

文章编号:2095-0411(2016)04-0082-05

四阶忆阻考毕兹混沌振荡器研究

徐 权,林 毅,包伯成,王 宁
(常州大学 信息科学与工程学院,江苏 常州 213164)

摘要:通过在三阶考毕兹混沌振荡器中引入一阶广义忆阻器,提出了一种新颖的四阶忆阻考毕兹混沌振荡器,其中一阶广义忆阻器由二极管桥级联一阶 RC 滤波器构成。建立了忆阻考毕兹混沌振荡器的动力学模型,研究了它的平衡点和稳定性,结果表明:四阶忆阻考毕兹混沌振荡器具有唯一的不稳定鞍焦。进一步开展了依赖于电路元件参数的动力学特性研究。采用理论分析、数值仿真和实验验证相结合的方法,对电路展现出的混沌吸引子、周期极限环等复杂的非线性现象进行了研究,实验结果与数值仿真结果相一致,较好地验证了理论分析结果。

关键词:一阶广义忆阻器;忆阻考毕兹混沌振荡器;动力学行为;非线性现象

中图分类号:O 41

文献标志码:A

doi:10.3969/j.issn.2095-0411.2016.04.015

Research on Fourth-Order Memristive Colpitts Chaotic Oscillator

XU Quan, LIN Yi, BAO Bocheng, WANG Ning

(School of Information Science and Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

Abstract:By introducing first-order generalized memristor into a third-order Colpitts chaotic oscillator, a new fourth-order memristive Colpitts chaotic oscillator is proposed. The first-order generalized memristor is realized by a full-wave rectifier cascaded with a first-order parallel RC filter. The dynamical model of the memristive Colpitts chaotic oscillator is established, upon which the equilibrium point and its stability are studied. The results indicate that the fourth-order colpitts chaotic oscillator has only one unstable saddle-foci. Furthermore, the dynamics depending on circuit element parameter is investigated. The nonlinear phenomena of chaotic oscillations and periodic limit cycle are illustrated by combining the theoretical analysis, numerical simulation and experimental measurement. The experimental measurement and numerical simulation are consistent well, which well verifies the theoretical analysis.

Key words:first-order generalized memristor; memristive Colpitts chaotic oscillator; dynamical behaviour; nonlinear phenomenon

忆阻作为第四种基本电路元件,是一个基本的无源二端电路元件,是描述电荷和磁通^[1]关系的实现电路的基本组成元件。由于忆阻具有特殊的非线性,因此基于忆阻的应用电路容易产生混沌振荡,实

现混沌信号输出,由此极大地激发了研究者对不同忆阻混沌电路设计的研究兴趣。近年来,基于忆阻的混沌电路得到了广泛的研究,并取得了大量的研究成果^[2-6]。

收稿日期:2015-11-13。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51277017);江苏省教育厅自然科学基金面上项目(14JKB430004);常州市基础研究计划(自然科学基金)(CJ20159026)。

作者简介:徐权(1983—),男,江苏赣榆人,博士,讲师,主要从事非线性电路与系统研究。通讯联系人:包伯成(1965—), E-mail: mervinbao@126.com

在诸如经典蔡氏电路^[2-5]、规范蔡氏电路^[6-7]以及改进型蔡氏电路^[8-9]等蔡氏混沌电路中,通过采用具有不同非线性特性的忆阻器^[3,8]替换蔡氏电路中的非线性电阻元件——蔡氏二极管,研究者提出并研究了一系列忆阻蔡氏混沌电路^[2,7]。然而,迄今为止少有研究涉及基于忆阻器的考毕兹混沌振荡器,因此有必要开展忆阻考毕兹混沌振荡器的研究工作。

