

doi:10.3969/j.issn.2095-0411.2019.04.004

1-AGO-GM(1,1)模型的构建及其在 火灾死亡人数预测中应用

杨 坦¹, 蒋亚龙¹, 孙志豪^{1,2}

(1.安徽新华学院 土木与环境工程学院,安徽 合肥 230088;2.合肥建工第一建筑工程有限责任公司,安徽 合肥 230011)

摘要:针对传统 GM(1,1)预测模型对初始值依赖程度较高,预测结果波动性大的问题,采用一次累加方法对初始值进行修正,构建了 1-AGO-GM(1,1)模型,并以北京市 2008—2017 年火灾死亡人数预测分析为实例,进行相应的拟合运算,对比两种模型的运算误差,结果表明改进型 GM(1,1)预测精度更高,能够取得良好的预测效果。

关键词:一次累加法;GM(1,1)模型;预测误差

中图分类号:X 913.4

文献标志码:A

文章编号:2095-0411(2019)04-0026-05

Construction of 1-AGO-GM (1,1) Model and Its Application in the Prediction of Fire Death

YANG Tan¹, JIANG Yalong¹, SUN Zhihao^{1,2}

(1.College of Civil and Environmental Engineering, Anhui Xinhua University, Hefei 230088, China;
2.Hefei Frist Construction Engineering Co.,Ltd., Hefei 230011,China)

Abstract: Aiming at the problem that the traditional GM(1,1) prediction model is highly dependent on the initial value and the volatility of the prediction result is large, the initial value is corrected by an accumulative method, and the 1-AGO-GM(1,1) model is constructed. Taking the prediction of fire deaths in Beijing from 2008 to 2017 as an example, the corresponding fitting calculations are carried out to compare the operational errors of the two models. The results show that the improved GM(1,1) has higher prediction accuracy, which can achieve good predictive results.

Key words: 1-AGO; GM (1,1) model; the prediction error

收稿日期:2018-05-07。

基金项目:安徽新华学院科研团队研究项目(2016td012);安徽省大学生创新创业训练计划项目(AH201512216014)。

作者简介:杨坦(1987—),男,安徽合肥人,硕士,讲师。E-mail:yangtan0513@126.com

引用本文:杨坦,蒋亚龙,孙志豪.1-AGO-GM(1,1)模型的构建及其在火灾死亡人数预测中应用[J].常州大学学报(自然科学版),2019,31(4):26-30.

火灾是各种灾难中发生最为频繁并极具毁灭性的灾害之一,会造成大量人身伤亡和财产损失,并产生恶劣的社会影响。导致火灾发生的原因较为复杂,既有确定性又有随机性,国内学者多采用灰色理论、神经网络^[1]等方法对其随机性进行预测,神经网络模型必须在训练数据足够多的情况下才能准确的预测火灾事故,灰色理论由邓聚龙教授提出的一种新的系统理论^[1-2],将一些无规律或者规律性不强的原始数据序列变得具有明显的规律性,对分时段的火灾状况预测较为精确。GM(1,1)模型则是灰色理论中的基本模型,可用于研究非线性问题^[3-4]。国内外学者对 GM(1,1)模型在火灾事故预测中的应用进行了分析和研究。王换鹏等对 GM(1,1)模型进行了优化,并以优化后模型对火灾事故进行了预测分析^[5];杨坦等研究了 GM(1,1)模型的缺点,采用一阶差分方法^[6]对初始值进行了修正,并讨论了改进后模型的预测效果;余泳等也在后期指出灰色 GM(1,1)模型的不足,改进了模型参数,并将新的 GM(1,1)模型应用于森林火灾预测研究中^[7]。本文主要采用一次累加算子对初始数据进行加工,构建 1-AGO-GM(1,1)模型,分析新模型在火灾死亡人数预测中的应用效果。

1 传统 GM(1,1)模型建模过程及其初始值的缺陷

1.1 传统 GM(1,1)模型建模过程

设初始数据序列 $x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$, n 为序列长度.按照公式(1)对初始数据序列进行一次累加(1-AGO)

