

doi:10.3969/j.issn.2095-0411.2021.01.011

# 基于最小二乘法拟合的 Otsu 快速图像分割方法

徐建东

(江苏国光信息产业股份有限公司, 江苏 常州 213001)

**摘要:**针对经典 Otsu 算法计算量大、实时性与抗噪性差的问题,提出了一种基于最小二乘法拟合的 Otsu 快速图像分割方法。首先,算法在实验图像有效灰度区间上选取 9 个均匀分布的灰度点,同时计算对应的类间方差数值;其次,利用最小二乘法对这 9 个点类间方差数值进行二次曲线拟合;最后对二次曲线二次求导,求取拟合曲线最大值时对应的阈值。实验结果表明,算法显著提高了计算速度与搜索效率,减少计算方差次数。

**关键词:**最小二乘法;Otsu 算法;曲线拟合;图像分割

中图分类号:TP 391

文献标志码:A

文章编号:2095-0411(2021)01-0070-07

## A Fast Otsu Image Segmentation Method Based on Least Square Fitting

XU Jiandong

(Jiangsu Guoguang Information Industry Co., Ltd., Changzhou 213001, China)

**Abstract:** In view of the problems of large computation amount, poor real-time and antinoise capability of the classical Otsu algorithm, a fast image segmentation algorithm based on least square method is proposed for the Otsu algorithm. Firstly, nine evenly distributed gray points are selected in the effective gray range of the experimental image, and the corresponding between-cluster variance values are calculated. Secondly, the least square method is used to fit the variance between the nine points; finally, the quadratic derivative is used to obtain the threshold value of the maximum value of the fitting curve. The experimental results show that the algorithm can significantly improve the computational speed and search efficiency, and reduce the number of calculation variance.

**Key words:** least square method; Otsu algorithm; curve fitting; image segmentation

图像分割是计算机视觉与图像处理中关键技术之一,也是图像理解与模式识别的前提<sup>[1]</sup>。在目标检测、识别及跟踪的应用中,图像分割质量的优劣直接影响后续图像处理的效果,甚至决定其成败,因

收稿日期:2020-09-26。

作者简介:徐建东(1978—),男,江苏靖江人,硕士,高级工程师。E-mail: xujd@guoguang.com.cn

引用本文:徐建东. 基于最小二乘法拟合的 Otsu 快速图像分割方法[J]. 常州大学学报(自然科学版), 2021, 33(1): 70-76.

此,图像分割的作用是至关重要的<sup>[2]</sup>。

在众多的分割方法中,阈值分割作为一种典型的图像分割方法,因简单有效而被广泛应用于图像处理领域,而阈值选取的好坏将直接影响图像分割的质量<sup>[3]</sup>。针对这一问题国内外学者进行了大量的研究,并提出了多种阈值选取方法。其中比较经典的是 Otsu 算法,由日本学者大津展之于 1978 年提出的一维最大类间方差法,因其计算简单、实时性高、鲁棒性强等优点而被广泛使用<sup>[4-5]</sup>。然而,当图像中的目标与背景的灰度直方图分布不呈现明显双峰,或图像中噪声较多时,应用此方法分割会使图像的信息丢失,出现比较严重的分割错误。因此,陈飞<sup>[6]</sup>针对一些被噪声污染图像的背景和噪声被误分为目标的问题,结合类间方差和信息熵这两个图像特征,提出了一种改进的交互式 Otsu 红外图像阈值分割方法。虽然该方法较好的保持目标模糊边缘,对噪声也有一定的抑制作用。严晨曦等<sup>[7]</sup>在经典 Otsu 方法的基础上,根据背景在图像中的比例,提出了一种权重系数的 Otsu 图像分割方法。该方法降低了背景被误分为目标的误差,改善了分割效果。一维 Otsu 法局限于单一灰度信息,在图像直方图存在明显双峰的情况下可以获取较好的效果,但是对于直方图呈多模式分布的图像效果较差。因此,一些学者又提出了二维或三维的 Otsu 方法。例如,范九伦等<sup>[8]</sup>计算原图邻域像素的平均 $(3 \times 3)$ 组成灰度均值图与原图像素构成二维,将一维 Otsu 阈值法推广到二维,使其抗噪性得到改善。高飞彪等<sup>[9]</sup>通过子区域分割和新二维直方图的重建,提出一种二维 Otsu 图像快速分割方法。虽然分割取得了一定的成效,但对 Otsu 本身做出改进仍然无法减少分割过程中必要像素的遍历时间。二维 Otsu 阈值法在提高抗噪性的同时也加大算法的计算搜索复杂性、实时性也较差,不利于实时场合的广泛应用。文献[10-11]对传统的二维 Otsu 算法进行改进,亦存在上述问题。对于一些视觉检测等要求高、技术精的应用场所,经典 Otsu 法不再适合,此时需要计算复杂度小、实时性强的改进 Otsu 算法。为此,乔万波等<sup>[12]</sup>首先计算图像灰度平均值  $T$ ,以灰度均值  $T$  为界限,将原图像划分为灰度数值小于  $T$  与大于  $T$  两部分,并计算出两部分灰度平均值  $T_1$  与  $T_2$ ,然后计算灰度级在 $[T_1-T_2]$ 最大类间方差,求取分割阈值。丁晓峰等<sup>[13]</sup>在文献[12]的基础上依据最大类间方差值走势,提出了一种二分查找法的改进 Otsu 算法。上述两方法在一定程度降低了运算量,但不够明显,为进一步提升 Otsu 算法的运算速度,本文采用最小二乘法原理,对经典 Otsu 算法进行改进和完善,通过大大减少最优阈值的尝试次数来显著提升搜索速度,提高算法实时性。

