

文章编号:2095-0411(2016)02-0083-05

基于 Jerk 形式的多涡卷混沌电路

俞 清,姜 盼,陆 菱,包伯成

(常州大学 信息科学与工程学院,江苏 常州 213164)

摘要:基于 Jerk 形式的混沌电路(简称为 Jerk 混沌电路)拓扑结构简单,易于物理实现,在信息工程领域具有广泛的应用潜力。采用三角函数芯片实现非线性正弦函数运算,设计了一个简单的 Jerk 混沌电路,并由实验测量获得了复杂的多涡卷混沌吸引子。借助于常规的动力学分析手段,分析了相应 Jerk 方程所表示系统的动力学特性,从理论上说明了该电路确实可生成多涡卷混沌吸引子。

关键词:Jerk 混沌电路;多涡卷混沌吸引子;动力学特性

中图分类号:TQ 316.334

文献标志码:A

doi:10.3969/j.issn.2095-0411.2016.02.016

Jerk-Type Based Multi-Scroll Chaotic Circuit

YU Qing,JIANG Pan,LU Ling,BAO Bocheng

(School of Information Science and Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

Abstract: With simple topological structure and easier physical implementation, Jerk-type based chaotic circuit (simplified as Jerk chaotic circuit) has wide application potentials in the field of information engineering. By employing a trigonometric function chip to perform nonlinear sine function operation, a simple Jerk chaotic circuit is designed, upon which complex multi-scroll chaotic attractors are captured by experimental measurements. By means of conventional dynamical analysis methods, dynamical characteristics of the system described by the corresponding Jerk equation are analyzed, which theoretically illustrates that this circuit can indeed generate multi-scroll chaotic attractors.

Key words: Jerk chaotic circuit; multi-scroll chaotic attractor; dynamical characteristic

由于多涡卷混沌吸引子有着更为复杂的拓扑结构^[1],在混沌压缩感知、混沌雷达、混沌保密通信等信息工程领域具有潜在的应用价值^[2],因此它的生成模型与电路实现一直是混沌研究的热点。近年来,关于多涡卷混沌系统的生成模型得到了众多学者的广泛关注,并取得了大量的研究成果^[3-9]。基于归一化 Chua's 电路方程,通过增加非线性函数曲线的转折点,文献[3]最早发现了多涡卷混沌吸引子,文献[4]从物理电路中捕获到了多涡卷吸引子;基于归一化 Colpitts 电路方程,文献[5-6]采用三角形函

数或锯齿函数替换原方程中的指数函数得到了多涡卷混沌吸引子;基于一些类 Lorenz 混沌系统,文献[7-8]通过设计复杂的分段线性函数改造原有非线性函数获得了一类多翼蝴蝶型混沌吸引子;而文献[9]则基于 Jerk 系统,通过分别引入电流磁滞函数和电压饱和函数,实验获得了 2 类多方向多涡卷混沌吸引子。不管基于哪一类的生成模型,实现电路一般采用模块化设计,分成系统基本模型模块和非线性函数模块^[9],电路设计复杂,实验调试难度大。因此,如何采用一个简单的物理电路即能产生多涡

收稿日期:2015-03-12。

基金项目:国家自然科学基金(51277017);江苏省自然科学基金(BK2012583)。

作者简介:俞清(1992—),男,江苏南通人,本科生。通讯联系人:包伯成(1965—),E-mail:baobc@cczu.edu.cn

卷混沌吸引子仍是目前的关键科学问题。

一类基于 Jerk 形式的混沌电路及其方程^[10-11]有着简单、易物理实现、易数学解析、通用性较强等特点,适用于在科研教学过程中进行混沌现象的实验演示。文献[4]利用正弦函数替换 Chua's 电路方程中的分段线性函数,并采用三角函数芯片替换物理电路中的 Chua's 二极管,数值仿真和实验测量获得了多涡卷混沌吸引子。该电路较为简单,也容易实现,但不具有通用性。本文设计了一个多涡卷 Jerk 混沌电路并开展了相应的实验研究。首先引入三角函数芯片构成的正弦函数运算电路,实现 Jerk 形式电路的非线性反馈;其次基于多涡卷 Jerk 混沌电路,导出对应的 Jerk 系统方程;最后对系统进行常规的动力学特性分析,从理论上说明本文所提出的多涡卷 Jerk 混沌电路是有效可行的。