三阶、四阶或五阶考毕兹振荡器是一个单晶体管实现的反馈振荡电路,广泛应用于电子电路和通信系统中^[10-11]。根据制造工艺的不同,考毕兹振荡器的工作频率可在极低频段至微波级频段的范围内变化^[12],在信息工程应用中有着较为明显的优势。因此,在考毕兹混沌振荡器^[11]中引入忆阻器^[13],构建四阶忆阻考毕兹混沌振荡器具有研究价值。

1 忆阻考毕兹混沌振荡器的数学建模

在三阶考毕兹振荡器中引入图1(a)所示的一阶广义忆阻器,即可构建出一种新颖的四阶忆阻考毕兹混沌振荡器,如图1(b)所示。其中,一阶广义忆阻器为文献^[13]提出,设定一阶广义忆阻器两端输入电压和电流分别为 v_M 和 i_M ,电容 C_0 两端电压为 v_0 ,其数学模型为:

$$i_M = G_M v_M = 2I_{S1} e^{-\rho_1 v_0} \sinh(\rho_1 v_M) \quad (1)$$

$$\frac{dv_0}{dt} = \frac{2I_{S1} e^{-\rho_1 v_0} \cosh(\rho_1 v_M)}{C_0} - \frac{v_0}{R_0 C_0} - \frac{2I_{S1}}{C_0} \quad (2)$$

式中: $\rho_1 = 1/(2n_1 V_T)$, I_{S1} 、 n_1 和 V_T 分别表示二极管反向饱和电流、发射系数和热电压。采用4个1N4148型号的二极管时,二极管参数为 $I_{S1} = 5.84$

$\times 10^{-9}$ A, $n_1 = 1.94$, $V_T = 25$ mV。

另外,忆阻考毕兹混沌振荡器包含了一个非线性元件——NPN双极结型晶体管三极管Q。采用文献^[10]表征晶体管三极管Q的数学模型

$$i_e = I_{S2} (e^{v_{be}/V_T} - 1) = I_{S2} (e^{-\rho_2 v_1} - 1) \quad (3)$$

式中: I_{S2} 、 V_T 分别表示晶体管三极管Q的饱和导通电流和热电压, $\rho_2 = 1/V_T$ 。采用2N2222型号的晶体管三极管时,晶体管三极管参数为 $I_{S2} = 1.87573 \times 10^{-15}$ A, $V_T = 25$ mV。

忆阻考毕兹混沌振荡器含有4个动态元件,分别为电容 C_1 、电容 C_2 、电感 L 和一阶广义忆阻器内部电容 C_0 ,对应的4个状态变量分别为 v_1 、 v_2 、 i_L 和 v_0 。根据基尔霍夫电压、电流定律以及电路元件的本构关系,可建立起相应的状态方程为:

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= \frac{i_L}{C_1} + \frac{I_{S2} (e^{-\rho_2 v_1} - 1)}{(1 + \beta) C_1} - \frac{2I_{S1} e^{-\rho_1 v_0} \sinh[\rho_1 (V_{EE} + v_1)]}{C_1} \\ \frac{dv_2}{dt} &= \frac{i_L}{C_2} - \frac{\beta I_{S2} (e^{-\rho_2 v_1} - 1)}{(1 + \beta) C_2} \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{V_{CC} - i_L R_1 - v_1 - v_2}{L} \\ \frac{dv_0}{dt} &= \frac{2I_{S1} e^{-\rho_1 v_0} \cosh[\rho_1 (V_{EE} + v_1)]}{C_0} - \frac{v_0}{R_0 C_0} - \frac{2I_{S1}}{C_0} \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $\beta = 153.575$,表示晶体管三极管Q理想的最大正向放大倍数。

