

文章编号: 2095—0411 (2014) 03 - 0028 - 05

# 面向工业风机叶片划线的 2 - DOF 并联机构运动特性分析<sup>\*</sup>

蒋永健, 邓嘉鸣, 秦 娴

(常州大学 机械工程学院, 江苏 常州 213016)

**摘要:** 以工业风机叶片加工为应用背景, 提出了一种二自由度并联机构, 并据此构建一平面划线装置代替传统的叶片手工划线加工工艺。通过分析得出了该装置机构末端执行点 (划线头) 的位置正逆解、工作空间及奇异位置; 按叶片外形轮廓曲线, 运用 Matlab 分析得出了机构划线作业时各输入杆件的运动特性, 为实现叶片自动划线加工工艺提供了一种新的思路和保障。

**关键词:** 工业风机叶片; 并联机构; 运动学分析; Matlab 仿真分析

**中图分类号:** TH 112

**文献标识码:** A

**doi:** 10.3969/j.issn.2095—0411.2014.03.006

## Kinematics Analysis of 2 - DOF Parallel Mechanisms Based on Industrial Fan Blades' Scribing

JIANG Yong-jian, DENG Jia-ming, QIN Xian

(School of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou 213016, China)

**Abstract:** Taking the processing of industrial fan blades as the application background, a 2 - DOF parallel mechanism is proposed, and a plane marking device is built to take the place of the traditional blades' manual marking process. The direct and inverse kinematics solutions are derived of the mechanisms on the terminal operating point (scriber position). The working space and singularities of the mechanism are analyzed. According to the blades' contour curve, each input link's kinematics characteristics are obtained using Matlab, which provides a new train of thoughts and guarantees for realizing blades' automatic marking processing technology.

**Key words:** industrial fan blades; parallel mechanism; kinematics analysis; simulation analysis by Matlab

工业风机广泛应用于厂矿、冶金、隧道、地下及高级民用建筑。作为其最重要的零件——叶片, 不仅型式繁多, 而且形状复杂, 加工制造工艺亦极为繁琐。如加工过程中的划线工艺 (放样划线、轮廓划线等), 在一些风机生产厂家仍然多依赖于传统的手工划线, 不仅要求划线操作工具备较强的识

图能力及相当的制造工艺知识, 而且手工划线劳动强度大、工效低, 准确度也极易受操作工工作态度、情绪等人为因素的影响; 其次手工划线工具大都简陋, 工作环境也多在加工车间, 客观上对划线的准确性亦易造成不良影响<sup>[1-3]</sup>。

为此, 本文研究一种面向工业风机叶片划线的

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2013 - 12 - 19。

基金项目: 江苏省重大科技支撑与自主创新项目 (BE2010074)。

作者简介: 蒋永健 (1988—), 男, 河北沧州人, 硕士生。通讯联系人: 邓嘉鸣 (1963—), E-mail: czdydj@126.com

并联划线机替代传统的手工划线。首先提出 2 - RPRPR 二自由度并联机构, 作为划线机的主机构, 并介绍了其工作原理; 然后分析该机构的位置正逆解、工作空间及奇异性, 最后按该叶片外形轮廓曲线, 运用 Matlab 分析得出了机构划线作业时各输入杆件的运动特性。本文开展的研究工作为后续的实时控制、结构设计、误差分析及工业应用奠定了基础。

## 1 机构的组成及工作原理

二自由度平面并联机构简图如图 1 所示。整个机构主要由 2 个可分别绕定点旋转的转块 A 和 B 两个作往复移动的连杆 PD、PC (均为主动输入杆件, 分别长  $L_1$ 、 $L_2$ )、组合在 2 连杆接触点 P 的末端工作器 (划线头) 及机架组成。转块 A、B 与机架间通过转动副相连, 并分别与连杆 PD、PC 通过移动副相连; 连杆 PD、PC 通过转动副在 P 点相连, 由此组成一平面并联机构。