## 1 Otsu 法阈值原理

Otsu 法是一种使类间方差最大的自动确定阈值的方法,该方法具有简单、处理速度快的特点,是一种常用的阈值选取方法。其基本思想如下:设图像像素数为  $N$ ,灰度范围为 $[0, L-1]$ ,对应灰度级  $i$  的像素数为  $n_i$ ,几率为

$$\begin{cases} p_i = n_i / N & i = 0, 1, 2, \dots, L-1 \\ \sum_{i=0}^{L-1} p_i = 1 \end{cases} \quad (1)$$

把图像中的像素按灰度值用阈值  $T$  分成两类  $C_0$  和  $C_1$ ,  $C_0$  由灰度值在 $[0, T]$ 之间的像素组成,  $C_1$  由灰度值在 $[T+1, L-1]$ 之间的像素组成,对于灰度分布几率,整幅图像的均值为

$$u_T = \sum_{i=0}^{L-1} i p_i \quad (2)$$

则  $C_0$  和  $C_1$  的均值为

$$\begin{cases} u_0 = \sum_{i=0}^T i p_i / w_0 \\ u_1 = \sum_{i=T+1}^{L-1} i p_i / w_1 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $w_0 = \sum_{i=0}^T p_i$ ;  $w_1 = \sum_{i=T+1}^{L-1} p_i = 1 - w_0$ 。

由式(1)~式(3)可得

$$u_T = w_0 u_0 + w_1 u_1 \quad (4)$$

类间方差<sup>[14-15]</sup>定义为

$$\begin{aligned} \sigma_B^2(T) &= w_0(u_0 - u_T)^2 + w_1(u_1 - u_T)^2 = \\ &= w_0(u_0^2 + u_T^2) + u_T^2(w_0 + w_1) - 2(w_0 u_0 + w_1 u_1)u_T = \\ &= w_0 u_0^2 + w_1 u_1^2 - u_T^2 = \\ &= w_0 u_0^2 + w_1 u_1^2 - (w_0 u_0 + w_1 u_1)^2 = \\ &= w_0 u_0^2(1 - w_0) + w_1 u_1^2(1 - w_1) - 2w_1 w_0 u_1 u_0 = \\ &= w_1 w_0(u_1 - u_0)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

让  $T$  在  $[0, L-1]$  范围依次取值, 使  $\sigma_B^2$  最大的  $T$  值即为 Otsu 法的最佳阈值。从这里可以看出, Otsu 算法是在整个灰度级上进行最佳阈值的搜索, 针对每一个灰度值求类间方差大小, 运算量大, 速度慢。