式(4)常微分方程组所描述的是一个四维非线性系统,基于此系统方程可对忆阻考毕兹混沌振荡器的非线性现象进行理论分析和数值仿真。

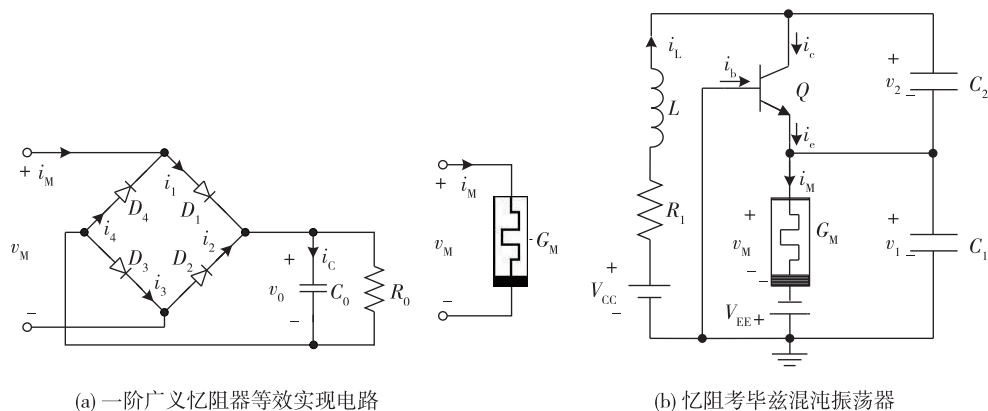


图1 忆阻考毕兹混沌振荡器原理图

Fig.1 Diagram of memristive colpitts chaotic oscillator

2 平衡点与稳定性

2.1 平衡点

令式(4)的等式右边为 0。利用图解分析方法^[14],选取图 1 的电路元件参数和外加的直流电压偏置参数见表 1。因此,由表 1 的电路参数值可得式(4)唯一的平衡点

$$S = (-0.729\ 9, 5.439\ 9, 0.008\ 2, 2.898\ 1) \quad (5)$$

表 1 忆阻考毕兹混沌振荡器的典型电路元件参数

Table 1 Typical parameters of circuit elements in memristive colpitts chaotic oscillator

电路元件	含义	典型值
C_0	电容	$2.2\ \mu\text{F}$
C_1, C_2	电容	$4.7\ \mu\text{F}$
L	电感	$8\ \text{mH}$
R_0	电阻	$350\ \Omega$
R_1	电阻	$35\ \Omega$
V_{CC}	直流电压	$5\ \text{V}$
V_{EE}	直流电压	$-5\ \text{V}$

由上述分析可知,忆阻考毕兹混沌振荡器有唯一的平衡点。由式(4)可得该平衡点的值主要取决于指定的电路参数 R_0 和 R_1 , 完全不同于常规的忆阻混沌电路^[2]具有的线平衡点或者平衡点集。

2.2 雅可比矩阵

设式(4)的平衡点为 $\bar{S} = (\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{i}_L, \bar{v}_0)$ 。在平衡点附近的雅可比矩阵可表示为

$$J = \begin{bmatrix} -\frac{2a_1b_1}{C_1} - \frac{a_2}{(1+\beta)C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & \frac{2a_1b_2}{C_1} \\ \frac{a_2\beta}{(1+\beta)C_2} & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \\ -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & -\frac{R_1}{L} & 0 \\ \frac{2a_1b_2}{C_0} & 0 & 0 & -\frac{2a_1b_1}{C_0} - \frac{1}{R_0C_0} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: $a_1 = \rho_1 I_{S1} e^{-\rho_1 v_0}$, $a_2 = \rho_2 I_{S2} e^{-\rho_2 v_1}$, $b_1 = \cosh[\rho_1(V_{EE} + v_1)]$, $b_2 = \sinh[\rho_1(V_{EE} + v_1)]$ 。

