

doi:10.3969/j.issn.2095-0411.2019.01.008

## 齿轮泵液压径向力精确计算及仿真分析

金 林<sup>1</sup>, 祝海林<sup>1,2</sup>, 彭雨萌<sup>1</sup>, 於 雷<sup>1</sup>

(1.常州大学 机械工程学院,江苏 常州 213164;2.江苏省绿色过程装备重点实验室(常州大学),江苏 常州 213164)

**摘要:**针对外啮合齿轮泵齿轮轴变形、轴承磨损严重的问题,根据齿轮全齿廓曲线在液压场中不同区域的受力情况及齿轮所受液压径向力随转角的变化,基于 Matlab 软件的自适应 Gauss-Kronrod 公式对齿轮受力进行数值积分,得到齿轮所受液压径向力的精确计算值。与现有文献上的计算方法相比,本文的计算结果更接近于实际,可为解决外啮合齿轮泵的径向力、提高齿轮泵的寿命提供参考。

**关键词:**外啮合齿轮泵;液压径向力;Matlab;精确计算

中图分类号:TH 326

文献标志码:A

文章编号:2095-0411(2019)01-0050-05

## Precise Calculation and Simulated Analysis of Hydraulic Radial Force of Gear Pump

JIN Lin<sup>1</sup>, ZHU Hailin<sup>1,2</sup>, PENG Yumeng<sup>1</sup>, YU Lei<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China; 2. Jiangsu Key Laboratory of Green Process Equipment (Changzhou University), Changzhou 213164, China)

**Abstract:** In view of the deformation of the gear shaft and the serious wear of the bearing, the hydraulic radial force on the gears of external gear pump was studied. According to the force situation of the tooth profile curves in different areas of the hydraulic field and the relationship between hydraulic radial force and angle of gear rotation, using adaptive Gauss-Kronrod formula in Matlab software for numerical integration of force on gear, the precise calculation value of the hydraulic radial force is obtained. Compared with the computational methods in existing literature, it is closer to the actual situation, and provides a theoretical reference for eliminating the radial force and improving the life of the external gear pump.

**Key words:** external gear pump; hydraulic radial force; Matlab; precise calculation

收稿日期:2018-09-18。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51075046)。

作者简介:金林(1992—),男,江苏扬州人,硕士生。通信联系人:祝海林(1963—),E-mail: zhl2008@cczu.edu.cn

引用本文:金林,祝海林,彭雨萌,等.齿轮泵液压径向力精确计算及仿真分析[J].常州大学学报(自然科学版),2019,31(1):50-54.

在外啮合齿轮泵工作过程中,齿轮受不平衡径向力作用,可能会导致齿轮轴变形加大,轴承磨损严重等问题。因此,如能精确地计算出齿轮泵中液压径向力的大小和方向,对解决齿轮泵的径向力大有好处。然而,目前对于齿轮所受液压径向力的计算,往往采用简化方式,即将液压力简化为仅作用于齿顶圆上,或者部分齿廓曲线上,并且将液压场简化为定常场。本文从全齿廓曲线及动态压力场出发,对齿轮所受液压径向力的精确计算进行了研究。

## 1 动态液压场的建立

参看图 1,齿轮转动过程中,动态啮合点  $A$  和中心线  $O_1O_2$  的夹角与齿轮转角的关系为

$$\theta = \angle XO_1A - \arctan(\beta + \tan \alpha_s) + \alpha_s$$

式中:  $\angle XO_1A$  为初始时刻啮合点  $A$  和中心线  $O_1O_2$  的夹角,rad;  $\beta$  为齿轮的转角,rad;  $\alpha_s$  为齿轮副啮合起点压力角,rad。

齿轮泵由图 1 所示初始时刻转动一个周期(以齿轮转过一个齿的时间为周期)的过程中,压力腔边界角也随之而变,其主要由以下 3 类构成:①高压腔与低压腔边界点(啮合点  $A$ )和中心线  $O_1O_2$  的夹角  $\theta_1$ ;②高压腔与过渡腔边界点(可能为齿顶点  $C$  或  $E$  或者出口与泵体的相交点  $B$ )和中心线  $O_1O_2$  的夹角  $\theta_2$ ;③过渡腔与低压腔边界点(可能为齿顶点  $F$  或  $I$  或者进口与泵体的相交点  $G$ )和中心线  $O_1O_2$  的夹角  $\theta_3$ 。如图 2 所示为压力腔边界角的计算流程(图中带“ $\angle$ ”符号的角度皆为初始时刻齿轮泵的相关角度)。

