

doi:10.3969/j.issn.2095-0411.2021.04.007

反常涡旋光束在梯度折射率介质中的传输特性

黄 丽, 唐 斌

(常州大学 微电子与控制工程学院, 江苏 常州 213164)

摘要:利用柯林斯(Collins)积分方法, 导出了反常涡旋光束(Anomalous Vortex Beam, AVB)在梯度折射率(Gradient-index, GRIN)介质中的传输公式, 分析了 AVB 光束在 GRIN 介质中的传输特性, 讨论了光束参数和 GRIN 系数对传输特性的影响。研究表明, AVB 光束在 GRIN 介质中传输时, 轴上光强分布及有效光束宽度随光束参数及介质折射率系数呈周期性变化, 在同一观察面上, 光束的暗核区域面积和最大光强随拓扑荷数 m , 光束阶数 n 增加而增加。

关键词:柯林斯公式; 反常涡旋光束; 梯度折射率介质; 传输特性

中图分类号:O 431.2

文献标志码:A

文章编号:2095-0411(2021)04-0049-06

Propagation Properties of Anomalous Vortex Beams in Gradient-Index Medium

HUANG Li, TANG Bin

(School of Microelectronics and Control Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

Abstract: By using Collins integral method, the analytical formula for anomalous vortex beams through the gradient-index media has been derived. The propagation properties of anomalous vortex beams in the gradient-index media have been analyzed. The effects of beam parameters and the gradient-index media parameters are discussed in detail. The research results show that the on-axis intensity distributions and the effective beam width of anomalous vortex beams varies periodically with the beam parameters and the gradient-index media parameters. The dark area and the maximum intensity of anomalous vortex beams increase with the increasing of topological charges m and beam orders n .

Key words: Collins formula; anomalous vortex beam; gradient-index media; propagation property

近年来由于应用需求激增, 激光光束传输与变换的研究非常活跃, 各种不同的激光束在不同介质中的传输问题受到人们的普遍关注。随着激光技术和各类非线性材料的发展, 涡旋光束由于具有与众不

收稿日期:2020-12-17。

基金项目:江苏省自然科学基金资助项目(BK20141169); 国家社会科学基金资助项目(20BTY018)。

作者简介:黄丽(1973—), 女, 湖南益阳人, 硕士, 副教授。E-mail: huangli@cczu.edu.cn

引用本文:黄丽, 唐斌. 反常涡旋光束在梯度折射率介质中的传输特性[J]. 常州大学学报(自然科学版), 2021, 33(4): 49-54.

同的性质和广泛的应用前景逐渐成为研究热点^[1-2]。在非均匀折射率介质中,梯度折射率介质(GRIN)由于其折射率的横向变化特性,光束通过时会表现出类透镜效应及波导效应等许多均匀介质所不具备的光学性能和现象^[3-5]。近年来,国内外研究人员对高斯光束、艾里光束、双曲余弦高斯光束及拉盖尔高斯光束在 GRIN 介质中的传输已有较多研究^[6-10],而对涡旋光束在 GRIN 介质中的传输特性研究还较少见。2013 年,YANG 等^[11]提出了一种新型的反常涡旋光束(Anomalous Vortex Beam,AVB),随后,人们先后研究了聚焦 AVB 光束对微观粒子的操控及其在湍流大气中的传输特性^[12]。然而,迄今为止,对 AVB 光束在 GRIN 介质中的传输特性鲜见报道。本文利用柯林斯(Collins)积分方法,推导出 AVB 光束在 GRIN 介质中传输的解析表达式,并研究了 AVB 光束在 GRIN 介质中的传输特性以及影响因素。

1 反常涡旋光束通过 GRIN 介质的光场表达式

在入射面 $z = 0$,反常涡旋光束(Anomalous Vortex Beam,AVB)的光场表达式为^[11]

$$E_{n,m}(\rho_0, \theta_0, 0) = E_0 \left(\frac{\rho_0}{\omega_0} \right)^{2n+|m|} \exp\left(-\frac{\rho_0^2}{\omega_0^2}\right) \exp(-im\theta) \quad (1)$$