1 多涡卷 Jerk 混沌电路

一种新颖的采用三角函数芯片实现非线性正弦函数运算的 Jerk 多涡卷混沌电路如图 1 所示。电路由 3 个级联的有源积分器、3 个线性反馈回路和 1 个非线性反馈回路相互连接而成。非线性反馈回路是一个正弦函数电路,其核心部分为图 1 中 U_5 标识的芯片,采用商业级 AD639 三角函数芯片^[4]。

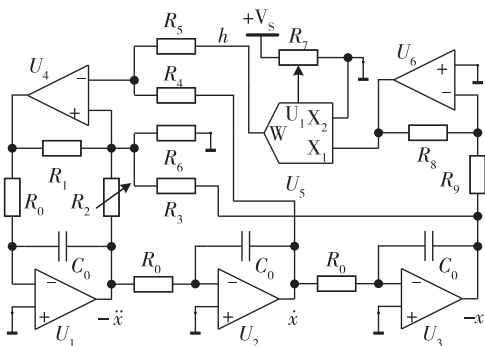


图 1 多涡卷 Jerk 混沌电路原理图

Fig.1 Diagram of multi-scroll Jerk chaotic circuit

如图 1 所示的电路参数分别为: $R_0 = 40\text{k}\Omega$ 、 $C_0 = 33\text{nF}$ 、 $R_1 = R_7 = R_9 = 10\text{k}\Omega$ 、 $R_2 = 50\text{k}\Omega$ 、 $R_3 = 500\text{k}\Omega$ 、 $R_4 = R_6 = 25\text{k}\Omega$ 、 $R_5 = 54\text{k}\Omega$ 、 $R_8 = 40\text{k}\Omega$, 运算放大器采用 OP07CP, 工作电压为 $\pm 15\text{V}$ 。AD639 芯片的 X_1 端输入为 $-ex$, 其增益 $e = R_8/R_9$; W 端输出为 $h = -d \sin ex$, 这里参数 d 由可变电阻 R_7 进行调整, 当工作电压为 $\pm 15\text{V}$ 时, $d = R_1/R_5 = 1.233\% \times 15 = 0.185$ 。因此, 图 1 中的电路方程可表示为:

$$\ddot{x}(t) = -\frac{R_1}{R_2}\ddot{x}(t) - \frac{R_1}{R_4}\dot{x}(t) - \frac{R_1}{R_3}x(t) - \frac{R_1}{R_5}\sin\left(\frac{R_8}{R_9}x(t)\right) \quad (1)$$

即有

$$\ddot{x} = -a\ddot{x} - b\dot{x} - cx - d \sin ex \quad (2)$$

式中: $a = R_1/R_2 = 0.2$, $b = R_1/R_4 = 0.4$, $c = R_1/R_3 = 0.02$, $d = R_1/R_5 = 0.185$, $e = R_8/R_9 = 4$ 。需说明的是, a 和 b 用于调节系统 2 的动力学特性, 而 c 和 e 分别用于控制混沌吸引子的涡卷数量和混沌信号的动态幅度。

调节可变电阻 R_2 的阻值, 由数字示波器 Tektronix TDS3034c 截取实验波形, 当 R_2 为 $50\text{k}\Omega$ 时, 图 1 所示多涡卷 Jerk 混沌电路 U_3 输出端电压 V_3 、 U_2 输出端电压 V_2 和 U_1 输出端电压 V_1 两两构成的相轨图分别如图 2(a) 和 2(b) 所示, 该结果为一个 3 涡卷混沌吸引子。当 R_2 分别为 $100\text{k}\Omega$ 、 $33.33\text{k}\Omega$ 、 $20\text{k}\Omega$ 和 $16.67\text{k}\Omega$ 时, 多涡卷 Jerk 混沌电路的 V_3 与 V_2 的相轨图分别如图 3(a)~3(d) 所示。结果表明, 随着 R_2 逐渐增大, 多涡卷 Jerk 混沌电路可呈现出多涡卷混沌吸引子和不同周期的极限环。