由式(6),可得相应的特征多项式方程为

$$\det(1\lambda - J) = 0 \quad (7)$$

由表 1 电路元件参数,可计算得到平衡点 S 处 4 个特征根分别为

由图 4(a)可知,当参数 R_0 增大时,可观察到忆

$$\lambda_{1,2} = 2\ 885 \pm j10\ 593, \lambda_3 = -58\ 045,$$

$$\lambda_4 = -10\ 835$$

由此可知,图 1 所示的忆阻考毕兹混沌振荡器有 2 个带正实部的共轭复根和 2 个负实根。因此,平衡点 S 是一个不稳定的鞍焦,从而忆阻考毕兹混沌振荡器可形成单涡卷混沌吸引子。

3 典型混沌吸引子

3.1 数值仿真

选取表 1 所示的忆阻考毕兹混沌振荡器的电路元件参数,并采用 4 个 1N4148 型号的二极管和一个 2N2222 型号的晶体三极管。当 4 个状态变量的初始值分别设定为 $v_1(0) = 0.01\text{V}$ 、 $v_2(0) = 0\text{V}$ 、 $i_L(0) = 0\text{A}$ 和 $v_0(0) = 0\text{V}$ 时,图 1 所示的忆阻考毕兹混沌振荡器在典型电路元件参数下处于混沌状态,呈现出单涡卷混沌吸引子,如图 2 所示。相应地,4 个 Lyapunov 指数分别为 $L_1 = 586$, $L_2 = -10.9$, $L_3 = -5\ 535.6$ 和 $L_4 = -65\ 312.3$ 。

3.2 实验验证

基于图 1 的忆阻考毕兹混沌振荡器,进行电路制作和实验观察。实验电路选用精密可调电阻、独石电容、手工绕制电感、1N4148 型号的二极管和 2N2222 型号的双极性晶体三极管,工作电压为 $\pm 5\text{V}$ 。采用 Tektronix DPO3034 数字存储示波器捕获测量波形,所用电流探头由 Tektronix TCP312 和 Tektronix TCPA300 组合实现。为了满足电流探头的测量范围,并达到一定的测量精度和效果,进行电流检测时,把测量导线在电流探头上缠绕 10 匝,可将电流测量值提高至原电流幅值的 10 倍,实现较小幅值电流波形的物理测量。在典型电路元件参数下,忆阻考毕兹混沌振荡器工作在混沌振荡状态,其相轨图在不同相平面上的实验测量结果如图 3 所示。

4 动力学行为分析

以电路参数 R_0 为分岔参数。当 R_0 在 $100 \sim 900\ \Omega$ 范围内发生变化时,忆阻考毕兹混沌振荡器的状态变量 v_1 的分岔图及其相应的 Lyapunov 指数谱分别如图 4(a)和 4(b)所示。为清晰起见,在图 4(b)中只给出了前三根 Lyapunov 指数。

阻考毕兹混沌振荡器存在混沌、周期和逆倍周期分

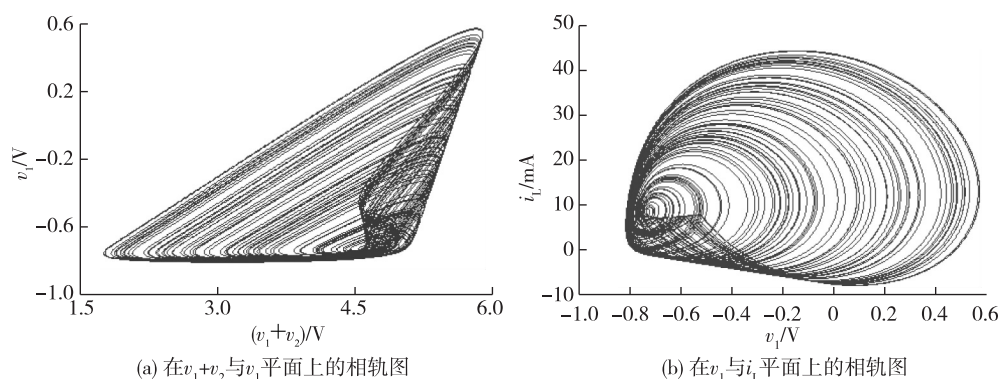


图 2 忆阻考毕兹混沌振荡器典型混沌吸引子的数值仿真

Fig.2 Numerical simulation of typical chaotic attractors in memristive colpitts chaotic oscillator