式中: E_0 是一个振幅常数; n 是反常涡旋光束的阶数; m 是拓扑荷数; ω_0 是基模高斯光束($m=0, n=0$)的束腰宽度; ρ_0 是径向坐标; θ_0 是方位角坐标。在近轴条件下,AVB 光束通过 **ABCD** 光学系统的传输方程可以用 Collins 积分公式表示为

$$E(\rho, \theta, z) = \frac{i}{\lambda B} \exp(-ikz) \iint_0^{2\pi} E(\rho_0, \theta_0, 0) \cdot \exp\left\{-\frac{ik}{2B} [A\rho_0^2 - 2\rho\rho_0 \cos(\theta - \theta_0) + D\rho^2]\right\} \rho_0 d\rho_0 d\theta_0 \quad (2)$$

式中: ρ 和 θ 分别代表出射面的径向坐标和方位角坐标; λ 是波长; A, B, D 分别表示 **ABCD** 光学系统的 3 个矩阵元; $k = 2\pi/\lambda$ 是波数。

将式(1)代入式(2),并利用积分公式^[13]:

$$\int_0^{2\pi} \exp[-in\theta_1 + ikbr \cos(\theta_1 - \theta_2)] d\theta_1 = 2\pi \exp\left[in\left(\frac{\pi}{2} - \theta_2\right)\right] J_n(kbr) \quad (3)$$

$$\int_0^\infty \exp(-ax^2) J_v(2bx) x^{2n+v+1} dx = \frac{n!}{2} b^v a^{-n-v-1} \exp\left(-\frac{b^2}{a}\right) L_n^v\left(\frac{b^2}{a}\right) \quad (4)$$

经过运算,可得到反常涡旋光束经过一阶 **ABCD** 光学系统后出射面的光场分布,为

$$E_{n,m}(\rho, \theta, z) = \frac{i^{m+1} \pi n!}{\lambda B} \exp\left(-\frac{ik}{2B} D\rho^2 - ikz\right) g^{-\langle n+|m|+1 \rangle} \left(\frac{k\rho}{2B}\right)^{|m|} \times \exp\left(-\frac{k^2 \rho^2}{4gB^2}\right) L_n^{|m|}\left(\frac{k^2 \rho^2}{4gB^2}\right) \exp(-im\theta) \quad (5)$$

式中 $L_n^{|m|}(\cdot)$ 为拉盖尔多项式

$$g = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B} \quad (6)$$

选取常见的抛物线型径向梯度折射率介质作为研究对象,其梯度折射率可以表示为

$$n = n_0 \left(1 - \frac{\rho^2}{2\beta^2}\right) \quad (7)$$

式中: $\rho^2 = x^2 + y^2$; β 是梯度折射率系数。

AVB 光束在 GRIN 介质中的传输示意图如图 1 所示, n_0 是介质轴上的折射率。

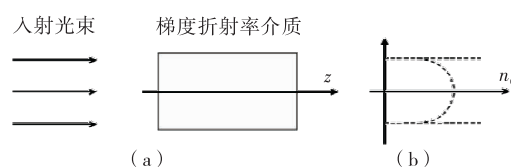


图 1 AVB 光束在 GRIN 介质中的传输示意图

Fig.1 Schematics of AVB beam propagating in GRIN media

AVB 光束在 GRIN 介质中的传输示意图在梯度折射率介质中,光束从 $z = 0$ 平面到任意 z 平面的光学传输矩阵为^[7]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{z}{\beta}\right) & \beta \sin\left(\frac{z}{\beta}\right) \\ -\frac{\sin\left(\frac{z}{\beta}\right)}{\beta} & \cos\left(\frac{z}{\beta}\right) \end{bmatrix} \quad (8)$$