2 系统模型与吸引子

式(2)所表示的 Jerk 方程是一个简单的三阶常微分方程, 具有一个非线性正弦函数项, 也可表示为

$$\ddot{x} + a\ddot{x} + b\dot{x} + cx + d \sin ex = 0 \quad (3)$$

式中: a 、 b 、 c 、 d 、 e 为系统参数。若 x_1 、 x_2 、 x_3 表示系统 3 在相空间中的 3 个状态变量, 则式(3)可改写成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = -ax_3 - bx_2 - cx_1 - d \sin ex_1 \end{cases} \quad (4)$$

选择 $a = 0.2$ 、 $b = 0.4$ 、 $c = 0.02$ 、 $d = 0.185$ 、 $e = 4$, 系统 4 可生成一个涡卷数量为 3 的多涡卷混沌吸引子, 在 x_1x_2 和 x_1x_3 平面上的投影分别如图 4(a) 和 4(b) 所示。

3 动力学行为分析

令 $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0$ 。在 $-3 \leq x_1 \leq 3$ 区间内, 基于典型参数 $a = 0.2$ 、 $b = 0.4$ 、 $c = 0.02$ 、 $d = 0.185$ 、 $e = 4$, 系统 4 有 7 个平衡点, 分别为 $S_0(0, 0, 0)$ 、 $S_{1\pm}(\pm 0.8072, 0, 0)$ 、 $S_{2\pm}(\pm 1.5293, 0, 0)$ 和 $S_{3\pm}(\pm 2.4224, 0, 0)$ 。系统 4 在平衡点 $\bar{S} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$ 处的雅可比矩阵为:

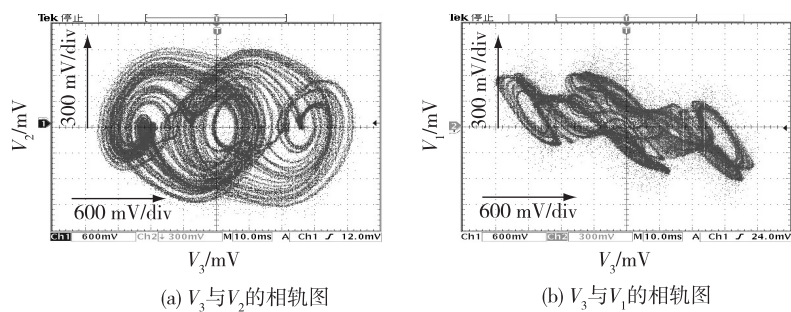


图 2 典型参数时的实验测量结果

Fig.2 Experimental measurements of typical parameters

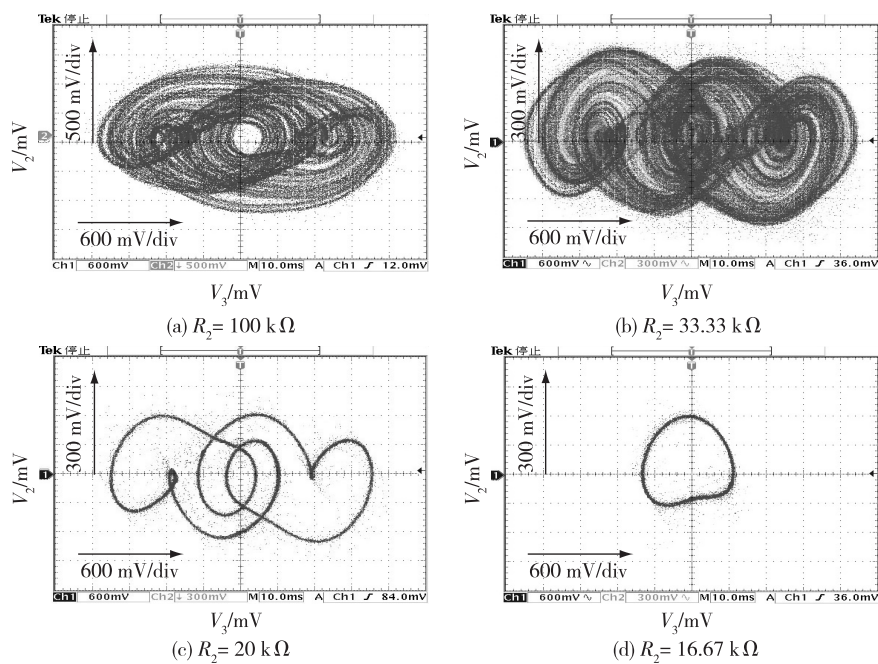
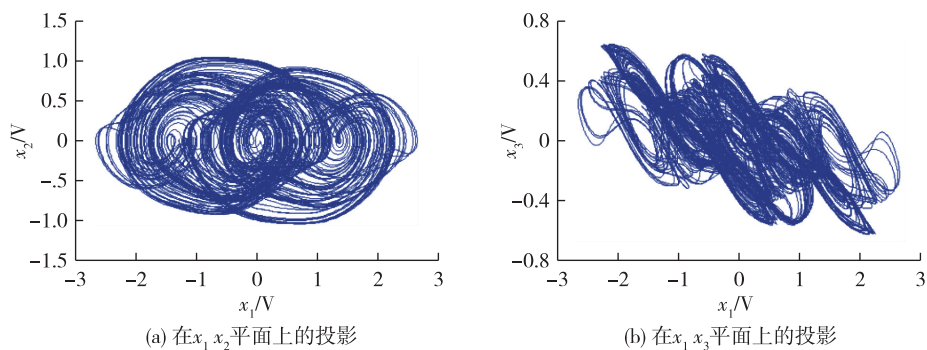
图 3 不同 R_2 时的实验相轨图Fig.3 Experimental phase diagram with different R_2 

图 4 多涡卷 Jerk 混沌系统的典型吸引子

Fig.4 Typical attractor of multi-scroll Jerk chaotic system

$$\mathbf{J}_{\bar{s}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -c - d \cos \bar{x}_1 & -b & -a \end{bmatrix} \quad (5)$$

特征根方程

$$f(\lambda) = \lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c + d \cos \bar{x}_1 = 0 \quad (6)$$

式(6)的 3 个特征根取决于 \bar{x}_1 的值。

当 $a=0.2, b=0.4, c=0.02, d=0.185, e=4$ 时, 由式(6)可计算得到各平衡点处系统 4 的特征根分别为:

$$S_0: \lambda_{1,2} = 0.3088 \pm j0.8998, \lambda_3 = -0.8177$$

$$S_{1\pm}: \lambda_1 = 0.6982, \lambda_{2,3} = -0.4491 \pm j0.9085$$

$$S_{2\pm}: \lambda_{1,2} = 0.3112 \pm j0.9028, \lambda_3 = -0.8224$$

$$S_{3\pm}: \lambda_1 = 0.6874, \lambda_{2,3} = -0.4437 \pm j0.9017$$

由此可知, S_0 和 $S_{2\pm}$ 为 3 个不稳定的指数 2 平衡点, 而 $S_{1\pm}$ 和 $S_{3\pm}$ 为 4 个不稳定的指数 1 平衡点。因此, 系统 4 在 $-3 \leq x_1 \leq 3$ 区间内有 7 个平衡点, 其中 3 个平衡点为指数 2 的鞍焦, 可形成 3 个的涡卷混沌吸引子。

在参数 $b=0.4, c=0.02, d=0.185, e=4$ 的条件下, 系统 4 随参数 a 变化的 Lyapunov 指数谱和状态变量 x_1 的分岔图分别如图 5(a) 和 5(b) 所示。从图中可知, 当参数 a 逐步减小时, 系统 4 的运行轨道由最初的周期 1 轨道在 $a=0.53$ 时裂变成多周期轨道, 并在 $a=0.4$ 附近经 Hopf 分岔后形成多涡卷混沌轨道, 最大 Lyapunov 指数从 0 变成了正值。明显地, 在混沌区域内有着 2 个较窄的周期窗, 在周期窗内最大 Lyapunov 指数从正值下降到 0, 然后重新回到正值。