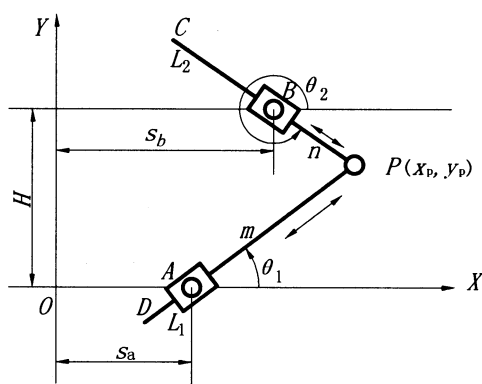


图 1 二自由度平面并联机构简图

Fig. 1 Diagram of the parallel mechanism with 2 - DOF

将机构置于 X - O - Y 坐标平面内, 转块 A、B 旋转中心位置固定, 相距为 H, 且分别距 Y 轴  $s_a$ 、 $s_b$ 。P 点安装可作垂直于 X - O - Y 平面 (Z 方向) 运动的末端工作器 (划线工作头)。

机构工作时, 连杆 PC、PD 分别作为主动输入构件, 在原动机的驱使下在转块 B、A 中往复可控式穿行 (穿行轨迹始终通过转块旋转中心), 即杆段 PB、PA 的长度不断发生变化 (转块 B、A 也分别随之转动), 从而驱使点 P 在 X - O - Y 平面内作任意可控式曲线运动。同时, 安装在点 P 上的 Z 方向末端执行器 (划线工作头) 作上下可控移动, 即可实现待加工工件的空间划线工作。而且当 H、PA、PB 的长度足够长, 理论上可完成任意大尺寸工件的划线工作。

## 2 运动学分析

### 2.1 运动学正解

已知 PA、PB 的长  $m$ 、 $n$ , 求解 P 点位置 ( $x_p$ ,  $y_p$ )。

采用矢量法, 可得机构运动学矢量方程如下:

$$\mathbf{H} + \mathbf{s}_b + \mathbf{n} = \mathbf{s}_a + \mathbf{m}$$

可得末端执行点 P 的位置正解:

$$\begin{cases} x_p = s_a + m \cos \theta_1 \\ y_p = m \sin \theta_1 \\ \theta_1 = 2 \arctan \left( \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right) \\ \theta_2 = \arctan \left( \frac{m \sin \theta_1 - H}{s_a - s_b + m \cos \theta_1} \right) \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$\begin{cases} A = 2m(s_a - s_b) - (s_a - s_b)^2 - m^2 - H^2 + n^2 \\ B = 4mH \\ C = -2m(s_a - s_b) - (s_a - s_b)^2 - m^2 - H^2 + n^2 \end{cases}$$

### 2.2 运动学逆解

已知 P 点位置 ( $x_p$ ,  $y_p$ ), 求解 PA、PB 的长  $m$ 、 $n$ 。

由图 1 可得末端执行点 P 的位置逆解:

$$\begin{cases} m = \sqrt{(x_p - s_a)^2 + y_p^2} \\ n = \sqrt{(H - y_p)^2 + (x_p - s_b)^2} \end{cases} \quad (2)$$

## 3 工作空间分析

工作空间为划线头 (机构末端执行点 P) 在运动平面内所能到达的所有位置的集合, 是衡量机构末端执行点工作范围及划线装置技术性能的一个重要指标 [4-5]。

考虑到本机构结构相对简单, 因而采用直观性较强的图解法进行分析。由运动学方程可知, 转块的位置  $s_a$ 、 $s_b$  是给定的, 机构的工作空间是以 A ( $s_a$ , 0) 为圆心  $L_1$  为半径的圆与以 B ( $s_b$ , H) 为圆心  $L_2$  为半径的圆的交集。划线头的工作空间示意图如图 2 所示。