将式(8)代入式(5),可得 AVB 光束在 GRIN 介质中的传输的解析表达式

$$E_{n,m}(\rho, \theta, z) = \frac{i^{m+1} \pi n!}{\lambda \beta \sin\left(\frac{z}{\beta}\right)} \exp\left[-\frac{ik}{2\beta \sin\left(\frac{z}{\beta}\right)} \rho^2 - ikz\right] L_n^{|m|}\left[\frac{k^2 \rho^2}{4g_2 \beta^2 \sin^2\left(\frac{z}{\beta}\right)}\right] \cdot \left[\frac{k\rho}{2\beta \sin\left(\frac{z}{\beta}\right)}\right]^{|m|} \exp\left[-\frac{k^2 \rho^2}{4g_2 \beta^2 \sin^2\left(\frac{z}{\beta}\right)}\right] \exp(-im\theta) g_2^{-(n+|m|+1)} \quad (9)$$

其中

$$g_2 = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ik}{2\beta \tan\left(\frac{z}{\beta}\right)} \quad (10)$$

因而, AVB 光束在 GRIN 介质中的光强分布可以根据光强的定义 $I_{n,m}(\rho, \theta, z) = E_{n,m}(\rho, \theta, z) E_{n,m}^*(\rho, \theta, z)$ 得到。

此外, AVB 光束在源平面二阶矩定义下的有效光束宽度可以表示为

$$w_1^2(z) = \frac{2 \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} |E(\rho, \theta, 0)|^2 \rho^3 d\rho d\theta}{\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} |E(\rho, \theta, 0)|^2 \rho d\rho d\theta} \quad (11)$$

光束经过光学系统传输后,在观察平面 z 上,二阶矩定义下的有效光束宽度为

$$w_2^2 = \mathbf{A}^2 w_1^2 + 2\mathbf{AB}V_1 + \mathbf{B}^2 U_1 \quad (12)$$

$w_1^2(z)$ 是源平面二阶矩定义下的有效光束宽度。其中:

$$U_1 = \frac{\lambda^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |(\partial/\partial_r) E(\rho, \theta, 0)|^2 \rho d\rho}{\pi^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |E(\rho, \theta, 0)|^2 \rho d\rho} \quad (13)$$

$$V_1 = 4 \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\partial \phi(\rho, \theta)}{\partial \rho} \right] \Phi^2(\rho, \theta) \rho d\rho \quad (14)$$

式中 $\phi(\rho, \theta)$ 和 $\Phi(\rho, \theta)$ 分别是光束的相位和强度。在束腰平面, $\phi(\rho, \theta) = 0$, 因此 $V_1 = 0$ 。经过复杂的积分运算,得到 AVB 光束在观察平面 z 上二阶矩定义下的有效光束宽度为

$$w_2^2(z) = (1+m+2n)\omega^2 \cos^2\left(\frac{z}{\beta}\right) + \frac{2\beta^2 \lambda^2 \sin^2\left(\frac{z}{\beta}\right)}{\pi^2 \omega^2} \quad (15)$$

2 数值模拟及分析

对式(9)进行数值模拟和分析,可以得到 AVB 光束在 GRIN 介质中的传输时,在同一观察面 ($z = 0.1\pi \text{ mm}$) 上的光强分布,图 2 和图 3 给出了拓扑荷数 m 和光束阶数 n 取不同值时,归一化光强的

三维分布和等高线图,其中 $\beta=2\text{ mm}$, $\omega_0=1\text{ mm}$, $\lambda=1.06\text{ }\mu\text{m}$ 。研究发现,随着拓扑荷数 m 或光束阶数 n 的增加,光束暗核区域面积和最大光强都在增加,并且光束阶数 n 对于 AVB 光束横向光强分布影响较拓扑荷数 m 更为显著。