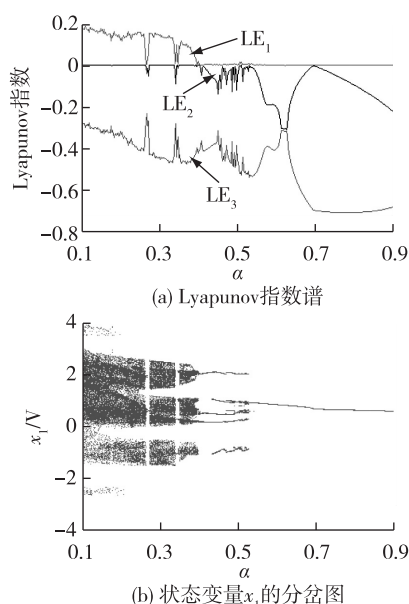


图 5 系统 4 随参数 a 变化的动力学行为

Fig.5 Dynamic behaviors of system 4 with the change of parameters a

当参数 a 分别选取 0.1、0.3、0.5 和 0.6 时, 系统(4)所生成的混沌吸引子和周期极限环在 x_1x_2 平面上的投影分别如图 6(a)~6(d) 所示。图 6(a) 和

6(b) 为 2 个不同动态幅度的 3 涡卷混沌吸引子, 图 6(c) 为多周期极限环, 图 6(d) 为单周期极限环。随着参数 a 不断增大, 混沌吸引子和周期极限环的动态幅度不断减小。