## 2 最小二乘法的曲线拟合

Otsu 法在灰度级区间  $[0, L-1]$  最大类间方差曲线类似于二次曲线, 数学模型建立为二次曲线, 其模型为  $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ , 依据最小二乘法偏差平方和最小原则, 计算各点到拟合曲线的距离之和, 即偏差平方和<sup>[16]</sup>为

$$R^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2)]^2 \quad (6)$$

为求得符合条件的  $a$  值, 对式(6)两边分别求  $a_0, a_1, a_2$  的偏导数

$$\begin{cases} -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2)] = 0 \\ -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2)] x_i = 0 \\ -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2)] x_i^2 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

将等式左边化简, 可得

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \end{cases} \quad (8)$$

因 Matlab 擅长矩阵运算, 为便于代码编写, 故将式(8)转成矩阵为

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \end{bmatrix} \quad (9)$$

将式(9)化简为范德蒙德矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

利用式(10)矩阵即可求出拟合曲线系数  $a_0$ ,  $a_1$  和  $a_2$ 。

### 3 Otsu 曲线拟合分割算法

研究发现类间方差曲线外形与二次曲线(即抛物线)类似,经典 Otsu 法寻找最佳阈值  $T_h$  点是在类间方差为最大值时的灰度值,与二次曲线求  $y$  值极大值点对应  $x$  点相似,故算法设计上在灰度级区间  $[0, L-1]$  上均匀选取 9 个点( $T_1, T_2, \dots, T_9$ ),并求取其对应的类间方差( $\sigma_{B1}^2, \sigma_{B2}^2, \dots, \sigma_{B9}^2$ ),对该 9 个点进行最小二乘法二次曲线拟合,可以大大减少因 Otsu 算法遍历整个灰度区间  $[0, L-1]$  计算方差的次数,去除较大的计算冗余,显著提高运算速度,提升算法实时性,算法主要代码见表 1,具体步骤如下:

1) 计算待分割图像  $I(x, y)$  的最大值  $T_{\max}$  与最小值  $T_{\min}$ , 及最大值与最小值之间间隔  $d$  (不含最大值与最小值), 间隔  $d$  计算式为  $d = (T_{\max} - T_{\min} - 1)/10$ 。

2) 在图像  $I(x, y)$  的灰度区间  $[T_{\min}, T_{\max}]$  均匀选取 9 个点( $T_1, T_2, \dots, T_9$ ), 选取公式为  $T_i = T_{\min} + i \times d$ , 其中  $i = 1, 2, \dots, 9$ 。

3) 利用经典 Otsu 算法计算 9 个点( $T_1, T_2, \dots, T_9$ )对应的类间方差( $\sigma_{B1}^2, \sigma_{B2}^2, \dots, \sigma_{B9}^2$ )。

4) 采用最小二乘法原理的公式推导的范德蒙德矩阵计算最大类间方差曲线上 9 个点二次曲线系数  $a_0, a_1, a_2$ , 计算公式为

$$\begin{bmatrix} 1 & T_1 & T_1^2 \\ 1 & T_2 & T_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & T_9 & T_9^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{B1} \\ \sigma_{B2} \\ \vdots \\ \sigma_{B9} \end{bmatrix}$$

5) 求  $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$  拟合曲线的  $y$  最大值对应点  $x$  (即为最佳阈值  $T_h$ ), 计算公式  $T_h = x = \left\lfloor \left| \frac{-a_1}{2a_2} \right| \right\rfloor$ 。

### 4 实验结果与分析

算法拟合曲线实验原始图像为山谷灰度图像和 Lena 图像(图 1), 实验工具 Matlab, 山谷灰度图像分割拟合曲线如图 2 所示。

表 1 步骤代码

Table 1 Step program code

1: 读取图像, 设置最小值与最大值变量 $T_{\min}, T_{\max}$ , 类均值 $U_1, U_2$ , 类 $W_1, W_2$ , 间隔 $d$ , 并计算 $d$ 。
$d = (T_{\max} - T_{\min} - 1)/10$ ;
2: for 循环计算 9 个灰度点类间方差
for $i = 1:9$
$T(i) = \text{round}(T_{\min} + i * d)$ ;
$W_1 = \text{find}(I \leq T(i))$ ;
$W_2 = \text{find}(I > T(i))$ ;
$U_1 = \text{mean}(I(W_1))$ ;
$U_2 = \text{mean}(I(W_2))$ ;
$\sigma(i) = \text{size}(W_1, 1) * \text{size}(W_2, 1) * (U_1 - U_2)^2$ ;
end
3: 最小二乘法线性拟合, $\text{polyfit}()$ 为拟合函数
$p = \text{polyfit}(T, \sigma, 2)$ ;
4: 计算拟合曲线最佳分割阈值 $T_h$
$T_h = \text{round}(\text{abs}(p(2)/(2 * p(1))))$