在图 2 中, 设两转块中心距为  $s$ , 当  $H \leq s < L_1 + L_2$  时, 分别以两转块中心为圆心, 各自杆长为半径的两圆才有交集; 设两转块中心 x 轴方向相距为  $s_x$ , y 轴方向相距为  $s_y$  ( $s_y = H$ ), 则有  $H^2 \leq s_x^2 + s_y^2 < (L_1 + L_2)^2$ ,

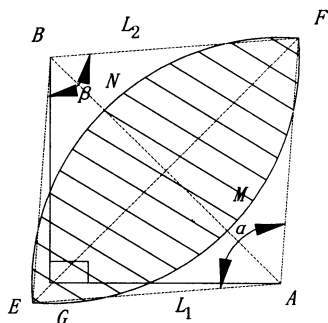


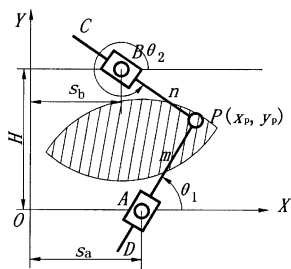
图 2 工作空间 (图中阴影部分) 示意图 A

Fig. 2 Analysis of workspace of the mechanism (the shadow area)

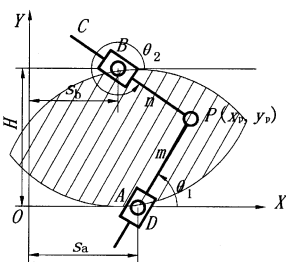
即当  $0 \leq s_x < \sqrt{(L_1 + L_2)^2 - H^2}$  时, 两圆才有交集。当  $s_x = 0$  时, 即  $s_a = s_b$  时阴影面积最大。其阴影部分最大面积为:

$$S_{\text{阴影}} = \left[ \frac{\pi L_1^2 \arccos\left(\frac{H}{2L_1}\right)}{180} - \frac{1}{2} L_1^2 \sin\left(2\arccos\left(\frac{H}{2L_1}\right)\right) \right] + \left[ \frac{\pi L_2^2 \arccos\left(\frac{H}{2L_2}\right)}{180} - \frac{1}{2} L_2^2 \sin\left(2\arccos\left(\frac{H}{2L_2}\right)\right) \right] \quad (5)$$

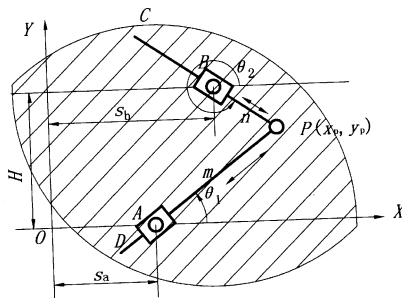
由式 (5) 可知, 影响工作空间的主要因素是杆长  $L_1$ 、 $L_2$  和  $H$ 。为便于分析, 不妨设  $L_1 = L_2$ , 则可得点  $P(x_p, y_p)$  分别在  $L_1 = L_2 > H$ 、 $L_1 = L_2 = H$ 、 $L_1 = L_2 < H$  三种情形下的工作空间 (图中阴影部分) (如图 3 (a) - (c) 所示), 即划线头的实际工作范围。



(a)  $L_1 = L_2 < H$



(b)  $L_1 = L_2 = H$



(c)  $L_1 = L_2 > H$

图 3 工作空间

Fig. 3 Analysis of workspace of the mechanism

由图 3 可知, 在其他条件相同的情况下,  $L_1 = L_2 > H$  时, 工作空间最大。即在实际应用中, 该机构满足  $L_1 = L_2 > H$  且  $s_a = s_b$  时, 可得到最大化的可利用工作空间。