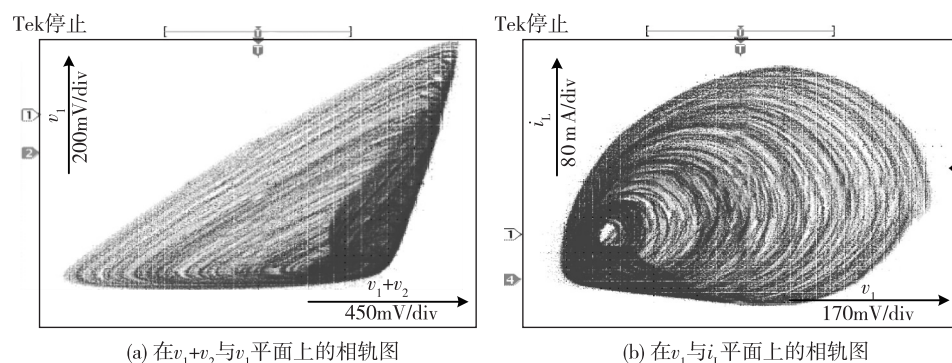
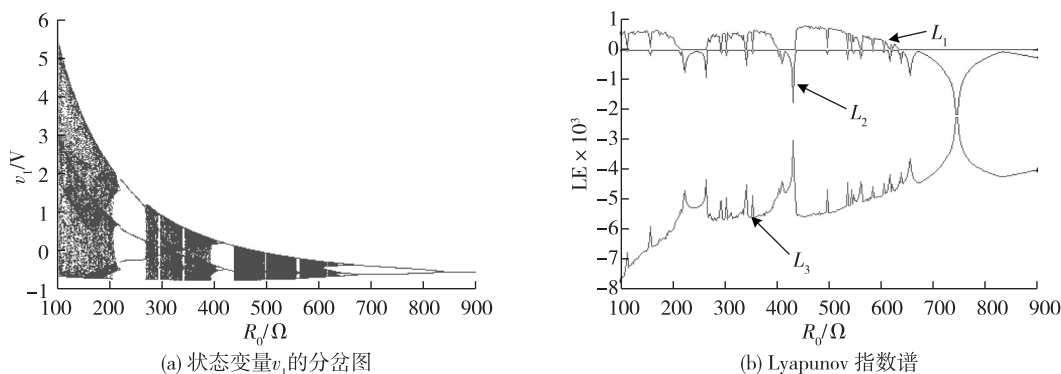


图 3 忆阻考毕兹混沌振荡器典型混沌吸引子的实验测量

Fig.3 Experimental results of typical chaotic attractors in memristive colpitts chaotic oscillator

图 4 忆阻考毕兹振荡器随参数 R_0 变化的动力学行为Fig.4 Dynamic behaviors of memristive colpitts chaotic oscillator with the change of parameters R_0

岔等动力学行为和混沌吸引子、周期极限环等非线性现象。同时,在混沌区域还存在若干窄周期窗行为。相应地,从图 4(b)可知,当 R_0 在 $100 \sim 216\Omega$ 时, $L_1 > 0$ 且 $L_2 = 0$,忆阻考毕兹混沌振荡器运行在混沌轨道上;当 R_0 在 $216 \sim 266\Omega$ 、 $404 \sim 436\Omega$ 和 $634 \sim 900\Omega$ 时, $L_1 = 0$ 且 $L_2 < 0$,忆阻考毕兹混沌振荡器运行在周期轨道上;当 R_0 在 $266 \sim 404\Omega$ 和 $436 \sim 634\Omega$ 时, $L_1 > 0$ 且 $L_2 = 0$,忆阻考毕兹混沌