根据压力腔边界角建立液压场,齿轮在高压腔包络区域( $\theta_1, \theta_2$ )受压力  $p_h$  作用,在低压腔包络区域( $\theta_3, \theta_1 + 2\pi$ )受压力  $p_l$  作用,假设在高低压腔之间的过渡区域( $\theta_2, \theta_3$ )所受压力随圆心角的变化呈线性分布<sup>[1,6]</sup>,则整个齿轮圆周上的动态压力分布为

$$p(\theta) = \begin{cases} p_h & \theta_1 \leq \theta < \theta_2 \\ p_h - \frac{p_h - p_l}{2\pi - \theta_3 - \theta_2}(\theta - \theta_2) & \theta_2 \leq \theta < \theta_3 \\ p_l & \theta_3 \leq \theta \leq \theta_1 + 2\pi \end{cases}$$

## 2 全齿廓所受液压径向力的计算

外啮合齿轮泵齿轮齿廓由过渡曲线、渐开线、齿顶曲线、齿根曲线连接而成,下面分别讨论 4 种曲线在各个区域的受力情况。

### 2.1 过渡曲线发生线逆时针转动

过渡曲线在齿根圆上的起点  $A_1$  和渐开线上的结束点  $A_2$  对应的角度分别为  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$ ,对应的参数角

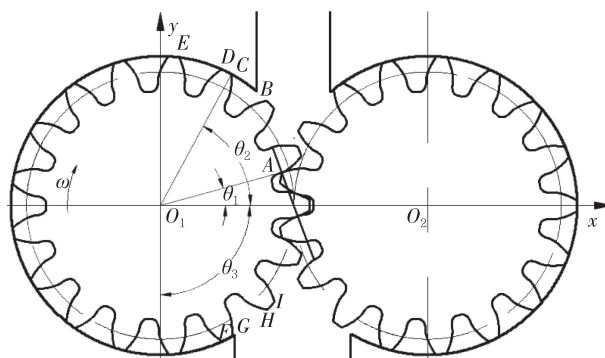


图 1 初始时刻齿轮泵工作状态图

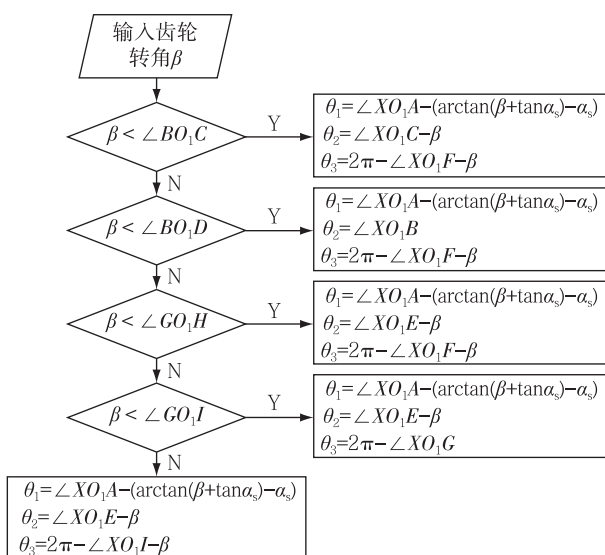


图 2 压力腔边界角判断算法

分别为  $\delta_1$  和  $\delta_2$ 。在圆心角  $\varphi$  处取一微元  $d\varphi$ , 则作用在该微元对应曲线  $dS$  上的液体压力为  $dF$ , 齿轮轴向宽度为  $B$ 。考虑到过渡曲线关于  $\delta$  的极坐标参数方程:

$$\rho = \sqrt{r^2 + (\sqrt{b^2 + (r\delta)^2} + r_\rho)^2 - 2r(\sqrt{b^2 + (r\delta)^2} + r_\rho)\cos\sqrt{\frac{\pi}{2} - \arctan\frac{b}{r\delta}}}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \frac{b}{r\tan\alpha_1} - \arccos\left[\frac{\rho^2 + r^2 - (\sqrt{b^2 + r\delta} + r_\rho)^2}{2r\rho}\right] + \delta$$

