

文章编号: 2095—0411 (2013) 04 - 0037 - 04

中心传动球磨机筒体内壁受力理论分析^{*}

周 泉¹, 袁 锋^{2,3}

(1. 常州大学 机械工程学院, 江苏 常州 213016 ; 2. 常州轻工职业技术学院 科技处, 江苏 常州 213164; 3. 常州市数字化设计重点实验室, 江苏 常州 213164)

摘要: 现有文献将球磨机对球磨机筒壁的作用力简化为集中力, 不利于反映不同位置受力状况。根据极坐标系下研磨体运动的轨迹方程, 推导出离心力、重力和冲击力的计算公式。以直径 2.1m 的球磨机为例, 利用 Matlab 计算并绘制力与角度的关系图, 直观地表达了研磨体重力和冲击力是影响球磨机寿命的关键因素, 主要分布于方位角 $140^{\circ} \sim 220^{\circ}$ 。结论可为后续的筒体结构设计和疲劳试验以及衬板选择提供参考。

关键词: 球磨机; 运动轨迹; 极坐标; 力 - 角度关系

中图分类号: TD 453

文献标识码: A

doi: 10.3969/j.issn.2095—0411.2013.04.007

Theoretical Analysis of the Forces of Central Drive Ball on Mill Cylinder Inner Wall

ZHOU Quan¹, YUAN Feng^{2,3}

(1. School of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou, 213016, China; 2. Department of Science and Technology, Changzhou Light Industrial Vocational Technical College, Changzhou 213164, China; 3. Changzhou City Key Laboratory of Digital Design, Changzhou 213164, China)

Abstract: The present literatures simplified the stress generated by grinding media acting on ball mill inner wall as concentrated forces, which is not conducive to reflect the force status of different position. Formulas of centrifugal force, gravity and impact are deduced, according to the motion trajectory equations of grinding media under polar coordinate system. Taking a diameter of 2.1m ball mill as an example, Matlab is used to calculate and plot the diagram of force—angle relationships, intuitively expressed that gravity and impact force, mainly distributed over polar angle $140^{\circ} \sim 220^{\circ}$, are the key factors affecting ball mill's life. The conclusion can provide as reference for subsequent structure design, fatigue test and liner choosing.

Key words: ball mill; motion trajectory; polar coordinate system; force - angle relationship

中心传动球磨机是利用筒体旋转, 带动研磨介质与物料到达一定高度并下落, 整个运动周而复始循环。研磨介质与物料及衬板的相互冲击、研磨使

物料逐渐细化制粉。研究球磨机研磨体的运动状态可以指导实际生产, 也是设计球磨机的重要步骤。研磨体的实际运动状态很复杂, 研究此类问题时,

^{*} 收稿日期: 2013 - 03 - 21

基金项目: 江苏省科技支撑项目 (工业部分) (BE2011057)

作者简介: 周泉 (1989—), 男, 江苏泰州人, 硕士生。

通常假设每层研磨体上升轨迹是以筒体轴线为旋转轴的同心圆弧, 降落时按抛物线抛落, 互不干扰^[1]。不同转速工作时, 筒体内的研磨体可能出现 3 种基本运动形式: 旋转+倾泻; 旋转+抛落; 临界周转。为了将更多的能量用于细化物料, 实际生产过程中一般采用旋转+抛落的形式。图 1 为球磨机工作时筒体截面示意图, A、D 分别为最外层脱离点与降落点, C、B 分别为最内层脱离点与降落点。研磨体在脱离点应具备的基本条件: 离心力小于等于重力的径向分力^[3], 即 $P_c \leq G \cos \alpha$, 又有 $v = \pi r n / 30$, $\pi^2 / g \approx 1$, 得

$$\cos \alpha \geq \frac{r n^2}{900} \quad (1)$$

式中: P_c —离心力; G —重力; n —筒体转速; α —脱离角; g —重力加速度。

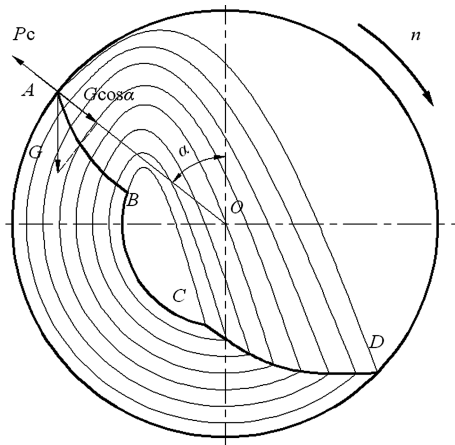


图 1 球磨机工作时筒体截面示意图

Fig. 1 Sectional schematic view of ball mill cylinder on working

现有文献中在计算筒体受力时将所有的力简化为集中力, 计算公式繁琐, 不利于反映筒体壁各个方位的受力情况。研磨体主要分布在筒体内一定角度范围, 因此有必要针对此范围内筒壁的受力做深入分析。