振荡器主要运行在混沌轨道上,但也存在若干窄周期窗,对应 $L_1 = 0$ 且 $L_2 < 0$ 。比较 R_0 增大时的分岔图和 Lyapunov 指数谱,可发现两者表示的动力学行为是一致的。显然,与四阶考毕兹混沌振荡器的动力学特性作比较^[11],四阶忆阻考毕兹混沌振荡器有着良好的混沌鲁棒性。

5 结 论

基于一阶广义忆阻器和三阶考毕兹混沌振荡器,实现了一种新颖的四阶忆阻考毕兹混沌振荡器。对该忆阻考毕兹混沌振荡器进行了动力学建模,并开展了相应的平衡点、稳定性和非线性行为等理论分析。对忆阻考毕兹混沌振荡器典型电路参数下的相轨图进行数值仿真实验验证。实验测量结果和理论分析、数值仿真结果一致,验证了忆阻考毕兹混沌振荡器的有效性与正确性。对忆阻考毕兹混沌振荡器进行了动力学行为分析,发现电路可呈现混沌吸引子、周期极限环等复杂的非线性现象。与四阶考毕兹混沌振荡器的动力学特性作比较,该忆阻考毕兹混沌振荡器有着良好的混沌鲁棒性。电路简单易物理实现,易产生混沌信号,可应用于数据加密及保密通信、人工神经网络等领域。

参考文献:

- [1]CHUA L O. The fourth element [J]. Proceedings of the IEEE, 2012, 100(6):1920-1927.
- [2]BAO B C, XU J P, LIU Z. Initial state dependent dynamical behaviors in memristor based chaotic circuit [J]. Chinese Physics Letters, 2010, 27(7): 070504.
- [3]LI Y X, HUANG X, GUO M. The generation, analysis, and circuit implementation of a new memristor based chaotic system [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2013, 20(13): 398306.
- [4]WANG G Y, HE J L, YUAN F, et al. Dynamical behaviors of a TiO_2 memristor oscillator [J]. Chinese Physical Letters, 2013, 30(11): 110506.
- [5]BAO B C, HU F W, LIU Z, et al. Mapping equivalent approach to analysis and realization of memristor-based dynamical circuit [J]. Chinese Physics B, 2014, 23(7): 070503.
- [6]BUSCARINO A, FORTUNA L, FRASCA M, et al. A chaotic circuit based on Hewlett-Packard memristor [J]. Chaos, 2012, 22: 023136.
- [7]CHEN M, YU J J, YU Q, et al. A memristive diode bridge-based canonical Chua's circuit [J]. Entropy, 2014, 16(12): 6464-6476.
- [8]LI Z J, ZENG Y C. A memristor oscillator based on a twin-T network [J]. Chinese Physics B, 2013, 22(4): 040502.
- [9]BAO B C, MA Z H, XU J P, et al. A simple memristor chaotic circuit with complex dynamics [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2011, 21(9): 2629-2645.
- [10]MAGGIO G M, FEO O D, KENNDY M P. Nonlinear analysis of the colpitts oscillator and applications to design [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I, Fundamental Theory and Applications, 1999, 46(9): 1118-1130.
- [11]禹思敏. 四阶 Colpitts 混沌振荡器[J]. 物理学报, 2008, 57(6): 3374-3379.
- [12]ZhAO Y, WANG Z G, LI W, et al. Design and measurement of a 53 GHz balanced colpitts oscillator [J]. Journal of Semiconductors, 2009, 30(1): 015003.
- [13]BAO B C, YU J J, HU F W, et al. Generalized memristor consisting of diode bridge with first order parallel RC filter [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2014, 24(11): 1450143.
- [14]CHEN M, LI M Y, YU Q, et al. Dynamics of self-excited attractors and hidden attractors in generalized memristor-based chua's circuit [J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 81:215-226.

(责任编辑:李艳)