式中:  $r_\rho$  为刀具圆角半径, mm;  $r$  为齿轮分度圆半径, mm;  $b = h_a^* m + c_n^* m - r_\rho$  为刀具圆角中心到其分度线的距离, mm。

又由图 3 知,  $dF$  与径向的夹角为

$$\phi_1 = \frac{\pi}{2} - \arctan\frac{b}{r\delta} - \arccos\left[\frac{\rho^2 + r^2 - (\sqrt{b^2 + r\delta} + r_\rho)^2}{2r\rho}\right]$$

则整段过渡曲线在  $x, y$  方向上的液压径向力为:

$$F_{rx} = B \int_{\delta_2}^{\delta_1} p \cos(\pi + \theta) \cos\phi_1 \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\delta}\right)^2} \frac{d\theta}{d\delta} d\delta$$

$$F_{ry} = B \int_{\delta_2}^{\delta_1} p \sin(\pi + \theta) \cos\phi_1 \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\delta}\right)^2} \frac{d\theta}{d\delta} d\delta$$

齿轮在转动过程中, 过渡曲线的位置会随之变化。对应压力分布函数, 利用上述公式即可求得过渡曲线在液压场不同区域的受力情况。发生线顺时针转动形成的过渡曲线的受力情况亦可同法求得。

## 2.2 渐开线发生线逆时针转动

根据图 1 中的几何关系易推导得渐开线起点压力角为:

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \arctan\left[\frac{(r - h_a^* m) \tan\alpha_1}{h_a^* m}\right] - \alpha_1$$

式中:  $\alpha_1$  为分度圆压力角。

参照 2.1 的分析方法, 整段渐开线在  $x, y$  方向上所受液压径向力为:

$$F_{rx} = r_b B \int_{\alpha_2}^{\alpha_n} p \cos(\pi + \theta) \sin\alpha \tan\alpha \sec^2\alpha d\alpha$$

$$F_{ry} = r_b B \int_{\alpha_2}^{\alpha_n} p \sin(\pi + \theta) \sin\alpha \tan\alpha \sec^2\alpha d\alpha$$

考虑到齿轮的转动, 渐开线的位置在某一时刻可能会处于: 高压区、过渡区、低压区、一部分在高压区一部分在低压区 4 种情况。前 3 种可以利用上述公式求解, 第 4 种对应图 1 中啮合点  $A$  所在的渐开线, 需要另行讨论。动态啮合点  $A$  的压力角为

$$\alpha_d = \arctan(\beta + \tan\alpha_s)$$

则整段渐开线在  $x, y$  方向上所受液压径向力为:

$$F_{rx} = Br_b \left( \int_{\alpha_2}^{\alpha_d} p_1 \cos(\pi + \theta) \cos\alpha \tan\alpha \sec^2\alpha d\alpha + \int_{\alpha_d}^{\alpha_n} p_h \cos(\pi + \theta) \cos\alpha \tan\alpha \sec^2\alpha d\alpha \right)$$

$$F_{ry} = Br_b \left( \int_{\alpha_2}^{\alpha_d} p_1 \sin(\pi + \theta) \cos\alpha \tan\alpha \sec^2\alpha d\alpha + \int_{\alpha_d}^{\alpha_n} p_h \sin(\pi + \theta) \cos\alpha \tan\alpha \sec^2\alpha d\alpha \right)$$

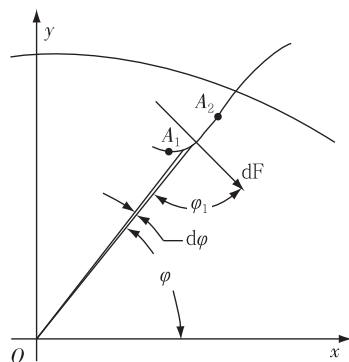


图 3 过渡曲线受力分析示意图

发生线逆时针转动形成的渐开线的受力情况可以用同种方法求解。

### 2.3 齿顶、齿根曲线

齿顶曲线和齿根曲线受力情况的计算方法相同,都可以在定义区间上采用传统液压力计算方法<sup>[1]</sup>进行求解。同样,考虑到齿轮的转动,齿顶或齿根曲线位置在某一时刻可能会处于:高压区、过渡区、低压区、一部分在高压区一部分在过渡区、一部分在低压区一部分在过渡区 5 种情况。结合液压场的边界角,以定义在 $(\xi_1, \xi_2)$ 的齿顶曲线且处于第 4 种情况为例,则