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \quad k=1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

得到 1-AGO 序列 $X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$, 其中 $X_1^{(1)} = X_1^0$ 。

新序列的均值数为: $z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1), k=2, 3, \dots, n$, 故

$$z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)) \quad (2)$$

建立灰微分方程

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b, \quad k=2, 3, \dots, n \quad (3)$$

相应的白化微分方程

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)}(t) = b \quad (4)$$

式中 a 和 b 为待辨识参数。

设参数变量为:

$$u = a \cdot b^T, Y = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n))^T, B = \begin{bmatrix} -Z^{(2)}(2) & 1 \\ -Z^{(2)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -Z^{(2)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

则由最小二乘法^[5],求得式

$$J(\hat{u}) = (Y - B \cdot \hat{u})^T (Y - B \cdot \hat{u}) \quad (6)$$

达到最小值

$$\hat{u} = (\hat{a}, \hat{b})^T = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (7)$$

于是求解白化微分方程得

$$\hat{x}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}, \quad k=1, 2, \dots, n \quad (8)$$

且 $\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)(1 - e^a)e^{-ak} (k=1, 2, \dots, n-1)$ 从而进行预测。

1.2 GM(1,1)建模初始值的缺陷

GM(1,1)模型实际上是利用 $X^{(0)} = x^{(0)}(1)$ 作为建模的初始条件来进行相应计算预测^[8-9]。虽然可以保证预测的首个数据的预测误差为 0, 但无法保证全部预测数据的误差总和最小。即原始数据对于预测有一定的作用, 距离预测时间更接近的数据其价值越高, 距离预测时间愈远的数据其价值越低。同时, 传统 GM(1,1)模型构建的基础条件是数据必须为光滑序列, 即数据波动较小, 对于波动较大的数据序列, 传统 GM(1,1)模型预测精度较低。所以, 可以通过修改 GM(1,1)模型的初始条件, 来提高模型的预测精度。

2 模型改进

2.1 构建 1-AGO-GM(1,1)模型

设数据序列 $X^{(0)} = \{X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), \dots, X^{(0)}(n)\}$ 的 1-AGO 数列为

$$X^{(1)} = \{X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), \dots, X^{(1)}(n)\} \quad (9)$$

式中: $X^{(1)}(K) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k=1, 2, \dots, n$, 则

$$z^{(1)}(k) = \frac{x^{(1)}(k) - x^{(1)}(k-1)}{\ln x^{(1)}(k) - \ln x^{(1)}(k-1)} \quad (10)$$

当 $x^{(1)}(k) = x^{(1)}(k-1)$ 时, $z^{(1)} = x^{(1)}(k)$, 若 $\hat{a}[a, b]^T$ 为参数列, 且

$$Y = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n))^T, B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ -Z^{(1)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

1-AGO-GM(1,1)模型 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b, k=2, 3, \dots, n$ 的最小二乘估计参数列满足 $\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y$, 其灰微分方程 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b (k=2, 3, \dots, n)$ 的时间响应式为^[9]

$$\begin{cases} \bar{x}_{(k)}^{(1)} = \left(\bar{x}_{(1)}^{(0)} - \frac{b}{a}\right)e^{-a(k-1)} + \frac{b}{a} \\ \bar{x}_{(1)}^{(0)} = \frac{x_{(1)}^{(0)} + \sum_{k=1}^n c_k \left[x_{(k)}^{(1)} + \frac{b}{a}(c_k - 1)\right]}{1 + \sum_{k=2}^n (c_k)^2} \quad (c_k = e^{-a(k-1)}) \end{cases} \quad (12)$$

还原值

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (13)$$

2.2 误差分析

传统 GM(1,1)模型误差记为 $\omega_{\text{传统}}$, 即

$$\omega_{\text{传统}} = \frac{\hat{x}_{\text{传统}}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(0)}(k)}{\hat{x}^{(0)}(k)}, k=1, 2, \dots, n \quad (14)$$