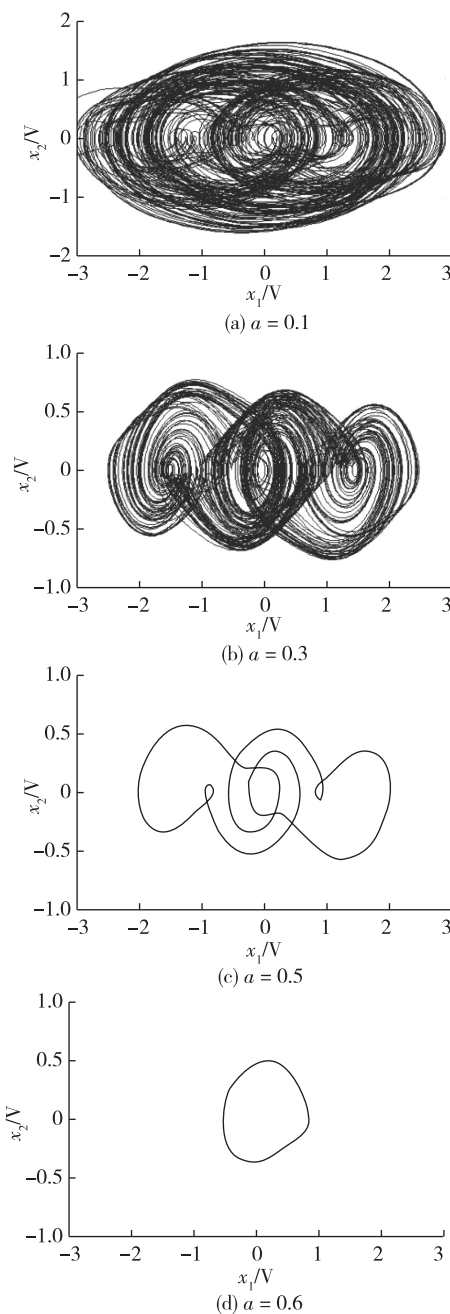


图 6 不同参数 a 时在 x_1x_2 平面上的投影

Fig.6 Projection on x_1x_2 plane with different parameters a

图 4 和图 6 的数值仿真结果与图 2 和图 3 所示的实验测量结果一致, 从理论上说明所提出的多涡卷 Jerk 混沌电路确实可生成多涡卷混沌吸引子。

4 结 论

多涡卷混沌吸引子的生成电路形式很多,其中最为简单且易物理实现的是基于Jerk形式的多涡卷混沌电路。基于一个简单的Jerk电路,通过引入由三角函数芯片实现非线性正弦函数运算的反馈电路,提出了一个新的多涡卷Jerk混沌电路。采用数字示波器进行实验测量,从多涡卷Jerk混沌电路中截取到了复杂的3涡卷混沌吸引子。此外,Jerk系统随着参数变化时存在混沌、周期以及周期窗等复杂动力学行为。Jerk系统的动力学特性理论分析说明了本文所提出的Jerk电路确实可生成多涡卷混沌吸引子。

参考文献:

- [1]YALCIN M. Increasing the entropy of a random number generator using n -scroll chaotic attractors[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2007, 17(12): 4471-4479.
- [2]LIU Z, CHEN S Y, XI F. A compressed sensing framework of frequency-sparse signals through chaotic system[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2012, 22(6): 1250151.
- [3]SUKENS J A K, VANDEWALLE J. Generation of n -double scrolls ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$)[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications, 1993, 40(11): 861-867.

- [4]TANG W K S, ZHONG G Q, CHEN G, et al. Generation of N -scroll attractors via sine function[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications, 2001, 48(11): 1369-1372.
- [5]包伯成, 徐强, 徐煜明, 等. 三维多涡卷Colpitts混沌系统及其数字硬件实现[J]. 电路与系统学报, 2011, 16(1): 69-73.
- [6]BAO B C, ZHOU G H, XU J P, et al. Multi-scroll chaotic attractors from a modified Colpitts oscillator model[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2010, 20(7): 2203-2211.
- [7]LAI Q, GUAN Z H, WU Y H, et al. Generation of multi-wing chaotic attractors from a Lorenz-like system[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2013, 23(9): 1350152.
- [8]黄运. 一类多翼蝴蝶混沌吸引子及其电路实现[J]. 物理学报, 2014, 63(8): 080505.
- [9]YU J H, YU S M, LEUNG H, et al. Experimental verification of multidirectional multiscroll chaotic attractors[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers, 2006, 53(1): 149-165.
- [10]SPROTT J C. A new chaotic jerk circuit[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs, 2011, 58(4): 240-243.
- [11]SRISUCHINWONG B, NOPCHINDA D. Current-tunable chaotic jerk oscillator[J]. Electronics Letters, 2013, 49(9): 587-589.

(责任编辑:李艳)

【上接第49页】

- Hong Kong[J]. Environmental Research, 2012, 94(1): 47-56.
- [4]TOKMAK B, CAPAR G, DILEK F B, et al. Trihalomethanes and associated potential cancer risks in the water supply in Ank-ara, Turkey[J]. Environmental Research, 2004, 96(3): 345-352.
- [5]UYAK V. Multi-pathway risk assessment of trihalomethanes exposure in Istanbul drinking water supplies[J]. Environmental Research, 2006, 32(1): 12-21.
- [6]NAZIR M, KHAN F I. Human health-risk modeling for various exposure routes of trihalomethanes (THMs) in potable water supply[J]. Environmental Modelling & Software, 2006, 21(10): 1416-1429.

- [7]US EPA. Exposure factors hand book[R]. Washington DC: Office of Research and Development US EPA, 1989.
- [8]陈萍萍, 张建英, 金坚袁. 饮用水中卤乙酸和三卤甲烷的形成及影响因素研究[J]. 环境化学, 2005, 24(4): 434-437.
- [9]李源, 张凤娥, 陈春芳, 等. 水厂消毒副产物的变化规律[J]. 常州大学学报(自然科学版), 2013, 25(2): 27-30.
- [10]LII E R B, MARGETAS D, DUGGIRALA R. Ravikrishna D Copper catalysis in chloroform formation during water chlorination[J]. Water Research, 2003, 37(18): 4385-4394.

(责任编辑:李艳)