$$F_{rx} = Br_a \left( \int_{\xi_1}^{\theta_2} p_h \cos(\pi + \theta) d\theta + \int_{\theta_2}^{\xi_2} \left[ p_h - \frac{p_h - p_1}{2\pi - \theta_3 - \theta_2} (\theta - \theta_2) \right] \cos(\pi + \theta) d\theta \right)$$

$$F_{ry} = Br_a \left( \int_{\xi_1}^{\theta_2} p_h \sin(\pi + \theta) d\theta + \int_{\theta_2}^{\xi_2} \left[ p_h - \frac{p_h - p_1}{2\pi - \theta_3 - \theta_2} (\theta - \theta_2) \right] \sin(\pi + \theta) d\theta \right)$$

至此,知道齿轮转角 $\beta$ ,就可以确定某一时刻的液压场及所有齿廓曲线位置,即可求得整个齿轮分别在 $x, y$ 方向上的受力。

### 3 Matlab 仿真实例

对于给定参数的外啮合齿轮所受液压径向力进行计算,齿数 $z_1 = z_2 = 17$ ,模数 $m = 3$  mm,分度圆压力角 $\alpha_1 = 20^\circ$ ,齿宽 $B = 28.46$  mm,齿顶高系数 $h_a^* = 1$ ,齿全高系数 $c_n^* = 0.25$ ,过渡圆角半径系数 $r_o^* = 0.38$ ,进出口与中心线的夹角分别为 $\theta_1 = 50.03^\circ, \theta_o = 59.83^\circ$ ,输出压力 $p_h = 10$  MPa。

利用 Matlab 软件对主动齿轮进行受力分析,考虑到过渡曲线受力求解时,其被积函数平滑性较差,因此在 Matlab 软件中采用自适应 Gauss-Kronrod 公式(quadgk 函数)进行数值积分,积分精度为 $10^{-6}$ ,计算步数设置为 1 000。如图 5(a)所示液压径向力在一个周期内不断变化,其大小在 9 660~11 037 N 内,均值为 10 076 N。如图 5(b)所示受力方向与 $x$ 轴正向的夹角在 $253.81^\circ \sim 267.34^\circ$ 内变化。由传统计算方式得到的结果,液压径向力为 11 178 N,方向为 $268.64^\circ$ 。发现:传统计算方式得到的液压径向力大小接近精确结果的最大值,但是比平均值大出 10.6%;且传统计算方式得到的合力方向角接近精确角度的最大值。