## 4 奇异性分析

奇异性是机构的固有特性, 机构处于奇异位形时, 将会失去控制, 稳定性也将随之下降, 因此在机构设计、应用时应尽量避免奇异位形<sup>[6]</sup>。对本机构, 建立输入、输出速度向量关系影响系数的雅克比矩阵, 并通过判别其行列式值是否为零讨论机构的奇异性<sup>[7]</sup>。按机构运动学模型, 建立机构的位置方程:

$$\begin{cases} (x - s_a)^2 + y^2 = m^2 \\ (x - s_b)^2 + (y - H)^2 = n^2 \end{cases} \quad (6)$$

式中  $(x, y)$  为末端执行点  $P$  的直角坐标。

对时间  $t$  求导得:

$$\begin{cases} (x - s_a) \cdot \dot{x} + y \cdot \dot{y} = m \cdot \dot{m} \\ (x - s_b) \cdot \dot{x} + (y - H) \cdot \dot{y} = n \cdot \dot{n} \end{cases} \quad (7)$$

并整理成如下形式:

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} \dot{m} \\ \dot{n} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  为机构正、反雅克比矩阵<sup>[8]</sup>, 可表示为:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x - s_a & y \\ x - s_b & y - H \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix} \quad (8)$$

则

$$\begin{bmatrix} x - s_a & y \\ x - s_b & y - H \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{m} \\ \dot{n} \end{pmatrix} \quad (9)$$

令  $\det(\mathbf{A}) = 0$ , 可得矩阵  $\mathbf{A}$  行列式解的集合为:

$$M = \{ (x - s_a)(y - H) - y(x - s_b) = 0 \} \quad (10)$$

进一步化简可得:

$$M = \{ (x - s_a)H - (s_a - s_b)y = 0 \} \quad (11)$$

令  $\det(\mathbf{B}) = 0$ , 可得矩阵  $\mathbf{B}$  行列式解的集合为:

$$N = \{ mn = 0 \} \quad (12)$$

当矩阵  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  中至少有一个为奇异矩阵时 (行列式值为 0), 将出现机构的奇异位形。由此可将奇异位形分为 3 类:

1) 奇异位形 I:  $\det(\mathbf{A}) = 0$  且  $\det(\mathbf{B}) \neq 0$ 。该类奇异为末端执行点处于工作空间的边界或位置逆解数发生变化时的位形, 即机构处于死点或

自由度发生变化的位置。此时,  $m \neq 0$  且  $n \neq 0$ , 两连杆处于拉直共线位置 (如图 4 所示)。

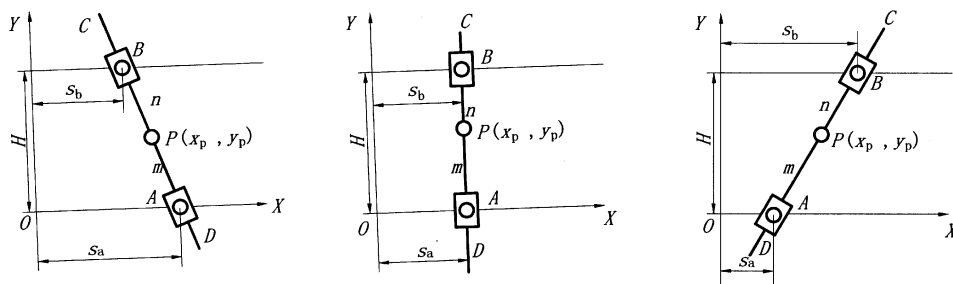


图 4 奇异位形 I

Fig. 4 The first kind of singularity

2) 奇异位形 II:  $\det(\mathbf{B}) = 0$  且  $\det(\mathbf{A}) \neq 0$ 。该类奇异为闭环机构所特有, 此时驱动杆件被固定, 但末端执行点仍可局部自由运动, 机构失去刚度, 即无法承受任何负载。该类奇异发生时,  $m = 0$  或  $n = 0$ ,  $s_a \neq s_b$ , 表明 2 个并联分支中至少 1 个分支的末端执行点与转块距离为 0 (如图 5 所示)。

