, 1993, 115 (1): 227 - 282

[4] 杨廷力. 机器人机构拓扑结构学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.

[5] 杨廷力. 机器人机构拓扑结构设计 [M]. 北京: 科学出版社, 2012.

[6] 杨廷力. 机械系统基本理论 - 结构学、运动学、动力学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1996.