改进 GM(1,1)模型误差记为 $\omega_{\text{改进}}$, 即

$$\omega_{\text{改进}} = \frac{\hat{x}_{\text{改进}}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(0)}(k)}{\hat{x}^{(0)}(k)}, k=1, 2, \dots, n \quad (15)$$

设按传统 GM(1,1)模型和改进 GM(1,1)模型误差的标准差^[10]分别为 $S_{\text{传统}}$ 和 $S_{\text{改进}}$:

$$S_{\text{传统}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\omega_{\text{传统}}(i) - \bar{\omega}_{\text{传统}})^2}$$

(16)

$$S_{\text{改进}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\omega_{\text{改进}}(i) - \bar{\omega}_{\text{改进}})^2}$$

(17)

式中: $\bar{\omega}_{\text{传统}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \omega_{\text{传统}}(i)$; $\bar{\omega}_{\text{改进}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \omega_{\text{改进}}(i)$ 。

通过比较改进模型与传统模型预测值标准差的大小,对比得出两种模型的预测精度。

3 模型的应用

这里特选取北京市作为研究对象,这是因为北京市作为我国的政治文化中心,随着国家经济的不断发展,北京市也得到长足的发展,在北京市汇集了大片商业区及大量的人口,而由于城市化,市场化进程加快,各种新能源,新材料的引进和使用,致使火灾隐患和致灾因素不断增多,北京市的火灾预防工作就显得刻不容缓。北京市近 10 年火灾死亡人数^[10-11]数据如图 1 所示。

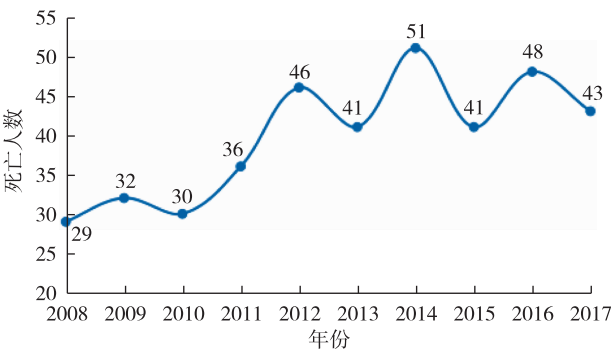


图 1 2008—2017 年北京市火灾死亡人数统计图

应用 1.1 节的公式分析北京市 2008—2017 年的火灾死亡人数,可计算出传统的 GM(1,1)模型,参数为 $a = -0.063\ 2, b = 27.573\ 64$,则其时间响应函数为 $\hat{x}^{(1)}(k+1) = 479.264\ 751e^{0.063\ 2k} - 436.291\ 772$;应用 2.1 节中的公式分析北京市 2008—2017 年火灾死亡人数,可计算出改进的 GM(1,1)模型,参数为 $a = -0.057\ 3, b = 26.312\ 7$,则改进后时间响应函数为 $\hat{x}^{(1)}(k) = 452.579\ 426e^{0.057\ 3k} - 459.209\ 427$ 。

3.1 两种模型预测结果对比

根据传统灰色 GM(1,1)预测模型与改进的 GM(1,1)预测模型进行预测计算,分别得到按传统模型计算和按改进模型计算的火灾死亡人数预测值,见表 1、表 2。

上述两种模型预测结果与原始数据相比较,绘制其预测值误差对比图,如图 2 所示。

表 1 火灾死亡人数计算表(传统模型)

年份	原始值	传统预测值取整	传统预测误差/%
2008	29	29	0.00
2009	32	30	-6.25
2010	30	32	6.67
2011	36	34	-5.56
2012	46	41	-10.87
2013	41	39	-4.88
2014	51	47	-7.84
2015	41	44	7.32
2016	48	45	-6.25
2017	43	40	-6.98

表 2 火灾死亡人数计算表(改进模型)

年份	原始值	改进预测值取整	改进预测误差/%
2008	29	29	0.00
2009	32	31	-3.13
2010	30	30	0.00
2011	36	35	-2.78
2012	46	43	-6.52
2013	41	40	-2.44
2014	51	49	-3.92
2015	41	42	2.44
2016	48	47	-2.08
2017	43	42	-2.33