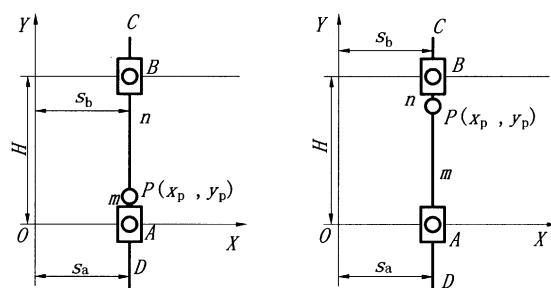


图 6 奇异位形 III

Fig. 6 The third kind of singularity

由上述奇异性分析可知, 将机构实际工作空间布置于机构一侧, 设定结构参数:  $L_1 = L_2 > H$  且  $s_a = s_b = 0$ , 并以转块 A 为坐标原点建立直角坐标系, 可有效避免奇异位形。

## 5 叶片的曲线拟合及机构的轨迹规划

以 16 寸工业风机叶片 (如图 7 所示) 为研究对象, 按叶片外形尺寸, 确定机构的实际工作空间, 取机构的结构参数为  $L_1 = L_2 = 400\text{mm}$ ,  $s_a = s_b = 0$ ,  $H = 317\text{mm}$ 。为了得到划线机完成叶片划线时两输入杆的运动规律, 具体步骤如下:

1) 利用三坐标测量机实测出叶片外形轮廓上多点的坐标 (如图 8 所示), 并将这些坐标转换为实际工作空间里的点坐标;

2) 该叶片轮廓曲线是由 2 段直线和 4 段圆弧组成, 根据各段特点取点计算得出 6 段曲线方程, 并根据曲线方程画出曲线 (实线) 与实测叶片外形轮廓线 (虚线) 进行对比, 结果如图 9 所示;

3) 奇异位形 III:  $\det(\mathbf{A}) = 0$  且  $\det(\mathbf{B}) = 0$ 。该类奇异只有当奇异 I、II 同时发生时才会出现, 即同时满足式 (11)、(12), 该类奇异不仅依赖于机构位姿, 而且还与机构结构参数有关, 处于该奇异时, 机构将失去自由度 (如图 6 (a)、(b) 所示)。