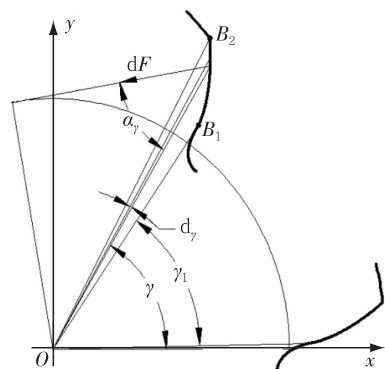


图 4 渐开线受力分析示意图

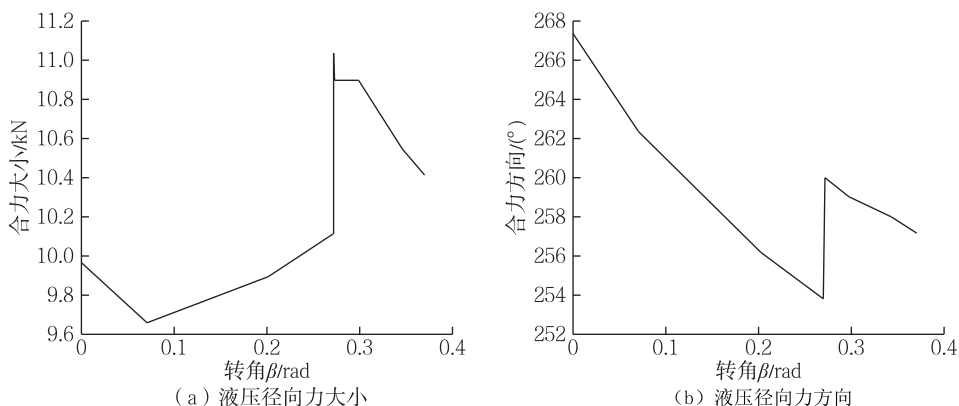


图 5 实例计算结果

## 4 结 论

传统计算方法得到的合力大小和方向与本文提出的精确计算结果的最大值接近,未能真正反映实际情况,使得零部件的设计强度过于富裕,将造成材料的浪费。本文考虑全齿廓曲线及动态液压场计算方式得出的液压力的大小和方向在齿轮泵工作的过程中呈周期性不断变化,能够得到符合客观实际情况的零部件设计,节省材料、降低齿轮泵制造成本。

## 参考文献:

- [1]铁占续,刘志超.流体机械原理设计及应用[M].北京:中国电力出版社,2009.
- [2]WANG J, LUO S M, CHEN L F, et al. Analysis of transmission characteristics of cosine gear drive[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 21(3): 94-98.
- [3]黄鹏.渐开线内啮合齿轮泵内齿圈壁受液压力的计算[J].液压气动与密封,2016,36(3):46-49.
- [4]岳桂勋.复杂齿面的通用五轴数控机床加工技术研究[D].郑州:郑州大学,2012.
- [5]冀宏,赵光明.基于流场的外啮合齿轮泵径向力计算[J].液压与气动,2013,41(7):1-4.
- [6]钱志达,祝海林,蒋宇,等.内啮合齿轮泵的排量计算[J].常州大学学报(自然科学版),2013,25(1):43-45.
- [7]宋伟,周华,金涛.内啮合齿轮泵压力腔包络角图形化求解研究[J].液压与气动,2014(12):8-13.
- [8]刘巍,王安麟,单学文,等.齿轮泵主从动齿轮腔压力分布的非对称性分析[J].东北大学学报(自然科学版),2015,36(9):1327-1330.
- [9]刘迎圆.基于 CFD 的高压内啮合齿轮泵三维数值计算方法及其不平衡径向力的研究[D].杭州:浙江大学,2016.
- [10]朱玉丽,喻长发.基于 CFD 的齿轮泵流场解析[J].机床与液压,2016,44(5):171-174.

(责任编辑:李艳)

\*\*\*\*\*

## 【上接第 49 页】

- [8]CARRICATO M, PARENTI-CASTELLI V. A novel fully decoupled two-degrees-of-freedom parallel wrist[J]. Int J Robot Res,2004, 23:661-667.
- [9]曾宪菁,黄田,曾子平. 3-RRR 型数控回转台的精度分析[J]. 机械工程学报,2001,37(11):42-45.
- [10]GOSSELIN C M, LAVOIE E. On the kinematic design of spherical 3-DOF parallel manipulators[J]. Int J Robot Res, 2008,12(4): 394-402.
- [11]KAROUIA M, HERVE A J M. 3-DOF tripod for generating spherical rotation [J]. Academic Publishers, 2000, 12(20): 395-402.
- [12]GOSSELIN C, ANGELES J. The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator[J]. ASME J Mech Transm Automat Des, 1989, 111: 202-207.
- [13]孙立宁,刘宇,祝宇虹.一种用于腕关节的球面三自由度并联解耦机构位置分析[J].中国机械工程,2003,14(10): 831-833.
- [14]黄田,曾宪菁,曾子亚.顶锥角 3 自由度球面并联机构的全参数解析尺度综合[J].机械工程学报,2000,36(8):15-19.
- [15]张顺心,宋开峰,范顺成.基于并联球面机构的太阳跟踪装置研究[J].河北工业大学学报,2003,32(6):44-48.
- [16]宋开峰.新型太阳跟踪装置机构的研究[D].天津:河北工业大学,2004.
- [17]ROLLAND L. Kinematics synthesis of 2 dof parallel manipulators for solar tracking[C]// International workshop on robotics. Danube: ESA, 2012:44-48.

(责任编辑:李艳)