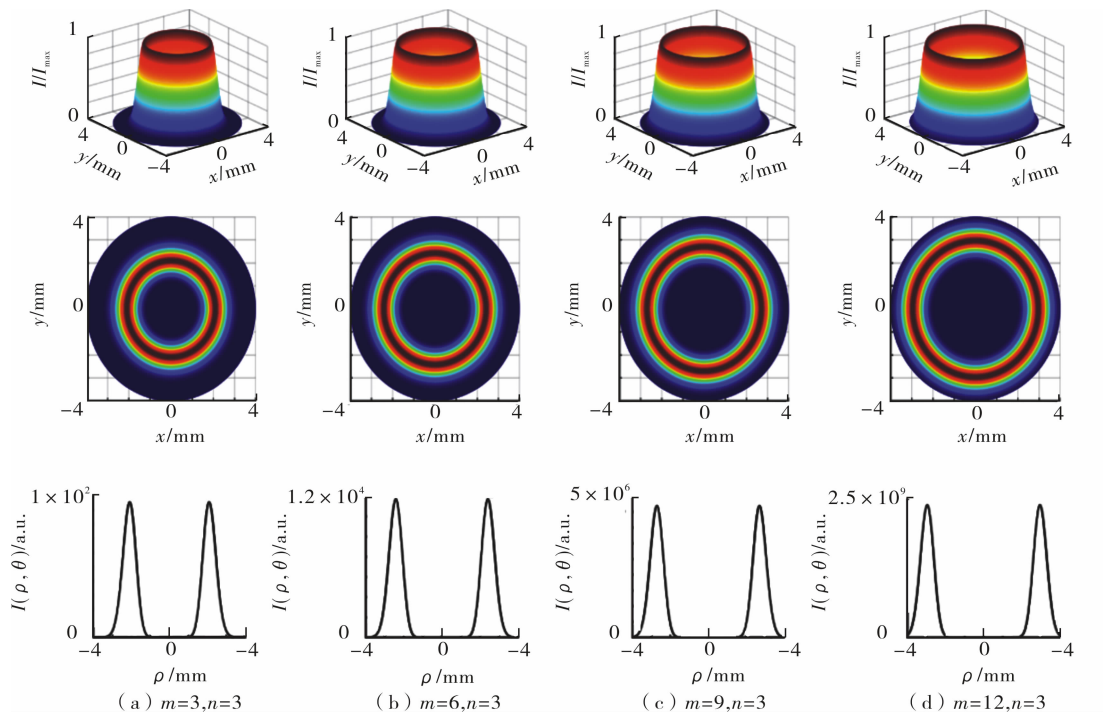


图2 拓扑荷数 m 取不同值时 AVB 光束在 GRIN 介质中的光强分布

Fig.2 Distributions of optical intensities for AVB beams propagating in GRIN media when the topological charge m takes different values