1 极坐标中研磨体运动轨迹

1.1 脱离点轨迹

将 (1) 式改写为如下形式:

$$\frac{r}{\cos \alpha} = \frac{900}{n^2} = \frac{r_i}{\cos \alpha_i}$$

球磨机的正常工作转速 n 为常数, 上式证明了脱离点轨迹 AB 为一段圆弧, 圆弧半径为 $R_1 = 450/n^2$, 圆心 $(0, 450/n^2)$ 位于 y 轴上。可以看出 R_1 只和转速 n 有关。

以 $y-y$ 为极轴, 逆时针为正方向, 用极坐标表示脱离点轨迹方程:

$$r = 2R_1 \cos \alpha \quad \alpha \in [\alpha_1, \alpha_2] \quad (2)$$

α_1 、 α_2 为 A、B 位置的对应方位角, $\alpha_1 = \cos^{-1}(R_1/2R_1)$, $\alpha_2 = 73.7^\circ$ 。 R_1 为筒体有效半径。 α_2 是研磨体能够正常运动的极限位置角^[4]。

1.2 降落点轨迹

以脱离点 A 点为原点, 建立 $x-y$ 直角坐标系, 文献 [5] 通过建立研磨体抛出后的抛物线方程与上升所在运动层的圆弧方程, 联立求出降落点 D_i 在 $x-y$ 坐标系中的坐标:

$$x_i = 4R_i \sin \alpha_i \cos^2 \alpha_i \quad (3)$$

$$y_i = -4R_i \sin^2 \alpha_i \cos \alpha_i$$

式 (2) 中的 α 并不是降落点对应方位角, 而是抛出点对应方位角, 没有直接表示出相应降落点对应方位角的关系。

由图 2 所表示 β_i 有

$$\sin \beta_i = \left| \frac{-y_i - R_i \cos \alpha}{R_i} \right| \quad (4)$$

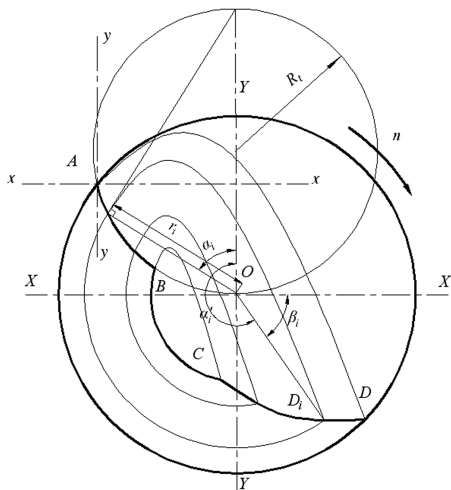


图 2 脱离点和降落点轨迹图

Fig. 2 Detachment point and landing point orbit diagram

将 (3) 式 y_i 代入 (4) 并化简, 可得 $\beta_i = 3\alpha_i - 90^\circ$, 因此降落点真实对应极坐标系中的方位角 $\alpha' = 270^\circ - \beta_i = 360^\circ - 3\alpha_i$

由此可得弧线 CD 的极坐标表示形式为

$$r = 2R_1 \cos \left(\frac{360^\circ - \alpha'_i}{3} \right) \quad \alpha \in [\alpha_3, \alpha_4] \quad (5)$$

式中: α_3 、 α_4 为 C、D 位置方位角, $\alpha_3 = 360^\circ - 3\alpha_2$, $\alpha_4 = 360^\circ - 3\alpha_1$ 。

球磨机以理论适宜转速旋转时, 最内层的半径研磨体仍能保持有规律的分层循环运动的极限条

件^[5]为 $\min(R_2) = 252/n^2$, 即圆弧 CD 的方程表达式。至此, 曲线轨迹 $ABCD$ 的极坐标方程都已用极坐标表示出来。

2 研磨体对筒体的作用力

2.1 研磨体产生的离心力

采用微量概念分析, 微质量 dm 以角速度 ω 旋转所产生的离心力 $dP_c = \omega^2 r dm$; 又有 $dm = \rho dV = \rho r d\alpha dr$, 化简可得: $dP_c = \rho \omega^2 r^2 dr d\alpha$ 。