3.2 改进型 GM(1,1)模型的效果分析

由 3.1 中的表 1、表 2,可以看出传统 GM(1,1)模型的北京市火灾死亡人数预测误差最高为 10.87%,最低为 0%,而改进的 GM(1,1)模型与传统 GM(1,1)模型相比,预测误差最高为 6.52%,最低为 0%,北京市的火灾死亡人数预测平均误差从 -3.464%降低到 -1.843%,其平均精度提高了 46.796%。由图 2 也可看出与传统

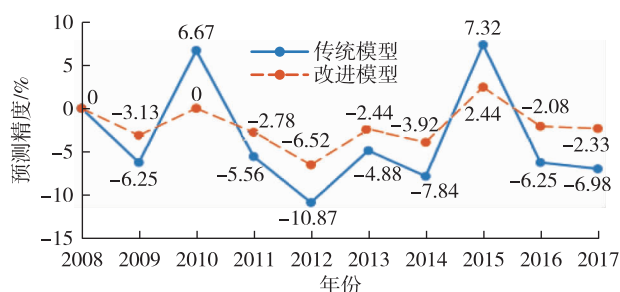


图 2 两种模型预测误差对比图

GM(1,1)模型相比,改进的 GM(1,1)模型的预测误差离散程度远小于传统型,通过标准差计算也可得出其标准差分别为 $S_{\text{传统}}=6.1384$, $S_{\text{改进}}=2.4486$,故 $S_{\text{传统}}>S_{\text{改进}}$,即改进型预测结果更加准确。

根据上述可以说明改进的 GM(1,1)模型计算精度更高,效果显著。

4 结 论

传统 GM(1,1)模型对初始值的过多依赖,造成了预测精度在一定程度上有所降低,通过修改传统 GM(1,1)模型的初始条件,构建新的 GM(1,1)模型。再以北京市火灾死亡人数预测为实例,进行相应的拟合运算,对比两种模型的运算误差,传统 GM(1,1)模型预测误差的标准差远大于改进 GM(1,1)模型预测精度的标准差,表明改进型 GM(1,1)预测精度更高,能够取得良好的预测效果。

参考文献:

- [1]宋英华,王亚楠,吕伟,等.基于 RBF 神经网络的火灾报警系统失效概率预测[J].安全与环境学报,2017,17(5):1740-1744.
- [2]郑坚,陈斌.基于时间权重序列的 GM(1,1)初始条件优化模型[J].控制与决策,2018,33(3):529-534.
- [3]邹进贵,聂海滨,邱国庆.一种同时优化背景值和初始条件的 GM(1,1)建模方法[J].测绘地理信息,2018,43(2):79-82.
- [4]吴天魁,王波,周晓辉,等.火灾损失预测的改进 GM(1,1)模型[J].数学理论与应用,2014,34(1):58-70.
- [5]王换鹏. GM(1,1)模型的优化研究[D].秦皇岛:燕山大学,2012.
- [6]杨坦,吴睿,王超,等.GM(1,1)模型的改进及其在火灾致死人数预测中的应用[J].重庆科技学院学报(自然科学版),2017,19(6):83-85.
- [7]余泳,吴琼,丁冰清.GM(1,1)模型在国家自然灾害预测评估项目中的应用——以森林火灾预测为例[J].项目管理技术,2017,15(3):24-26.
- [8]韩中庚.数学建模方法及其应用[M].北京:高等教育出版社,2009.
- [9]卓金武.MATLAB 在数学建模中的应用[M].北京:北京航空航天大学出版社,2014.
- [10]公安部消防局.中国消防年鉴(2014) [M].北京:中国人事出版社,2014.
- [11]公安部消防局.中国消防年鉴(2015) [M].北京:中国人事出版社,2015.
- [12]陈华友,周礼刚,刘金培.数学模型与数学建模[M].北京:科学出版社,2014.
- [13]周凯,宋军全,邬学军.数学建模竞赛入门与提高[M].杭州:浙江大学出版社,2012.

(责任编辑:殷丽莉)