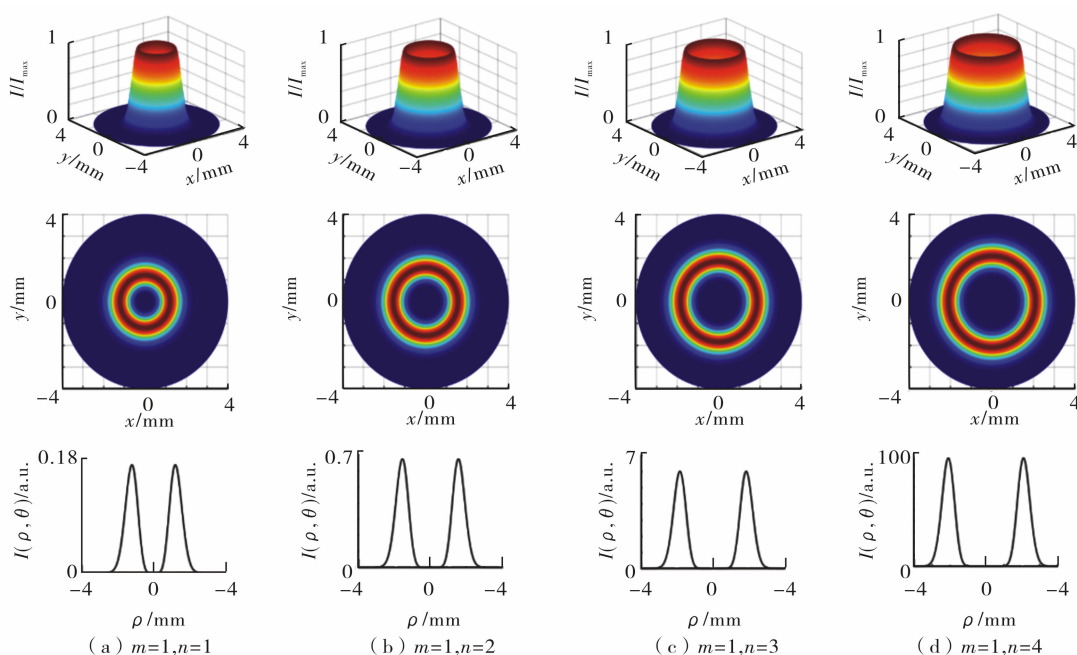


图3 光束阶数 n 取不同值时 AVB 光束在 GRIN 介质中的光强分布

Fig.3 Distributions of optical intensities for AVB beams propagating in GRIN media when the beam order n takes different values

进一步分析表明, AVB 光束的光强分布在 z 方向上有着周期性的特点, 周期为 $T = \beta\pi$, 图 4 ($\beta = 2$ mm) 及图 5 ($\beta = 4$ mm) 给出了不同观察平面 z 下, 光强的二维分布和强度随径向变化的分布图, 计算时取 $m = n = 3$, $\omega_0 = 1$ mm, $\lambda = 1.06$ μm 。此外, 从图 4 和图 5, 可以发现, 在光束其他参数相同的情况下, 其光强演变的周期性与 GRIN 系数 β 紧密相关; 当 $\beta = 2$ mm 时, 由图 4 可以看出其周期为 2π , 当 $\beta = 4$ mm 时, 周期为 4π 。在一个周期内, 光束横向分布范围先逐渐减小再逐渐增大, 而光强是先逐渐增加再逐渐减小, 即在一个周期内光束分布具有自我重复特点, 由图中得到的规律与分析式(9)得到的规律完全一致。对比图 4 和图 5 可知, 介质梯度折射率系数 β 越大, 奇点附近光强越大。对式(9)进一步分析表明, 在光强的最大位置, 即 $z_{j\max} = \pi\beta(1/2 + j)$ 处, 由于 $\tan^2(z/\beta)$ 项影响, 光强分布存在奇点, 越靠近奇点光强横向分布越小, 光束强度越大, 即在一个周期内, 光束先逐渐聚焦, 又逐渐发散。

由式(15)得到的二阶矩定义下的有效光束宽度, 计算结果如图 6 所示, 取 $\omega_0 = 1$ mm, $z_R = 0.9$ mm 为瑞利距离。由图中可以看出, 光束宽度呈现周期性变化, 增大 GRIN 系数 β 使得二阶矩定义下的有效光束宽度变化范围增加, 进一步分析表明光束宽度的变化周期为 $\beta\pi$, 光束宽度在 $(1 + m + 2n)\omega_0^2$ 与 $2\omega_0^2(\beta/z_R)^2$ 之间变化。如果保持 β 不变, 若 $(1 + m + 2n) > 2(\beta/z_R)^2$, 则随着 m, n 增加, 光束宽度震荡幅度增加; 若 $(1 + m + 2n) < 2(\beta/z_R)^2$, 则随着 m, n 增加, 光束宽度震荡幅度减小。值得注意的是, 当 $(1 + m + 2n) = 2(\beta/z_R)^2$ 时, 则会出现如图 6(a) 中实线所示现象, 此时 AVB 光束在 GRIN 介质中传输时, 有效光束宽度不发生变化, 为一个常数, 呈现光孤子现象。