当 α 在 AB 段中,

$$P_c = \rho \omega^2 \int_{2R_1 \cos \alpha_1}^{R_1} r^2 dr \int_{\alpha_1}^{\alpha} d\alpha$$

将 $R_1 = 2R_1 \cos \alpha_1$ 代入上式, 化简得到

$$P_c = \frac{8}{3} \rho \omega^2 R_1^3 \left[\alpha \cdot \cos^3 \alpha_1 - (\sin \alpha - \sin^3 \alpha) \right] \Big|_{\alpha_1}^{\alpha}$$

研究离心力时主要是以极坐标来研究不同角度作用力的大小, 故将 P_c 对 α 求导, 可得作用力对应角度 α 的函数表达式。同样的方法可以求出 BC 和 CD 段的离心力函数表达式:

$$P_{c\alpha} = \begin{cases} \frac{8}{3} \rho \omega^2 R_1^3 [\cos^3 \alpha_1 - \cos^3 \alpha] & \alpha \in [\alpha_1, \alpha_2] \\ \frac{8}{3} \rho \omega^2 R_1^3 [\cos^3 \alpha_1 - \cos^3 \alpha_2] & \alpha \in [\alpha_2, \alpha_3] \\ \frac{8}{3} \rho \omega^2 R_1^3 \left[\cos^3 \alpha_1 - \cos^3 \left(\frac{360-\alpha}{3} \right) \right] & \alpha \in [\alpha_3, \alpha_4] \end{cases} \quad (6)$$

2.2 研磨体的重力

计算研磨体重力时, 为方便积分, 将贴着研磨体截面划分为 4 个区域, 如图 3 所示。取微小面积研磨体重力 $dG = \rho g dX dY$, 当 $X \in [X_0, X_1]$ 时,

$$G = \rho g \int_{X_0}^X dX \int_{-\sqrt{R_1^2 - X^2}}^{\sqrt{R_1^2 - X^2}} dY$$

研究 X 在不同位置时的重力大小时, 对所求的重力 G 对 X 取导数。计算并整理各区域的重力 G 表达式 (考虑到图 3 中黑色区域 B 点处的重力对筒体受力几乎没有影响, 公式 (7) 合理忽略这部分) 有如下形式:

$$G =$$

$$\begin{cases} 2\rho g \sqrt{R_1^2 - X^2} & X \in [-R_1, -R_1 \sin \alpha_1] \\ \rho g (\sqrt{R_1^2 - X^2} - \sqrt{R_1^2 - X^2} + R_1) & X \in [-R_1 \sin \alpha_1, -R_2] \\ \rho g (\sqrt{R_1^2 - X^2} - \sqrt{R_2^2 - X^2}) & X \in [-R_2, -R_2 \sin \alpha_3] \\ \rho g \left[\sqrt{R_1^2 - X^2} - 4R_1 \cos \frac{360-\alpha}{3} \right] & X \in [-R_2 \sin \alpha_3, -R_1 \sin \alpha_4] \end{cases} \quad (7)$$

2.3 研磨体产生的冲击力

球磨机旋转工作时, 研磨体连续不断地冲击筒壁。假设冲击后研磨体速度变为零, 基于动量定理来计算微质量 dm 的冲击力。

$$\begin{cases} P_s = v_t \cdot \Delta m \\ \Delta m = \rho \Delta V = \rho v_0 \end{cases} \quad (8)$$

式中: v_0 —研磨体做抛落运动初速度; v_t —研磨体降落时的冲击速度; Δm —单位时间内冲击筒体的研磨体质量。

如图 3 所示, 研磨体降落时的冲击速度 v_t 可分解为 v_x 和 v_y , 即

$$v_t = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (9)$$

假设研磨体抛落时除重力外, 不受其他外力, 则水平方向速度不变,

$$v_x = v_0 \cos \left(\frac{360-\alpha}{3} \right) \quad (10)$$

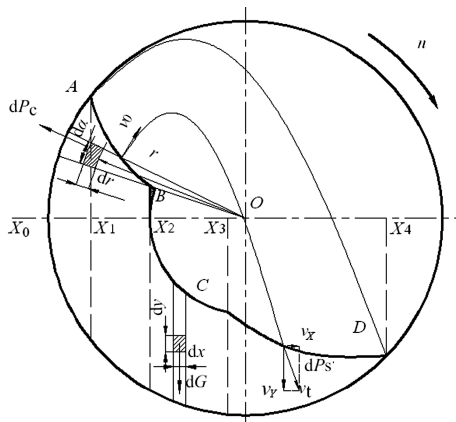


图 3 研磨体对筒体内壁的作用力

Fig. 3 Forces of grinding media on the cylinder inner wall

根据研磨体总降落高度^[5]

$$H = 4.5r \sin^2 \left(\frac{360-\alpha}{3} \right) \cos \left(\frac{360-\alpha}{3} \right)$$