图 1 原始实验图像  
Fig.1 Original image

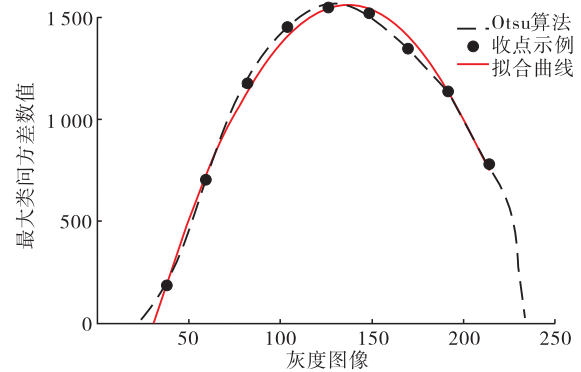


图 2 山谷灰度图像分割拟合曲线  
Fig.2 Fitting curves of valley gray image segmentation

图 2 中虚线为 Otsu 算法曲线,其曲线外形类似抛物线;星形点为在灰度区间均匀选取的 9 个取值点;实线为本文算法拟合曲线,可以看出本算法拟合曲线与经典 Otsu 算法曲线十分贴近。

在验证算法的实时性上,将经典 Otsu 算法与文献[12-13]算法进行比较,程序在 Windows 系统 Intel Pentinum CPU G860 主频 3.0 GHz 运行,结果见表 2,各算法分割结果如图 3 所示。

从表 2 中可以看出本文算法计算的阈值比其他 3 种算法稍大点,但从图 3 的分割结果看,效果基本一致;在计算方差次数上, Otsu 算法最大 220 次、文献[12]为 81 次,计算比较复杂,而本文算法与文献[13]皆为 9 次,计算相对简单。在运行时间上,从大到小依次为 Otsu 算法、文献[12]算法、文献[13]算法、本文算法,可见本文算法运行时间最短,约为 Otsu 算法的 0.5 倍,运算速度提高 1 倍,算法的实时性性能最优。

在算法的稳定性与可靠性测试上,定义一变量,阈值偏离量  $\Delta T$ ,定义在同一分割算法下,分别计算原图像分割阈值  $T_1$ 、受噪声污染的图像的分割阈值  $T_2$ ,将两分割阈值相减的绝对值大小定义为阈值偏离量  $\Delta T = |T_1 - T_2|$ 。当图像信噪比逐渐减少时,即噪声污染不断加大的情况下,若阈值偏离量越小,表明噪声对该算法分割阈值影响力越弱,该算法稳定性与可靠性越强;反之则噪声对该算法分割阈值影响力越强,该算法稳定性与可靠性越弱。实验过程中,在标准 Lena 图像上加入均值为 0、方差从 0.01~0.05 变化的高斯噪声,阈值偏离量  $\Delta T$  结果见表 3。由于篇幅的限制,本文仅列出方差为 0.01 的高斯噪声分割结果,效果如图 4 所示。

表 2 算法效率比较结果

Table 2 Results of algorithm efficiency comparison

指标	Otsu 算法	文献[12]	文献[13]	本文算法
阈值 $T$	117	117	116	122
方差次数	220	81	9	9
运行时间/s	0.109	0.103	0.990	0.047



图 3 分割结果  
Fig.3 Segmentation results

从表 3 看,在原图像只要一引入噪声(如方差 0.01 高斯噪声),Otsu 算法、文献[12]算法及文献[13]算法,阈值偏离量  $\Delta T$  都为 4,表明前 3 种算法都对噪声敏感,稳定性能差;而本文算法在方差 0.01 的高斯噪声下,阈值偏离量  $\Delta T$  仍为 0,说明本文分割算法不受噪声影响,稳定性能强。而且随着高斯噪声方差变大,Otsu 算法、文献[12]算法及文献[13]算法,阈值偏离量明显加大,最高值为 7;但本文算法的阈值偏离量变化较小,最大值仅为 2,也进一步验证了本文算法优越的可靠性与稳定性能。