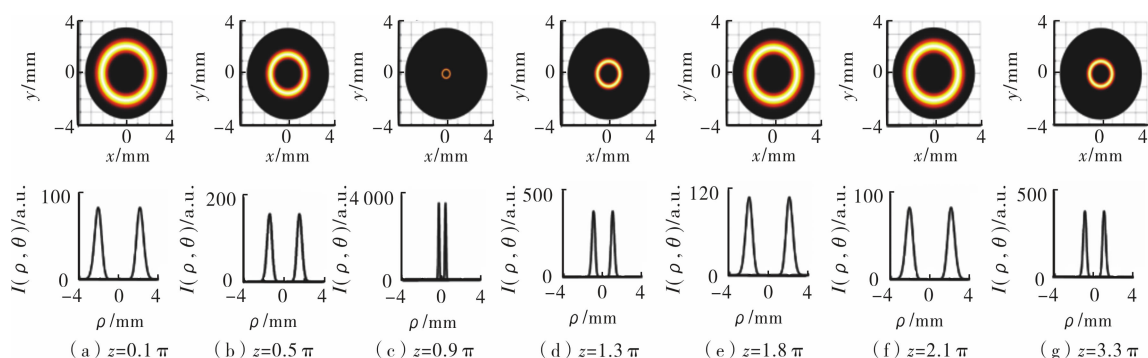


图 4 AVB 光束在 GRIN 介质中在不同观察平面下的光强分布 ($\beta = 2$ mm)

Fig.4 Distributions of optical intensities for AVB beams propagating in GRIN media at different observation planes ($\beta = 2$ mm)

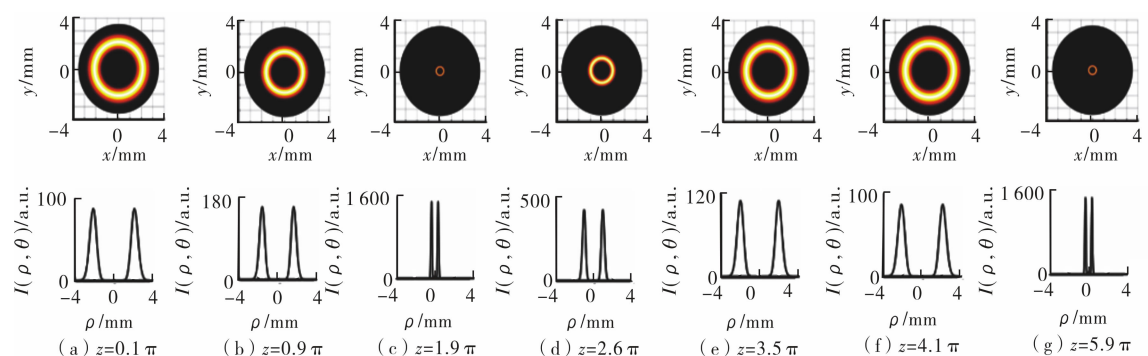


图 5 AVB 光束在 GRIN 介质中在不同观察平面下的光强分布 ($\beta = 4$ mm)

Fig.5 Distributions of optical intensities for AVB beams propagating in GRIN media at different observation planes ($\beta = 4$ mm)