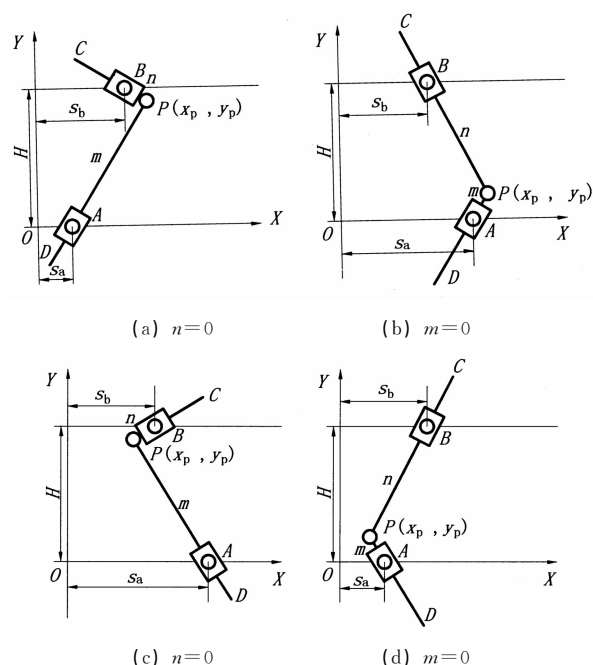


图 5 奇异位形 II

Fig. 5 The second kind of singularity

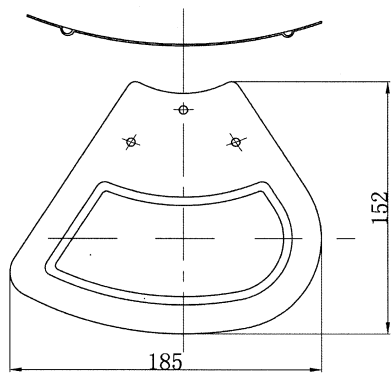


图 7 16 吋工业风机叶片

Fig. 7 The 16 inch industrial fan blade

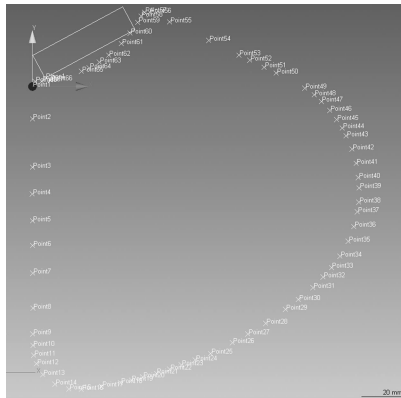


图 8 叶片外形实测点坐标

Fig. 8 The measured discrete points of the blades' outline

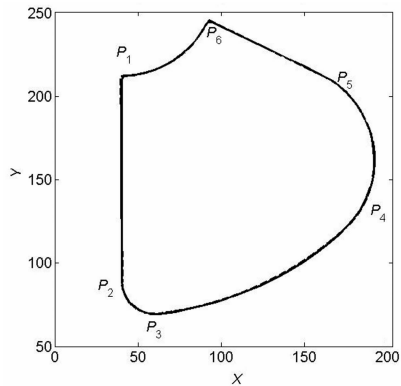


图 9 叶片外形实际曲线与逼近曲线的对比

Fig. 9 The contrast figure between the actual curve outline and the fitted curve of the blade

3) 以 0.5mm 的插补精度对 6 段曲线分别进行直线插补，得出每段曲线的插补序列；

4) 将每段的插补序列代入运动学反解方程式 (2) ~ (4) 转换得出划线机完成整个叶片划线时两驱动杆伸长量的运动规律；

5) 根据 2 驱动杆的运动规律控制各自电机实现划线机完成叶片轨迹的运动。

6 结 论

1) 针对工业风机叶片划线工艺，提出一种 2 - RPRPR 并联机构，据此构建划线装置以代替传统的手工划线，以提高划线效率和改善划线质量；

2) 通过对机构进行运动性能分析，表明该机构具有结构简单、正反解求解容易、工作空间大、奇异位置易避免等优点；

3) 以 16 寸风机叶片边界曲线划线为例，利用轨迹规划换算到 2 驱动杆伸长量的运动规律，为其实际应用奠定基础。

参考文献：

[1] 孙庚午. 工具钳工手册 [M]. 郑州: 河南科学技术出版社, 2009: 216 - 220.

[2] 徐鹏云. 三坐标划线机控制系统设计 [D]. 保定: 河北农业大学, 2009: 1 - 7.

[3] 熊建国. 工业机器人的应用和发展趋势 [J]. 科技天地, 2009 (1): 166 - 167.

[4] 赵晓明, 张蕾. 并联机床的工作空间及其近似表示方法 [J]. 上海交通大学学报, 2004, 38 (6): 1007 - 1016.

[5] 钟勇, 朱建新. 一种新的机器人工作空间求解方法 [J]. 机床与液压, 2004 (4): 66 - 67.

[6] 从爽, 马翔, 张耀新. LMI 在并联机构的奇异性、灵巧度及刚度分析与设计中的应用 [J]. 机械设计, 2005, 22 (12): 10 - 12.

[7] 徐宗刚, 郝秀清, 董敏, 等. 3 - PCR 并联机构的奇异性分析 [J]. 山东理工大学学报, 2009, 23 (1): 17 - 20.

[8] 尹洪波, 朱帅帅, 邓嘉鸣, 等. 新型并联运动贴装机器人的研制 [J]. 常州大学学报 (自然科学版), 2013 (4): 25 - 31.