表 3 阈值偏离量实验结果

Table 3 Experimental results of threshold deviation

高斯噪声方差	Otsu 算法	文献[12]	文献[13]	本文算法
0.01	4	4	4	0
0.02	5	5	5	1
0.03	6	6	6	1
0.04	7	6	7	2
0.05	7	7	7	2



图 4 噪声时分割结果

Fig.4 Segmentation results of noise image

综上所述,利用最小二乘法曲线拟合的图像分割算法,大大减少了方差运算次数,即减小了计算量,显著提高了运算速度,算法实时性能高、稳定性能优越。

## 5 结 论

Otsu 阈值分割算法是图像分割的常用方法之一,其适应性强、处理效果良好,但经典的 Otsu 算法是在整个灰度级上对最佳分割阈值进行搜索,计算量大、实时性与抗噪声性差,限制了它在一些实时性高的场合运用。为不降低分割精度,同时实现更好的时间性能,提出了一种基于最小二乘法拟合的 Otsu 快速图像分割方法,其创新点是通过最小二乘法对经典 Otsu 算法进行了改进,新方法不仅显著提高运算速度,而且几乎与经典 Otsu 算法具有相同的分割精度。实验数据表明,提出的算法显著减少了计算量,将运行时间缩短至原来的一半,算法实时性能高、稳定性能优越。因此该方法能够更好的应用于实时性要求高、数据处理量大的场合,Otsu 阈值分割法在自适应阈值分割算法的基础上,变得更加高效,更具有实用价值。虽然本文算法具有显著的时间性,优越的稳定性,但是分割精度还有待提高,因此下一步将继续优化分割精度。

## 参考文献:

- [1]李学俊,刘祥俊,赵礼良.基于梯度熵的 Otsu 图像分割算法[J].计算机工程与设计,2015,36(3):705-709.
- [2]董忠言,蒋理兴.基于图像复杂度的一维 Otsu 改进算法[J].计算机科学,2015,42(6A):171-174.
- [3]王海峰,章怡,蒋益锋.二代小波变换的抗噪 Otsu 图像分割方法[J].河南师范大学学报(自然科学版),2017,45(6):100-106.
- [4]付浩龙,赵津,席阿行.无人机视觉下基于改进 Otsu 的负障碍物检测[J].计算机应用与软件,2020,9(21):105-110.
- [5]WAN Y, TANG L. Gastrointestinal endoscopy image segmentation using modified Otsu algorithm[C]//International Symposium on Fuzzy Systems, Knowledge Discovery and Natural Computation. Xiamen:[s.n.], 2014:90-98.
- [6]陈飞.改进的交互式 Otsu 红外图像分割算法[J].计算机测量与控制,2020,28(9):248-251.
- [7]严晨曦,熊凌.基于改进的 Otsu 方法的钢渣彩色图像分割[J].计算机工程与设计,2020,41(9):2585-2591.
- [8]范九伦,赵凤.灰度图像的二维 Otsu 曲线阈值分割法[J].电子学报,2007,35(4):751-755.
- [9]高飞彪,陈南南.二维 Otsu 图像快速分割方法的改进[J].黑河学院学报,2019,10(10):216-220.
- [10]仇国庆,熊耕耘,赵文铭.一种改进的三维 Otsu 图像分割算法[J].计算机科学,2018,45(8):247-252.
- [11]罗钧,刘建强,庞亚男.基于邻域搜索 JADE 的二维 Otsu 多阈值图像分割[J].系统工程与电子技术,2020,42(10):2164-2171.
- [12]乔万波,曹银杰.一种改进的灰度图像二值化方法[J].电子科技,2008,28(11):63-64.
- [13]丁晓峰,何凯霖.基于最大类间方差的改进图像分割算法[J].计算机工程与设计,2015,36(10):2765-2768.
- [14]GUO W Y, WANG X F, XIA X Z. Two-dimensional Otsu's thresholding segmentation method based on grid box filter[J]. Optik, 2014, 125(18): 5234-5240.
- [15]CHEN Q, ZHAO L, LU J. Modified two-dimensional Otsu image segmentation algorithm and fast realisation[J]. Iet Image Processing, 2012, 6(4): 426-433.
- [16]王海峰,章怡,蒋益锋.基于图像复杂度曲线拟合的快速图像分割方法[J].计算机科学,2018,45(2):130-134.

(责任编辑:李艳)