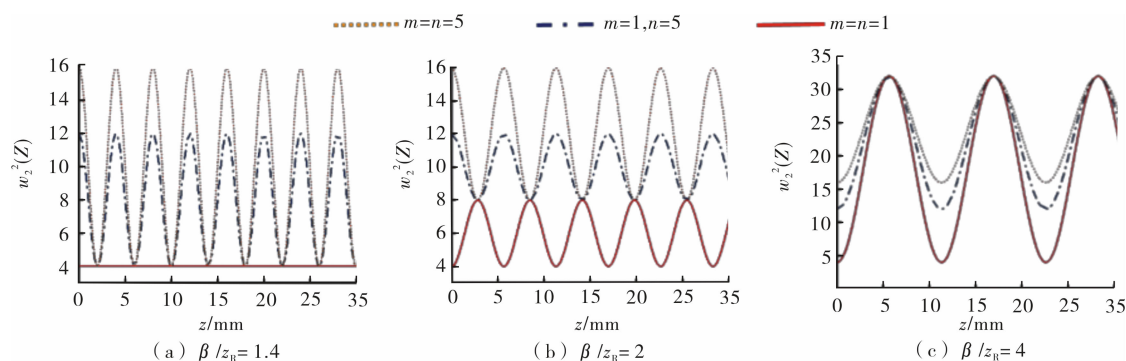


图6 AVB光束在GRIN介质中的束宽随传输距离的演变

Fig.6 Evolution of beam width of AVB beam propagating in GRIN media

3 结 论

根据柯林斯积分方法,导出了反常涡旋(AVB)光束在GRIN介质中传输的解析表达式,计算分析了AVB光束在GRIN介质中的传输特性。研究表明,由于折射率的梯度变化,AVB光束在传输方向上的光强分布和有效光束宽度的变化具有周期性,周期为 $\beta\pi$,这与光束在均匀介质中光束能量逐渐发散的特性不同;同一观察面上,光束的暗核区域面积和最大光强随拓扑荷数 m ,光束阶数 n 的增加而增加。本研究结果在光纤传感、光通信等领域具有潜在的应用价值。

参考文献:

- [1] MARTIN-RUIZA A, MARTIN-HEREDIA J, RUIZ-OCHOA L A, et al. Propagation of optical beams in two transverse gradient index media[J]. European Physical Journal D, 2016, 70(5): 110.
- [2] KUNKEL W M, LEGER J R. Gradient-index design for mode conversion of diffracting beams[J]. Optics Express, 2016, 24(12): 13480-13488.
- [3] TANG B, BIAN L R, ZHOU X, et al. Propagation of hypergeometric Gaussian beams in strongly nonlocal nonlinear media[J]. Laser Physics, 2018, 28(1): 015001.
- [4] YANG S, WANG J, GUO M J, et al. Propagation properties of Gaussian vortex beams through the gradient-index medium[J]. Optics Communications, 2020, 465: 125559.
- [5] TANG B, CHEN K, HUANG L, et al. Radiation force acting on a Rayleigh dielectric sphere produced by Whittaker-Gaussian beams[J]. Optics & Laser Technology, 2018, 107: 239-243.
- [6] JIN G, BIAN L R, TANG B. Propagation properties of partially coherent anomalous hollow beams in quadratic-index media[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2020, 37(5): 731-737.
- [7] ZHAO R H, DENG F, YU W H, et al. Propagation properties of Airy-Gaussian vortex beams through the gradient-index medium[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2016, 33(6): 1025-1031.
- [8] CAO Z L, ZHAI C J, XU S S, et al. Propagation of on-axis and off-axis Bessel beams in a gradient-index medium[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2018, 35(2): 230-235.
- [9] 周建华, 李栋华, 曾阳素, 等. 梯度负折射率介质中高斯光束传输特性的研究[J]. 物理学报, 2014, 63(10): 147-153.
- [10] 唐斌, 黄丽, 周昕, 等. 双曲余弦平方高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性[J]. 常州大学学报(自然科学版), 2017, 29(5): 74-77, 92.
- [11] YANG Y J, DONG Y, ZHAO C L, et al. Generation and propagation of an anomalous vortex beam[J]. Optics Letters, 2013, 38(24): 5418-5421.
- [12] ZHANG D J, YANG Y J. Radiation forces on Rayleigh particles using a focused anomalous vortex beam under paraxial approximation[J]. Optics Communications, 2015, 336: 202-206.

(责任编辑:李艳)