将 H 代入 $v_y = \sqrt{2gH}$ 并化简, 得

$$v_y = 3v_0 \sin \left(\frac{360-\alpha}{3} \right) \quad (11)$$

由此可得 v_t 如下

$$v_t = v_0 \sqrt{9 - 8\cos^2\left(\frac{360 - \alpha}{3}\right)} \tag{12}$$

将 (12) 代入 (8) 化简, 得冲击力的计算公式:

$$P_s = \rho v_0^2 \sqrt{9 - 8\cos^2\left(\frac{360 - \alpha}{3}\right)} \quad \alpha \in [\alpha_3, \alpha_4] \tag{13}$$

3 Matlab 计算和分析

以直径 2.1m 的球磨机湿法粉磨水泥为例, 实际工作转速 $n = 25\text{r/min}$ 运行时, 介质密度取约为 6.45t/m^3 , 研究球磨机各个方位角的受力情况。

图 4 中的 3 条线按编号依次为 1 离心力、2 重力、3 冲击力。筒壁在方位角 $46^\circ \sim 222^\circ$ 之间才会受到研磨体的作用力, 其余角度不受研磨体作用力。离心力的作用范围最大, 但作用力值较小, 最大值仅为 13.8kN。

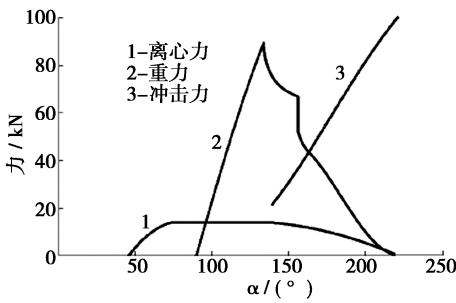


图 4 Matlab 计算并绘制的力 - 角度关系图

Fig. 4 Force - angle diagram calculated and plotted by Matlab

重力的大小是先升后降, 从 90° 开始增加, 在方位角 135° 位置达到最大值 89.6kN, 方位角 222° 时重力作用减小为 0; 冲击力的作用范围最小, 在方位角 $140^\circ \sim 222^\circ$ 内, 急剧增加, 在 222° 位置达到最大 100.4kN。

由 3 力的合力图 5 可知筒壁的变形主要受重力和冲击力的影响。由于筒体做回转运动, 筒壁内的各点受力以 360° 为一个周期循环受力, 力的作用过程就是图 5 所示力随角度的变化过程。

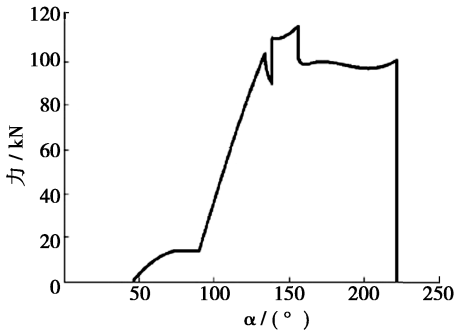


图 5 离心力、重力和冲击力的合力

Fig. 5 The resultant force of the centrifugal force, gravity and impact

4 结 论

本文通过建立极坐标，将研磨体脱离点轨迹和降落点轨迹以极坐标方程形式表示出来，并在此基础上推导出研磨体重力、离心力及冲击力的计算公式。利用 Matlab 计算和绘制力与角度的函数关系图，研磨体对筒壁的作用力集中在 $140^{\circ}\sim 222^{\circ}$ ，其中重力和冲击力起主要作用。图 5 的力与角度变化关系可作为筒体结构疲劳实验的参考。为后续筒体的结构设计和有限元分析及衬板的选择提供依据。

参考文献：

[1] 李叶青,陈新成. 球磨机内研磨体运动轨迹的探讨 [J]. 水泥, 2003 (7): 18 - 21.

[2] 黄立,唐华平,徐慧,等. 陶瓷球磨机研磨体对筒体作用载荷分析与计算 [J]. 机械工程师, 2006 (1): 117 - 119.

[3] 许文. 新编破碎粉磨与筛分机械选型设计实用全书 [M]. 北京: 北方工业出版社, 2006: 6.

[4] 张宁. 球磨机 CAE 技术应用研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2006.

[5] 张锦瑞,梁冰,赵礼兵. 球磨机机理与磨矿介质制度研究现状及发展趋势 [J]. 有色矿冶, 2013 (1): 42 - 45, 54.